# Mapas de Progreso del Aprendizaje

## Sector Matemática
## Mapa de Progreso de Datos y Azar

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

Sector Matemática

Mapa de Progreso de Datos y Azar

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Mapas de Progreso del Aprendizaje
Datos y Azar
Material elaborado por la Unidad de Currículum, UCE.
www.curriculum-mineduc.cl
ISBN: 978-956-292-200-5
Registro de Propiedad Intelectual Nº 175.760
Alameda 1371, Santiago.
Ministerio de Educación.

Se agradece a los profesores y profesoras de los siguientes establecimientos
que colaboraron en el proceso de recolección de trabajos de alumnos y alumnas:
Alianza Francesa - Vitacura
Alcántara de la Florida - La Florida
Alicante del Rosal - Maipú
Colegio Albert Einstein - La Serena
Colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez - Puente Alto
Colegio La Misión - Calera de Tango
Colegio Municipal Juan Pablo Duarte - Providencia
Colegio Nuestra Señora de Andacollo - Santiago
Colegio Notre Dame - Peñalolén
Colegio Oratorio Don Bosco - Santiago
Colegio Pedro de Valdivia - Macul
Colegio Sagrado Corazón - Talagante
Colegio Sagrados Corazones - Santiago
Colegio Saint George - Vitacura
Colegio San Alberto Magno - La Florida
Colegio San Ignacio Alonso Ovalle - Santiago
Colegio Santa Cruz - Santiago
Escuela Antártica Chilena - Vitacura
Escuela Básica N° 10 Miguel de Cruchaga Tocornal - Puente Alto
Escuela Experimental de Música Jorge Peña Hen - La Serena
Instituto Alonso de Ercilla - Santiago
Instituto Nacional José Miguel Carrera - Santiago
La Girouette - Las Condes
Liceo San Alberto Hurtado - Quinta Normal
Liceo Antonio Hermida Fabres - Peñalolén
Liceo Leonardo Murialdo - Recoleta
Liceo Confederación Suiza - Santiago
Liceo Manuel de Salas - Ñuñoa
Liceo Municipal A-73 Santiago Bueras y Avaria - Maipú
Liceo Santa María - Santiago
Liceo Ruiz Tagle - Estación Central

Diseño y diagramación: Designio
Imprenta: Valente
Marzo de 2009

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

El documento que se presenta a continuación es parte del conjunto de Mapas de Progreso del Aprendizaje, que describen la secuencia típica en que este se desarrolla, en determinadas áreas o dominios que se consideran fundamentales en la formación de cada estudiante, en los distintos sectores curriculares. Esta descripción está hecha de un modo conciso y sencillo para que todos puedan compartir esta visión sobre cómo progresa el aprendizaje a través de los 12 años de escolaridad. **Se busca aclarar a los profesores y profesoras, a los alumnos y alumnas y a las familias, qué significa mejorar en un determinado dominio del aprendizaje**.

Los Mapas complementan los actuales instrumentos curriculares (Marco Curricular de OF/CMO y Programas de Estudio) y en ningún caso los sustituyen. Establecen una relación entre currículum y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. No constituyen un nuevo currículum, ya que no promueven otros aprendizajes; por el contrario, pretenden profundizar la implementación del currículum, promoviendo la observación de las competencias clave que se deben desarrollar.

Los Mapas describen el aprendizaje en 7 niveles, desde 1° Básico a 4° Medio, con la excepción de Inglés, que tiene menos niveles por comenzar su enseñanza en 5° Básico.

Cada nivel está asociado a lo que se espera que los estudiantes hayan logrado al término de determinados años escolares. Por ejemplo, el nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2° Básico; el nivel 2 corresponde al término de 4° Básico y así sucesivamente cada dos años. El último nivel (7) describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa que se espera para la mayoría que es el nivel 6. No obstante lo anterior, la realidad muestra que en un curso coexisten estudiantes con distintos niveles. Por esto, lo que se busca es ayudar a determinar dónde se encuentran en su aprendizaje y hacia dónde deben avanzar, y así orientar las acciones pedagógicas de mejoramiento.

## Matemática

El currículum de Matemática tiene como propósito que los alumnos y alumnas adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez que desarrollen el pensamiento lógico, las habilidades de deducir, formular y resolver problemas, modelar situaciones o fenómenos. La construcción de la Matemática surge de la necesidad de responder y resolver desafíos provenientes de los más variados ámbitos del quehacer humano y de la Matemática misma; su construcción y desarrollo es una creación ligada a la historia y la cultura.

Su aprendizaje enriquece la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo de un pensamiento propio y autónomo. El modelamiento matemático de la realidad, mediante el uso apropiado de conceptos, relaciones entre ellos y procedimientos matemáticos, ayuda al estudiante a comprender situaciones y fenómenos, y le permite formular explicaciones y hacer predicciones de ellos, aumentando su capacidad para intervenir en esa realidad.

Los aprendizajes de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso:

- **Números y Operaciones,** describe el desarrollo del concepto de cantidad y de número y la competencia en el uso de técnicas mentales y escritas para calcular y resolver problemas que involucran distintos tipos de números.
- **Álgebra,** describe el progreso de la capacidad para utilizar símbolos en la representación de generalidades y el modelamiento de situaciones y fenómenos así como también el desarrollo de la argumentación matemática.
- **Geometría,** describe el progreso de habilidades relacionadas con la comprensión de formas, la posición y transformaciones así como también las relacionadas con medición, estimación y comparación de magnitudes.
- **Datos y Azar,** describe el progreso de las habilidades para organizar y representar información disponible, para describir y analizar situaciones y hacer interpretaciones de sucesos en los que interviene el azar y la incertidumbre.

El **Razonamiento Matemático** constituye una dimensión que es abordada transversalmente en estos cuatro Mapas de Progreso.

## Mapa de Progreso de Datos y Azar

Los aprendizajes descritos en el Mapa de Progreso de **Datos y Azar** se desarrollan considerando cuatro dimensiones que se interrelacionan:

a. **Procesamiento de datos.** Se refiere a las habilidades para clasificar, organizar, resumir y representar datos en distintos formatos, tales como tablas y gráficos.
b. **Interpretación de información.** Se refiere a las habilidades para analizar críticamente y para obtener información a partir de datos organizados en tablas y gráficos.
c. **Comprensión del azar.** Se refiere a la comprensión y uso de un lenguaje de probabilidades, y a la habilidad para determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos, en forma experimental y teórica, a partir de fenómenos aleatorios y el análisis de sus resultados.
d. **Razonamiento matemático.** Se refiere a la habilidad para resolver problemas, reconocer patrones, formular preguntas pertinentes y hacer conjeturas a partir de datos o situaciones en las que interviene el azar, así como a la capacidad para argumentar acerca de la validez de respuestas a las preguntas formuladas y acerca de las conjeturas propuestas.

## Elementos claves del Mapa de Progreso de Datos y Azar

La dimensión **procesamiento de datos** se refiere a la progresión de la capacidad de categorizar, organizar y representar datos en formatos cada vez más complejos, en contextos que van desde situaciones familiares cercanas hasta eventos que involucran diversos ámbitos. Al mismo tiempo, implica un reconocimiento progresivo de las ventajas y desventajas que ofrece cada uno de estos formatos y sus posibles usos.

La dimensión **interpretación de información** progresa desde la capacidad de leer y extraer información explícita desde tablas o gráficos simples, hasta la capacidad de realizar lecturas más profundas, extraer tendencias y realizar inferencias, analizando críticamente los procedimientos utilizados para generar información.

La dimensión **comprensión del azar** se inicia en el tercer nivel, enriqueciendo progresivamente la capacidad para interpretar información. Esta dimensión incluye la comprensión de las nociones de variables y modelos aleatorios, así como la comprensión y el uso del lenguaje de probabilidades que da coherencia al pensamiento y la acción en un contexto de incertidumbre.

Por último, la dimensión de **razonamiento matemático**, incluye el reconocimiento de patrones o regularidades en datos presentados en diferentes registros (gráficos, tablas), lo que permite realizar predicciones y levantar conjeturas respecto a ciertos atributos de los fenómenos estudiados. Por otro lado, el conjeturar es una habilidad de razonamiento que aplicada al análisis estadístico y al manejo de situaciones aleatorias, permite avanzar en el conocimiento de los fenómenos en estudio, desarrollar las habilidades de pensamiento estadístico y probabilístico, y el uso de estrategias en la resolución de problemas en condiciones de incertidumbre.

Cabe destacar que el uso de recursos digitales (software, applets, planillas electrónicas, etc.) es clave en el desarrollo de las diferentes dimensiones del Mapa. Por un lado en lo que se refiere al análisis estadístico, por ejemplo, a través de la construcción de tablas y gráficos, o bien la obtención de diferentes medidas que describen los datos. Por otra parte, se encuentra lo referido a la simulación de experimentos aleatorios, cuando se requiere realizar una gran cantidad de iteraciones y que no es factible efectuarlas manualmente.

En las páginas siguientes se encuentra el Mapa de Progreso de Datos y Azar. Comienza con una presentación sintética de todos los niveles. Luego se detalla cada nivel, partiendo por su descripción, algunos ejemplos de desempeño que ilustran cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje, y uno o dos ejemplos de trabajos realizados por alumnos y alumnas de establecimientos subvencionados, con los comentarios del profesor o profesora que justifican por qué juzga que el estudiante se encuentra “en” el nivel. En un anexo, se incluye la versión completa de las tareas a partir de las cuales se recolectaron los trabajos de los alumnos y alumnas.

En la mayor parte de los casos estas tareas fueron diseñadas para ser desarrolladas por los alumnos y alumnas en el aula, durante una hora de clases, y considerando que pudieran ser reproducidas en un documento impreso. Varias tareas demandaron que los alumnos y alumnas desarrollaran diversos pasos, de ellos se ha incorporado en el documento aquel que ilustra un desempeño más expresivo del nivel.

# Mapa de Progreso de Datos y Azar

| | |
|---|---|
| Nivel 7<br>Sobresaliente | Usa modelos probabilísticos para resolver problemas en contextos de incerteza, relacionando con profundidad y autonomía elementos de estadística y probabilidad. Utiliza con propiedad recursos digitales para realizar análisis de datos, graficar, obtener descriptores de las muestras y hacer inferencias. Evalúa información estadística haciendo uso de criterios aplicados a los procedimientos utilizados y la representatividad de la muestra. Realiza inferencias sobre los parámetros de una población en estudio, a partir del análisis de los estadísticos de una muestra tomada. Comprende las propiedades de probabilidad y las aplica en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones. |
| Nivel 6 | Produce información aplicando la distribución normal y la binomial. Analiza críticamente información estadística, argumentando acerca de la representatividad de las muestras, su tamaño y los niveles de confianza reportados. Estima parámetros poblacionales, utilizando intervalos de confianza. Comprende que al seleccionar muestras de una población la distribución de sus valores medios es aproximadamente normal, con una media igual a la media poblacional, y que esa aproximación mejora a medida que aumenta el tamaño de las muestras. Verifica, haciendo uso de recursos digitales, la proximidad entre la distribución teórica de una variable aleatoria y la correspondiente gráfica de frecuencias en experimentos aleatorios discretos. Realiza inferencias a partir de una muestra aleatoria, considerando el error asociado al tamaño de ella. Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidad condicional. |
| Nivel 5 | Organiza información a través de histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de frecuencia acumulada. Extrae e interpreta información haciendo uso de medidas de dispersión y de posición. Compara dos o más conjuntos de datos usando medidas de dispersión y posición. Comprende que al tomar mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias aritméticas muestrales se aproxima a la media de la población. Asigna probabilidades mediante el modelo de Laplace o bien las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del experimento. Resuelve problemas acerca del cálculo de probabilidades, usando diagramas de árbol, técnicas combinatorias y aplicando propiedades de la suma y producto de las probabilidades. |
| Nivel 4 | Organiza datos en gráficos y tablas, reconociendo las aplicaciones, ventajas y desventajas de distintos tipos de representación. Extrae e interpreta información desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Comprende los conceptos de representatividad y aleatoriedad de una muestra y sus efectos en conclusiones e inferencias acerca de una población determinada. Comprende que a través del modelo de Laplace es posible predecir el valor de la probabilidad de ocurrencia de un evento simple, sin realizar el experimento aleatorio. Resuelve problemas simples de probabilidades, conjetura y verifica resultados usando el modelo de Laplace y también las frecuencias relativas. |
| Nivel 3 | Reconoce aquellas variables que aportan información relevante para resolver un problema y organiza datos en gráficos de línea, circulares y barras múltiples. Extrae información respecto de situaciones o fenómenos presentados en los gráficos anteriores y calcula medidas de tendencia central. Comprende los conceptos de población y muestra y la conveniencia de seleccionar muestras al realizar estudios para caracterizar poblaciones. Evalúa la posibilidad de ocurrencia de un evento en contextos cotidianos como posible, imposible, probable o seguro, a partir de su experiencia y la observación de regularidades en experimentos aleatorios simples. Conjetura acerca de las tendencias que se desprenden desde un gráfico, desde la lectura de medidas de tendencia central o de los resultados de un experimento aleatorio simple, justificando en base a la información disponible. |
| Nivel 2 | Organiza datos simples relativos a situaciones o fenómenos diversos, en gráficos de barras simples. Extrae información respecto de un fenómeno o situación desde tablas y gráficos de barras simples. Saca conclusiones y verifica afirmaciones que requieren integrar los datos disponibles, o bien realiza algunas operaciones simples. Justifica dando cuenta del procedimiento utilizado. |
| Nivel 1 | Organiza datos simples acerca de objetos, personas o animales en tablas simples, de doble entrada y pictogramas. Extrae información desde tablas y pictogramas referidos a contextos significativos del entorno escolar y familiar. Realiza comparaciones simples con datos extraídos desde tablas y pictogramas y justifica sus conclusiones en base a la información entregada. |

| Nivel 1 | Organiza datos simples acerca de objetos, personas o animales en tablas simples, de doble entrada y pictogramas. Extrae información desde tablas y pictogramas referidos a contextos significativos del entorno escolar y familiar. Realiza comparaciones simples con datos extraídos desde tablas y pictogramas y justifica sus conclusiones en base a la información entregada. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Dada una lista de objetos, los clasifica, cuenta y organiza en una tabla de doble entrada. Por ejemplo, una lista de lápices según tipo (mina, tinta, cera) y color (primario, secundario).
- Organiza datos simples sobre sus compañeros de curso en una tabla. Por ejemplo, número de hermanos que tiene cada uno.
- Responde preguntas sobre datos que pueden ser extraídos directamente de tablas simples o de doble entrada. Por ejemplo, ¿cuántos niños o niñas tienen 4 hermanos?
- Extrae información desde un pictograma, donde cada figura representa más de una unidad.
- Construye un pictograma a partir de datos que se encuentran en una tabla y viceversa.
- Responde preguntas que implican comparar datos presentados en pictogramas: Por ejemplo, en una fiesta del colegio dos cursos venden completos, ¿cuál de los dos ha vendido más hasta el momento? ¿Cuál es la diferencia?

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los estudiantes se les presentó una situación donde un grupo de alumnos y alumnas realiza una prueba de resistencia física que implica trotar alrededor del patio del colegio durante un cierto tiempo. El docente tomó la prueba en dos etapas, registrando con una estrella cada vez que un niño o niña daba una vuelta completa, tal como se ilustra en los siguientes pictogramas:

### Primera etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★★★ |

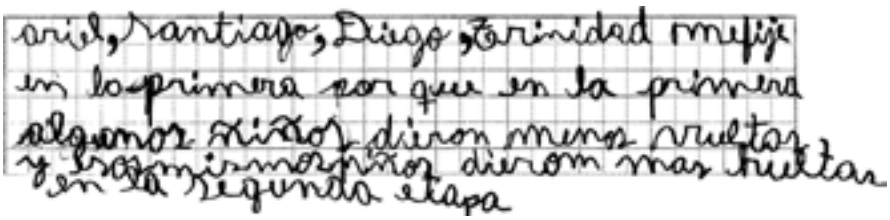
### Segunda etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★ |

## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

¿Qué niños o niñas superaron en la segunda etapa el número de vueltas que dieron en la primera? Justifica.


ariel, Santiago, Diego, Trinidad me fije
en la primera por que en la primera
algunos niños dieron menos vueltas
y los mismos niños dieron mas vueltas
en la segunda etapa

El texto dice:

*"Ariel, Santiago, Diego, Trinidad, me fijé en la primera por que en la primera, algunos niños dieron menos vueltas y esos mismos niños dieron más vueltas en la segunda etapa".*

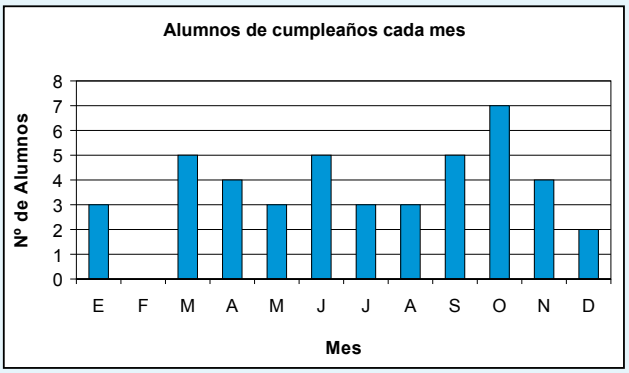
***Comentario:*** *En este ejemplo el estudiante lee y compara ambos pictogramas e identifica a quienes superaron el número de vueltas en la segunda etapa, respecto de la primera. Lo que hace es una comparación uno a uno, verificando que el número de vueltas (estrellas) sea mayor. Implícitamente descarta a los que no superaron su rendimiento. Justifica su respuesta, señalando la forma en que hizo la comparación.*

| Nivel 2 | Organiza datos simples relativos a situaciones o fenómenos diversos, en gráficos de barras simples. Extrae información respecto de un fenómeno o situación desde tablas y gráficos de barras simples. Saca conclusiones y verifica afirmaciones que requieren integrar los datos disponibles, o bien realiza algunas operaciones simples. Justifica dando cuenta del procedimiento utilizado. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Dada una lista de objetos, los clasifica, cuenta y organiza en un gráfico de barras simples.
- Extrae información desde un gráfico de barras simple y responde preguntas en forma directa, o bien elaborando nueva información a través de operaciones simples.
- Construye un gráfico de barras simples, a partir de datos recolectados en su curso. Por ejemplo, el número de estudiantes de un curso que están de cumpleaños cada mes.

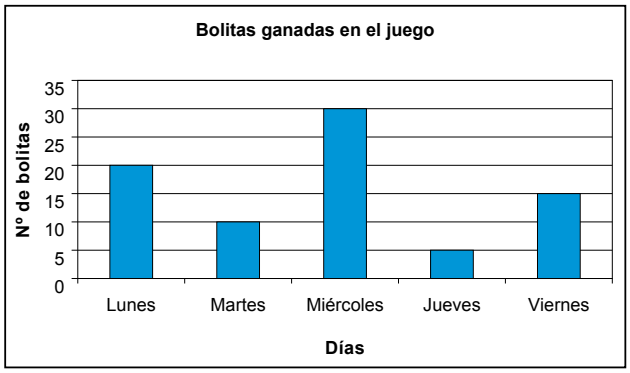



- Extrae información desde una tabla y responde preguntas cuyas respuestas implican la realización de operaciones básicas. Por ejemplo, de una tabla que muestra la asistencia diaria de los estudiantes de un curso, en una semana, obtiene la diferencia entre el día de mayor asistencia y el de menor asistencia.
- Resuelve problemas que implican comparar información desde tablas o gráficos de barra y obtiene conclusiones. Por ejemplo, dado un gráfico de barra donde se muestra el rendimiento de los alumnos y alumnas en una prueba de educación física, responde quién tuvo mejor rendimiento.
- Dada una cierta afirmación, determina si es verdadera o falsa, integrando la información disponible en tablas y gráficos de barra o realizando alguna operación aritmética. Por ejemplo, verifica que: “la mitad de los estudiantes encuestados prefiere el *reggaeton* para bailar”.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

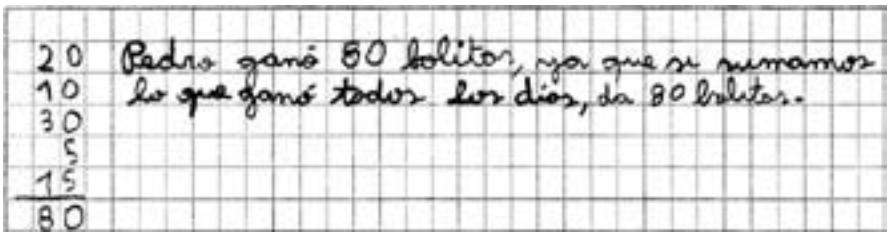
A los alumnos y alumnas se les mostró el siguiente gráfico de barra que exhibe la cantidad de bolitas que ha ganado Pedro en la semana. Luego, se les solicitó determinar cuántas ganó en total durante la semana, así como verificar una afirmación, comparando información presente en el gráfico y, finalmente, construir un gráfico con los datos presentados en una tabla.




- Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

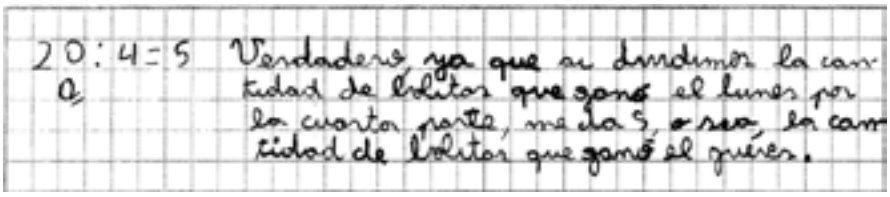
1. ¿Cuántas bolitas ganó Pedro en la semana? Justifica.




***Comentario:*** *Extrae del gráfico de barra la información correspondiente a las bolitas ganadas por Pedro cada día de la semana. Luego elabora nueva información al sumar y obtener la respuesta a la pregunta, justificando su resultado a partir del procedimiento utilizado.*

2. Determina si es cierta o falsa la siguiente afirmación. Justifica tu respuesta.

   "El día jueves, Pedro ganó la cuarta parte de lo que ganó el día lunes".




***Comentario:*** *Verifica la afirmación, extrayendo del gráfico la cantidad de bolitas que Pedro ganó el día lunes y realizando la operación correspondiente para determinar que 5 corresponde a la cuarta parte de lo ganado ese día. Luego compara esa cantidad con lo ganado el día jueves y concluye que la afirmación es verdadera. Justifica su resultado explicando el procedimiento utilizado.*

| Nivel 3 | Reconoce aquellas variables que aportan información relevante para resolver un problema y organiza datos en gráficos de línea, circulares y barras múltiples. Extrae información respecto de situaciones o fenómenos presentados en los gráficos anteriores y calcula medidas de tendencia central. Comprende los conceptos de población y muestra y la conveniencia de seleccionar muestras al realizar estudios para caracterizar poblaciones. Evalúa la posibilidad de ocurrencia de un evento en contextos cotidianos como posible, imposible, probable o seguro, a partir de su experiencia y la observación de regularidades en experimentos aleatorios simples. Conjetura acerca de las tendencias que se desprenden desde un gráfico, desde la lectura de medidas de tendencia central o de los resultados de un experimento aleatorio simple, justificando en base a la información disponible. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

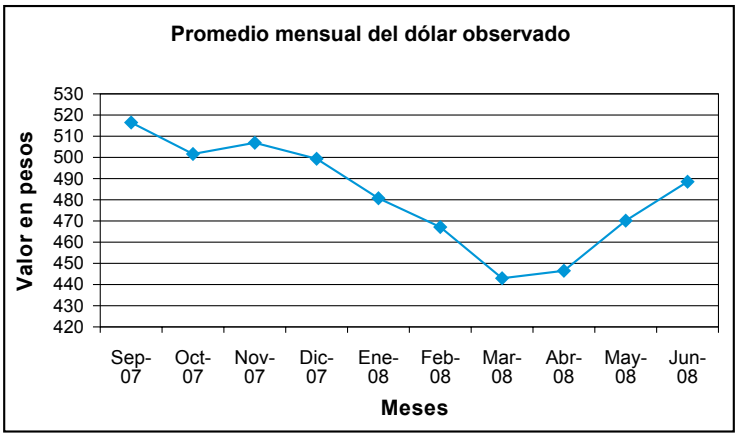
Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Identifica las variables que son necesarias para resolver un problema simple. Por ejemplo, aquellas que son necesarias para averiguar acerca de las diferencias en el tipo de juguetes que prefieren niños y niñas.
- Extrae información desde gráficos circulares. Por ejemplo, en un gráfico que muestra el porcentaje estimado de votos para cinco candidatos en una elección presidencial, señala cuál es el candidato que más posibilidades tiene de ganar la elección.
- Construye un gráfico circular con los resultados de varias ejecuciones de un experimento aleatorio simple. Por ejemplo, lanza 30 veces dos dados y registra el valor de la suma de las caras en una tabla de frecuencias. Luego construye un gráfico circular.
- Obtiene nueva información a partir de los datos presentados en gráficos de líneas. Por ejemplo, en un gráfico que muestra las calificaciones de los estudiantes en una prueba, calcula el promedio del curso.
- Calcula la media o promedio, la moda y la mediana, dado un conjunto de datos numéricos.
- Realiza conjeturas o predicciones acorde a la tendencia mostrada en un gráfico de líneas. Por ejemplo, acerca de las variaciones de población.
- Distingue situaciones en las cuales es necesario seleccionar muestras, de aquellas donde es posible o necesario trabajar con toda la población. Por ejemplo, hace la distinción entre un censo de población y una encuesta de opinión, basado en la diferencia entre población y muestra.
- Hace predicciones sobre la ocurrencia de un evento o situaciones cotidianas en contextos de incerteza, a partir de la información con que cuenta. Por ejemplo, si es probable o poco probable que un candidato gane la elección a partir de los datos de una encuesta; si es posible o imposible que llueva hoy si estamos en octubre y el día amaneció despejado.
- Formula conjeturas acerca de resultados de un experimento aleatorio basado en las regularidades observadas en la ejecución reiterada de éste. Por ejemplo, gira varias veces una ruleta de colores dividida en tres partes, según las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ registra los resultados y conjetura dónde es más probable que se detenga la ruleta luego de girar.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:**

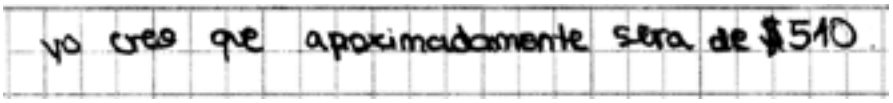
A los estudiantes se les presentó una situación donde se explica que el dólar ha sufrido variaciones en el último tiempo con bajas históricas. Se exhibió un gráfico de líneas con el promedio mensual del dólar observado entre septiembre del 2007 y junio del 2008.




- Ejemplo de trabajo en el nivel »

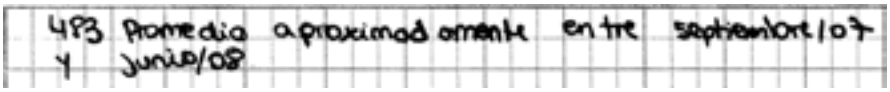
A los estudiantes se les pide determinar:

1. De acuerdo a la tendencia mostrada en el gráfico, ¿cuál crees tú que será el valor del dólar observado en julio de 2008?




***Comentario:*** *En este caso el estudiante hace una predicción simple del valor del dólar para el mes de julio. El estudiante asume que el dólar seguirá subiendo, lo cual es su conjetura. Otros estudiantes podrían optar por otras situaciones (no es una respuesta única).*

2. Estima el valor promedio del dólar observado para el período comprendido entre septiembre de 2007 y junio de 2008.




***Comentario:*** *Estima el promedio de los valores, a partir de la información del gráfico.*

| Nivel 4 | Organiza datos en gráficos y tablas, reconociendo las aplicaciones, ventajas y desventajas de distintos tipos de representación. Extrae e interpreta información desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Comprende los conceptos de representatividad y aleatoriedad de una muestra y sus efectos en conclusiones e inferencias acerca de una población determinada. Comprende que a través del modelo de Laplace es posible predecir el valor de la probabilidad de ocurrencia de un evento simple, sin realizar el experimento aleatorio. Resuelve problemas simples de probabilidades, conjetura y verifica resultados usando el modelo de Laplace y también las frecuencias relativas. |
|---|---|

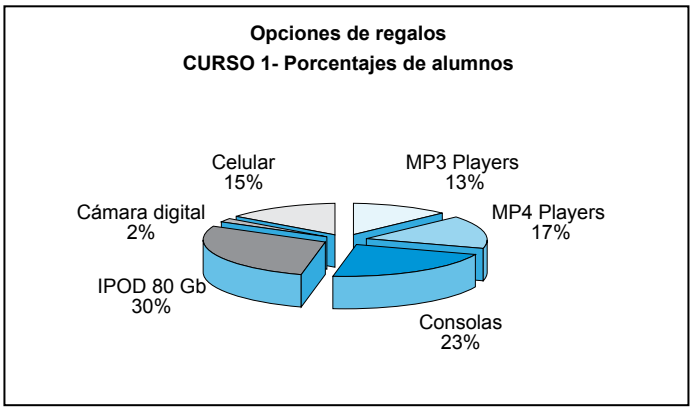
## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

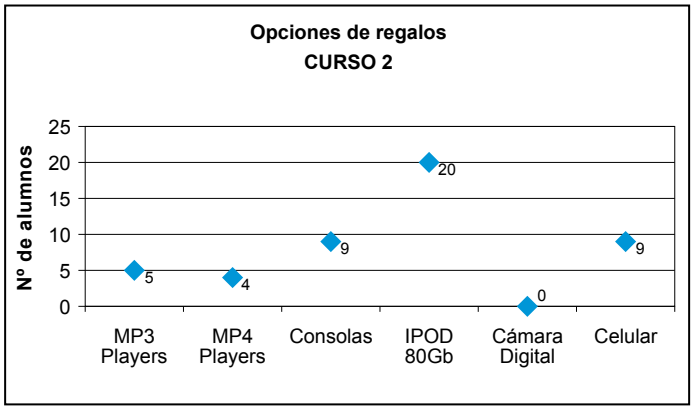
Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

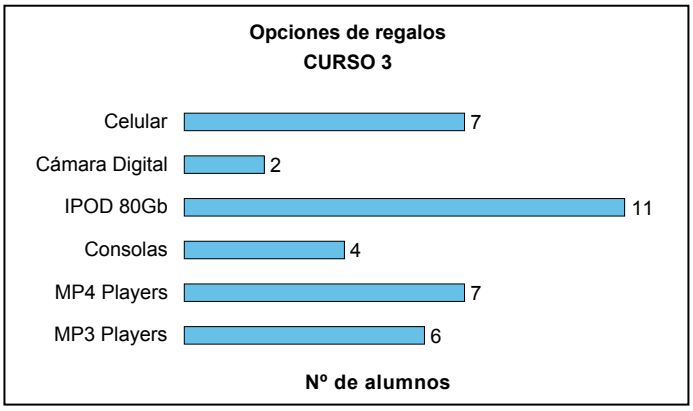
- Argumenta acerca de las ventajas y desventajas del empleo de determinadas tablas o gráficos para representar cierto tipo de información. Por ejemplo, responde a preguntas tales como: ¿por qué un tipo de gráfico es mejor que otro?, ¿por qué cuando se utilizan porcentajes es adecuado usar un gráfico circular?
- Selecciona el tipo de gráfico o tabla, según el tipo de información que se quiere presentar. Por ejemplo, escoge el gráfico circular para mostrar los resultados de una encuesta escolar en cuanto a la pertenencia o no a una “tribu urbana”.
- Responde preguntas a partir de información extraída en diversos contextos, desde tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos.
- Organiza datos obtenidos empíricamente, a través de los medios de comunicación, Internet u otras fuentes, en tablas de frecuencia con datos agrupados.
- Argumenta acerca de si una muestra es representativa o no, considerando las características de una población.
- Distingue ejemplos de situaciones aleatorias en que los resultados posibles son equiprobables, de aquellos que no lo son. Por ejemplo, compara ruletas divididas en sectores de color con igual área, con aquellas que tienen sectores de distinto color con distinta área.
- Asigna la probabilidad “a priori” o teórica de un experimento aleatorio con un número finito de resultados posibles y equiprobables mediante el modelo de Laplace. Por ejemplo, calcula la probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado.
- Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidades en forma teórica y expresa el resultado en distintos formatos numéricos. Por ejemplo, si un evento ocurre la mitad de las veces, expresa este resultado como $\frac{1}{2}$ o bien como 0,5 o bien como el 50%.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

- **La tarea:** A los estudiantes se les mostraron los siguientes gráficos donde se entrega información, generada a partir de datos recolectados mediante una encuesta sobre las preferencias de alumnos y alumnas de tres cursos distintos. El propósito fue indagar acerca de qué regalo prefieren para la Navidad. Cada estudiante votó por una opción.



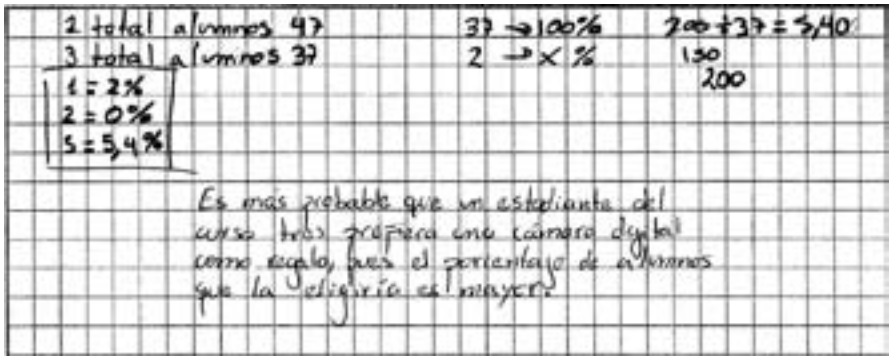



## • Ejemplo de trabajo en el nivel »

A los estudiantes se les pide determinar:

1. ¿En qué curso es más probable que un estudiante prefiera una cámara digital como regalo? Muestra tus cálculos y explica claramente tu respuesta.


2 total alumnos 47
3 total alumnos 37
1 = 2%
2 = 0%
3 = 5,4%
37 → 100%
2 → x %
200 ÷ 37 = 5,40
130
200
Es más probable que un estudiante del curso tres prefiera una cámara digital como regalo, pues el porcentaje de alumnos que la elegiría es mayor.

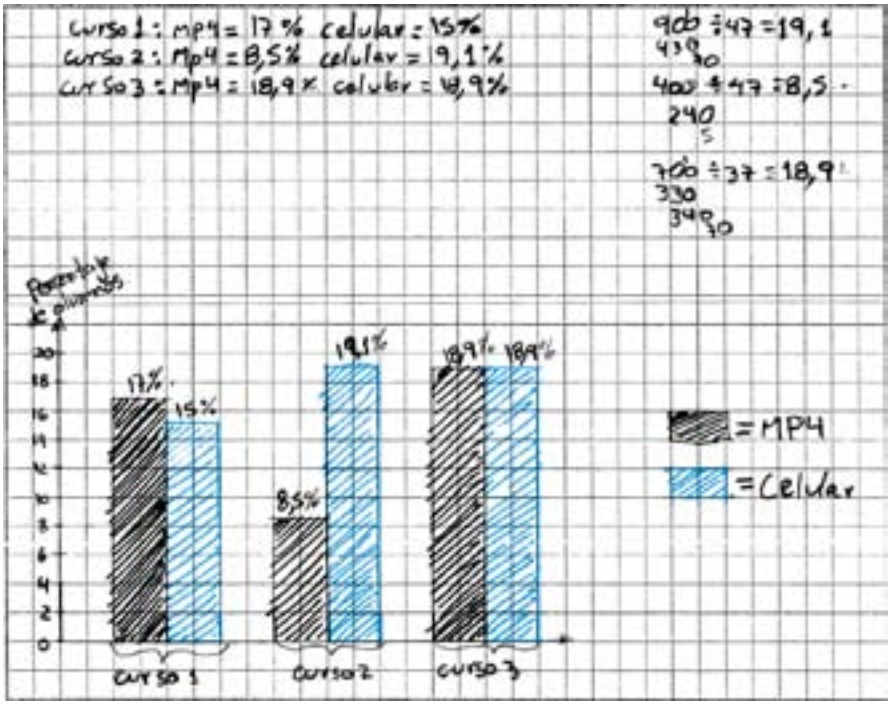
***Comentarios:***

- *Usa la frecuencia relativa porcentual para resolver un problema de probabilidad.*
- *Comprende el problema evidenciando que no se puede responder a simple vista la pregunta, sino que es necesario llevar la información de los gráficos 2 y 3 a porcentajes para realizar la comparación.*
- *Para el curso 1, el porcentaje está dado en el gráfico y corresponde a 2%. Para el curso 2, a partir de la frecuencia dada en el gráfico obtiene el total de alumnos y alumnas del curso (47). Como ningún estudiante prefiere la cámara digital, deduce que el porcentaje corresponde a 0%. Para el curso 3, desde la frecuencia dada en el gráfico obtiene el total de alumnos y alumnas del curso (37) y luego calcula el porcentaje de esa cantidad obteniendo 5,4%.*
- *Finalmente compara los tres resultados y concluye correctamente, utilizando lenguaje probabilístico: "Es más probable que …"*

2. Construye un gráfico donde se registren las preferencias para los regalos: “MP4” y “Celular”. Las otras preferencias no se consideran. Ese único gráfico debe contener la información de los tres cursos. Es decir, el gráfico debe mostrar claramente una comparación de las preferencias respecto a las opciones “MP4” y “Celular”.

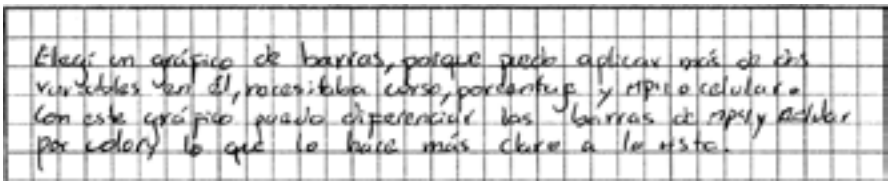
**Comentarios:**

- *Evidencia una comprensión del problema, al decidir la forma de representar la información, considerando el tipo de datos dados y los propósitos. Escoge un tipo de gráfico.*
- *Comprende que no se puede elaborar de inmediato el gráfico, sino que es necesario primero llevar toda la información dada en los gráficos 2 y 3 a porcentajes, para poder realizar la comparación entre los tres cursos.*
- *Organiza los datos en un gráfico de barras dobles, donde muestra las variables en juego y las explicita, buscando una escala conveniente para la construcción del gráfico.*




3. Explica por qué elegiste y construiste ese tipo de gráfico y no otro.

**Comentario:** *Argumenta la elección del gráfico mencionando las ventajas de utilizar un gráfico de barras, ya que se pueden “aplicar más de dos variables en él”, lo que no ocurre en otros tipos de gráficos.*



| Nivel 5 | Organiza información a través de histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de frecuencia acumulada. Extrae e interpreta información haciendo uso de medidas de dispersión y de posición. Compara dos o más conjuntos de datos usando medidas de dispersión y posición. Comprende que al tomar mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias aritméticas muestrales se aproxima a la media de la población. Asigna probabilidades mediante el modelo de Laplace o bien las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del experimento. Resuelve problemas acerca del cálculo de probabilidades, usando diagramas de árbol, técnicas combinatorias y aplicando propiedades de la suma y producto de las probabilidades. |
|---|---|

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Extrae información desde un histograma. Por ejemplo, con información relativa a las estaturas de 100 estudiantes de 4° Año Medio. Responde preguntas tales como: ¿En qué intervalo se concentran más las estaturas de los estudiantes?
- Compara las características de dos o más conjuntos de datos, haciendo uso de medidas de dispersión y establece diferencias y similitudes. Por ejemplo, compara el comportamiento de dos grupos de estudiantes con igual promedio de notas, tomando como criterio la dispersión.
- Determina el valor de un percentil específico de un conjunto de datos, a través del uso de la frecuencia acumulada en tablas o gráficos. Por ejemplo, obtiene el valor del percentil 50 o mediana.
- Verifica experimentalmente que a mayor cantidad de muestras de igual tamaño, desde una población finita, el promedio de las medias muestrales es más cercano a la media de la población.
- Argumenta sobre la validez de asignar probabilidades a eventos asociados a un experimento aleatorio, ya sea mediante el modelo de Laplace o el uso de las frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema. Por ejemplo, si el experimento consiste en lanzar un vaso de cartón o bien un chinche, determina las probabilidades para los eventos “caer parado” o “caer acostado”. Resuelve problemas que involucran el cálculo de probabilidades, aplicando propiedades de la suma y multiplicación de probabilidades.
- Compara el valor de la probabilidad, obtenido teóricamente, con el valor obtenido al realizar una simulación del experimento, usando tecnología, interpreta los resultados a través de la Ley de los Grandes Números. Por ejemplo, predice mediante el modelo de Laplace la probabilidad de que al lanzar dos dados la suma de las caras sea igual a 7. Luego realiza una simulación de 10 mil lanzamientos de dos dados (no cargados) y compara ambos resultados.
- Utiliza diagramas de árbol para resolver situaciones que implican el cálculo de probabilidades y aplica los principios aditivo y multiplicativo.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

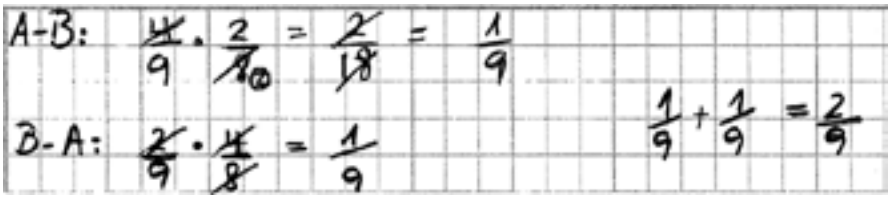
- **La tarea:**

A los estudiantes se les presentó una situación donde dos niños, María y Pedro, participan en cierto juego donde se debe extraer dos bolitas de una urna de la siguiente manera: se saca la primera bolita, sin devolverla a la urna, luego se saca la segunda bolita. La urna contiene 4 bolitas azules, 2 bolitas blancas y 3 bolitas rojas.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »

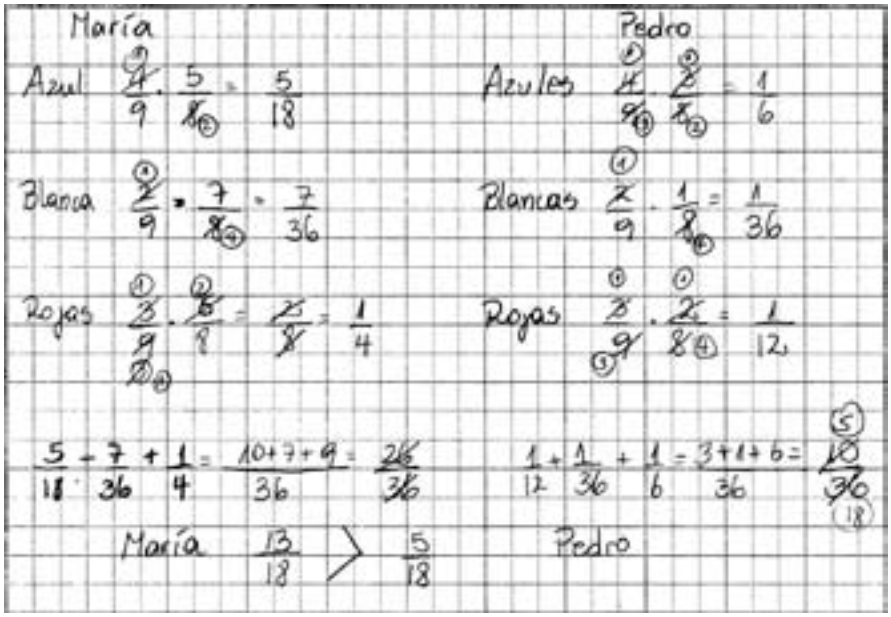
A los estudiantes se les pide determinar:

1. Calcula la probabilidad de extraer una bolita azul o una blanca.




***Comentario:*** *Considerando la cantidad de bolitas blancas y azules, calcula la probabilidad de extraer "una bolita azul y una blanca". El conectivo "y" lo interpreta como un producto de probabilidades y escribe el producto* $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{9}$ *. Dado que la otra posibilidad es extraer "blanca y azul", determina esta probabilidad y del mismo modo obtiene* $\frac{1}{9}$*. En este caso la probabilidad es sacar "azul y blanca" o "blanca y azul". El conectivo "o" lo interpreta como la suma de probabilidades, luego el resultado es* $\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$*.*

2. En el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar. Justifica tu respuesta, anotando todos tus cálculos.




**Comentarios:**

*Para el caso de María, es interesante analizar la estrategia que emplea, pues organiza las siguientes parejas: "azul y otro color", "blanca y otro color" y, finalmente, "roja y otro color". Esto permite una economía de las combinaciones, llegando al mismo resultado que usando alguna otra estrategia. Esto se refleja en los siguientes productos: "Blanca y otro color"* $\rightarrow \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8}$ *; "azul y otro color"* $\rightarrow \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8}$ *y, por último, "roja y otro color"* $\rightarrow \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8}$ *.*

*Finalmente como se trata de la probabilidad de "Blanca y otro color" o "azul y otro color" o "roja y otro color", entonces se trata de la suma de las probabilidades obtenidas.*

*Para el caso de Pedro, los cálculos y el razonamiento son similares, solo que ahora considera parejas de bolitas iguales.*

*En los resultados finales, dado que* $\frac{13}{18} > \frac{5}{18}$ *claramente la ganadora en este juego es María. Es decir, es más probable extraer dos bolitas de distinto color, "sin reposición", que obtener bolitas iguales.*

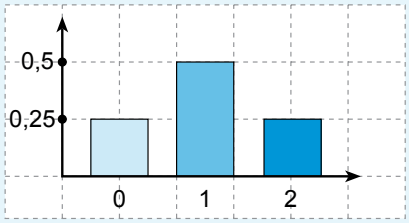
## Nivel 6

Produce información aplicando la distribución normal y la binomial. Analiza críticamente información estadística, argumentando acerca de la representatividad de las muestras, su tamaño y los niveles de confianza reportados. Estima parámetros poblacionales, utilizando intervalos de confianza. Comprende que al seleccionar muestras de una población la distribución de sus valores medios es aproximadamente normal, con una media igual a la media poblacional, y que esa aproximación mejora a medida que aumenta el tamaño de las muestras. Verifica, haciendo uso de recursos digitales, la proximidad entre la distribución teórica de una variable aleatoria y la correspondiente gráfica de frecuencias en experimentos aleatorios discretos. Realiza inferencias a partir de una muestra aleatoria, considerando el error asociado al tamaño de ella. Resuelve problemas aplicando el cálculo de probabilidad condicional.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Grafica los resultados de un experimento aleatorio que puede ser modelado por una distribución binomial con parámetros *(x, n, p)*. Por ejemplo, si se tiene una urna con bolitas blancas y negras en igual número (p = 0,5). El experimento consiste en extraer 1 bolita desde la urna, reponerla y sacar nuevamente otra bollita (n =2). Se grafican los resultados para los valores de x = 0,1 y 2 como sigue:




- Calcula la probabilidad de un evento asociado a un experimento aleatorio que puede ser modelado con la distribución binomial. Por ejemplo, calcula la probabilidad de obtener exactamente 2 números primos al lanzar 3 veces un dado.
- Determina el número de personas que se encuentran en el intervalo $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$, considerando que el total de ellas es 1.200 y sus estaturas se distribuyen normalmente según N (164,8; 6,2).
- Extrae información acerca de un proceso, cuya distribución es una normal con media y desviación estándar conocida. Por ejemplo, en un test estandarizado con media igual a 100 y desviación estándar 16, determina el porcentaje de individuos que obtuvieron puntajes entre 88 y 120 puntos.
- Encuentra el intervalo de confianza de una media poblacional, a partir de los valores de la media aritmética, la desviación estándar y el tamaño de una muestra. Por ejemplo, en una muestra de 100 piezas de acero se encontró que la máquina que las fabricaba arrojó una media aritmética de 5,8 cm de diámetro y una desviación estándar de 1,3 cm. ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media, usando un nivel de confianza del 95%?
- Determina el tamaño de una muestra, a partir de los límites de confianza y el error asociado. Por ejemplo, en un establecimiento con 800 estudiantes, se quiere realizar un estudio sobre notas. Se conoce que la desviación estándar de la población es 0,8 y el error que se requiere es de 0,2 con un nivel de confianza del 99%. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?
- Determina si el tamaño de una muestra es adecuada o no para validar las inferencias realizadas mediante un estudio o encuesta publicado en los medios de comunicación.
- Determina la media de una población, a partir de la distribución de medias muestrales.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas

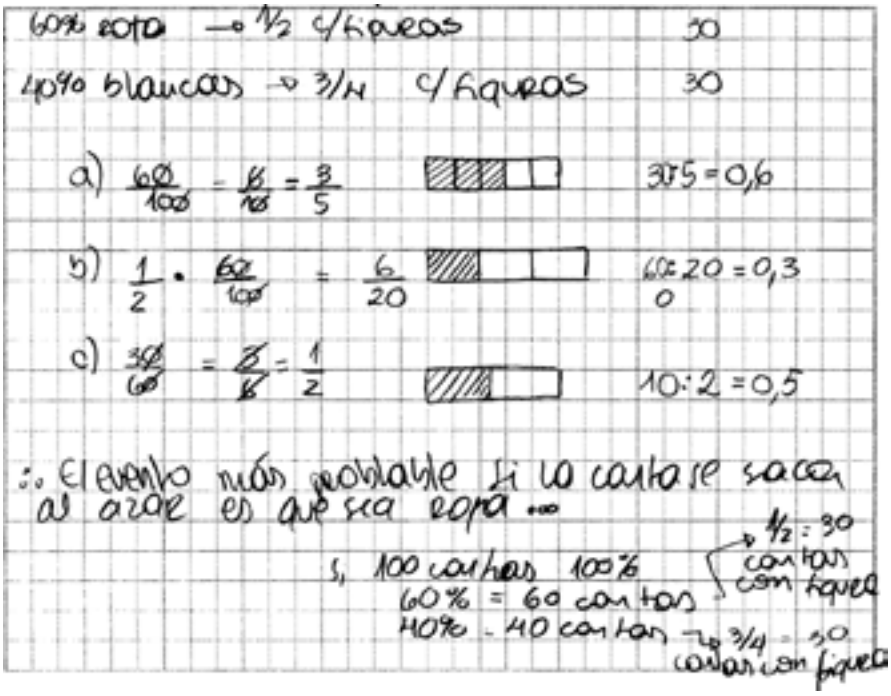
- **La tarea:**

A los estudiantes se les presentó una situación en la que se cuenta con un cierto número de cartas. El 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en extraer una carta al azar.

Se les pide a los alumnos y alumnas determinar cuál de los siguientes eventos tienen una mayor probabilidad de ocurrencia:

a. Que la carta extraída sea roja.
b. Que la carta extraída sea roja y tenga figura.
c. Que la carta extraída sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

- Ejemplo de trabajo en el nivel »




***Comentario:***

- *Usa un referente numérico (100 cartas) para realizar los cálculos.*
- *A partir del referente calcula el 60% y el 40%, concluyendo que 60 cartas son rojas y 40 cartas son blancas.*
- *En a) para calcular las probabilidades, usa el referente o espacio muestral de 100 cartas y las 60 cartas rojas. Escribe la fracción $\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, y lo expresa como 0,6, usando la división.*
- *En b) calcula correctamente $\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100} = \frac{6}{20}$ y lo expresa en la forma 0,3, usando la división.*
- *En c) usa sus cálculos previos, obteniendo que su espacio muestral de cartas con figuras corresponde a 60 cartas y que las cartas rojas son 30 en total. Por lo tanto, escribe la fracción: $\frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ y luego transforma a decimal, obteniendo 0,5.*
- *Luego compara los tres resultados, obtiene una conclusión correcta y la comunica.*

## Nivel 7
Sobresaliente

Usa modelos probabilísticos para resolver problemas en contextos de incerteza, relacionando con profundidad y autonomía elementos de estadística y probabilidad. Utiliza con propiedad recursos digitales para realizar análisis de datos, graficar, obtener descriptores de las muestras y hacer inferencias. Evalúa información estadística haciendo uso de criterios aplicados a los procedimientos utilizados y la representatividad de la muestra. Realiza inferencias sobre los parámetros de una población en estudio, a partir del análisis de los estadísticos de una muestra tomada. Comprende las propiedades de probabilidad y las aplica en la resolución de problemas en una amplia gama de situaciones.

## ¿Cómo se puede reconocer este nivel de aprendizaje? Ejemplos de desempeño

Cuando un alumno o alumna ha logrado este nivel, realiza actividades como las siguientes:

- Analiza críticamente las etapas de un estudio estadístico, desde la toma de la muestra hasta el análisis de los datos y las conclusiones e inferencias sobre la población en estudio.
- Utiliza con flexibilidad la planilla electrónica. Por ejemplo, para organizar datos en tablas y gráficos de los tipos estudiados en niveles anteriores.
- Resuelve una amplia variedad de problemas en contexto, usando la distribución normal estándar N (0,1).
- Estima parámetros poblacionales, a partir de estadísticos de una muestra.
- Establece inferencias respecto a la población en estudio, a partir de una muestra representativa.
- Determina la distribución normal que se ajusta a una distribución binomial B *(n,p)* cuando *n* es grande.
- Simula variados experimentos aleatorios a través de la planilla electrónica, usando la función *"aleatorio()"* y grafica los resultados.
- Resuelve problemas que involucran probabilidad condicional y no condicional, utilizando propiedades y una amplia variedad de estrategias y técnicas combinatorias.

## Ejemplo de trabajo de alumnos y alumnas (corresponde a la misma tarea de Nivel 6)

- **La tarea:**

A los alumnos y alumnas se les presenta una situación en la que se cuenta con un cierto número de cartas. El 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en extraer una carta al azar.

Se les pide a los estudiantes determinar cuál de los siguientes eventos tienen una mayor probabilidad de ocurrencia:

a. Que la carta extraída sea roja.
b. Que la carta extraída sea roja y tenga figura.
c. Que la carta extraída sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

## • Ejemplo de trabajo en el nivel (sobresaliente) »

**Comentario:**

- *Tiene una comprensión profunda del problema que evidencia cuando compara las probabilidades requeridas en a) y b).*
- *Usa un referente general a través del uso de una variable "x", es decir, no necesita un referente numérico (una cierta cantidad de cartas) para poder hacer los cálculos.*
- *Comprende claramente la manera de obtener las probabilidades solicitadas, distinguiendo para los casos de probabilidad condicional y no condicional. Por ejemplo, realiza los siguientes cálculos:*
  - *Traduce el problema a fracciones de denominador 100, descomponiendo los datos en dos categorías: cartas rojas: $\frac{60}{100}$ y cartas blancas: $\frac{40}{100}$. Luego establece las fracciones de cartas rojas con figuras: $\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100}$ y la fracción de cartas blancas con figuras: $\frac{3}{4} \cdot \frac{40}{100}$.*
- *Para hacer la comparación, toma como referente el 50% que corresponde a una de las probabilidades a ser calculada.*
- *No necesita transformar la expresión de probabilidad escrita en forma fraccionaria a porcentaje para hacer la comparación. (Muestra habilidades de cálculo mental).*
- *En el caso c) demuestra comprensión de la probabilidad condicional al limitar los casos posibles a las cartas con figuras cuando declara "cartas rojas desde cartas con figuras", asignando correctamente la probabilidad.*

$\frac{60}{100} \cdot x$ = cartas rojas

$\frac{1}{2} \cdot \frac{60}{100} x$ = con figuras (roja)

$\frac{40}{100} \cdot x$ = cartas blancas

$\frac{3}{4} \cdot \frac{40}{100} \cdot x$ = con figuras (blanca)

a) Probabilidad carta roja: $\frac{6}{10}$ > 50%

b) Probabilidad carta roja con figura: $\frac{6}{20}$ < 50%

c) Carta roja desde las cartas con figuras:

$\frac{30\%}{60\%} = 50\%$ !

∴ la más probable es la a)

# Anexos

## Tareas Aplicadas por Nivel

## Anexo

### Nivel 1 / Tareas Aplicadas

**Prueba de resistencia física**

En la clase de educación física, un grupo de niños debe trotar alrededor del patio del colegio durante un cierto tiempo.

La profesora toma la prueba en dos etapas y usa una estrella (★) para indicar que un niño o niña dio una vuelta completa.

Primera etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★★★ |

Segunda etapa

| | |
|---|---|
| Ariel | ★★★★★★★★★★ |
| Amparo | ★★★★★★★★★★ |
| Santiago | ★★★★★★★★ |
| Trinidad | ★★★★★★★★★★★ |
| Diego | ★★★★★★★★★★★★ |
| Renato | ★★★★★★★ |

# Anexo

## Nivel 1 / Tareas Aplicadas

1. ¿Cuántas vueltas dio Trinidad en la primera etapa?

2. ¿Qué niño o niña dio más vueltas en la segunda etapa?

3. ¿Qué niños o niñas superaron en la segunda etapa el número de vueltas que dieron en la primera? Justifica tu respuesta.

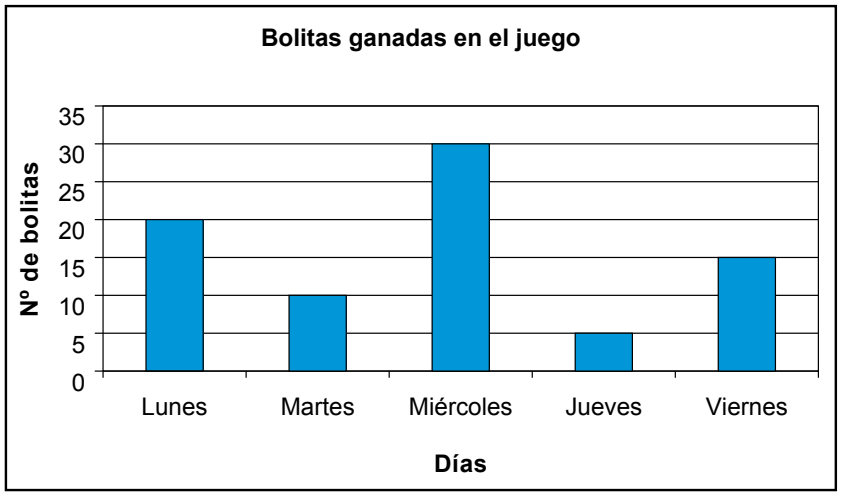
4. En la primera etapa, ¿cuál es la diferencia entre el niño o niña que dio más vueltas y quién dio menos vueltas? Justifica tu respuesta.

5. Si cada estrella representa 100 metros, ¿cuántos metros recorrió el niño o niña que dio más vueltas en la segunda etapa?

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

A Pedro le gusta jugar a las bolitas en su colegio. El siguiente gráfico muestra la cantidad de bolitas que ha ganado en la semana.




Responde a cada una de las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas bolitas ganó Pedro en la semana? Justifica.

2. Si llevas esta misma información a un pictograma, ¿cómo quedaría?

# Anexo

## Nivel 2 / Tareas Aplicadas

3. Determina si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones. Justifica tu respuesta.

   a. "El día jueves, Pedro ganó la cuarta parte de lo que ganó el día lunes".

   b. "En promedio, Pedro ha ganado 10 bolitas cada día".

## Anexo

### Nivel 2 / Tareas Aplicadas

4. ¿Entre qué días Pedro ganó la mitad de lo ganado en la semana? ¿Por qué?

5. La siguiente semana Pedro también jugó bolitas y comparó sus resultados con los de su primo Claudio. Los resultados, en cuanto a bolitas ganadas, se muestran en la siguiente tabla:

| | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|---|---|---|---|---|---|
| Pedro | 10 | 5 | 10 | 4 | 8 |
| Claudio | 2 | 8 | 9 | 11 | 15 |

# Anexo

## Nivel 2 / Tareas Aplicadas

6. Con los datos de la tabla construye un gráfico donde se compare el número de bolitas ganadas por Pedro y Claudio. ¿Quién de los dos ganó más bolitas en total?

7. Compara el juego de Pedro y Claudio hasta el día miércoles. ¿Qué puedes decir al respecto?

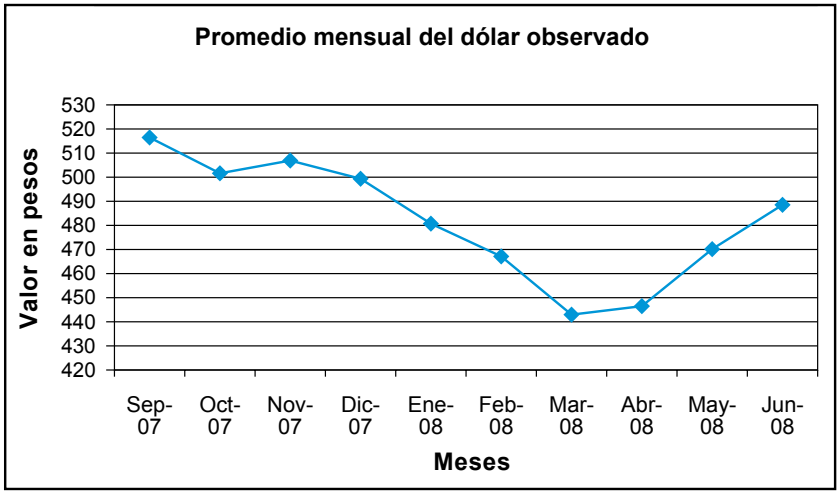
# Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

**Dólar observado**

El valor del dólar en pesos ha experimentado variaciones en el último tiempo, incluso se han alcanzado bajas históricas. Las variaciones están relacionadas con las complejas tendencias del mercado internacional.

1. Observa el siguiente gráfico[1].




a. Estima el valor más bajo alcanzado por el dólar e indica el mes correspondiente.

1 Datos obtenidos desde http://www.sii.cl/

## Anexo

### Nivel 3 / Tareas Aplicadas

b. Estima el valor más alto alcanzado por el dólar e indica el mes correspondiente.

c. ¿Cuál fue la variación que experimentó el dólar entre octubre de 2007 y mayo de 2008?

d. De acuerdo a la tendencia mostrada en el gráfico, ¿cuál crees tú que será el valor del dólar observado en julio de 2008?

## Anexo

### Nivel 3 / Tareas Aplicadas

e. Estima el valor promedio del dólar observado para el periodo comprendido entre septiembre de 2007 y junio de 2008.

2. En la siguiente tabla se muestran los promedios mensuales respecto al valor del dólar observado en algunos meses correspondientes a los años 2005 y 2006.

| Mes | Dólar (en pesos) |
|---|---|
| Sep-05 | 536,7 |
| Oct-05 | 535,5 |
| Nov-05 | 529,88 |
| Dic-05 | 514,33 |
| Ene-06 | 524,48 |
| Feb-06 | 525,7 |
| Mar-06 | 528,77 |
| Abr-06 | 517,33 |
| May-06 | 520,79 |
| Jun-06 | 542,46 |

# Anexo

## Nivel 3 / Tareas Aplicadas

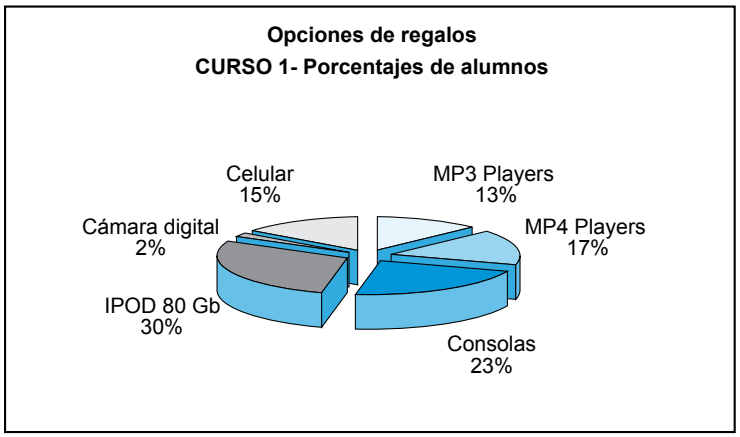
a. Indica cuáles han sido los valores máximo y mínimo respecto al dólar observado durante el periodo indicado en la tabla. Al comparar con los valores del periodo 2007 y 2008, qué conclusiones se pueden sacar.

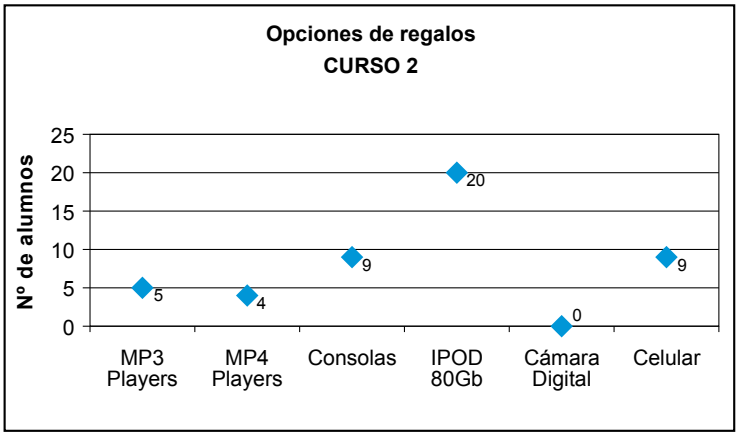
b. Construye un gráfico de líneas para la tabla anterior.

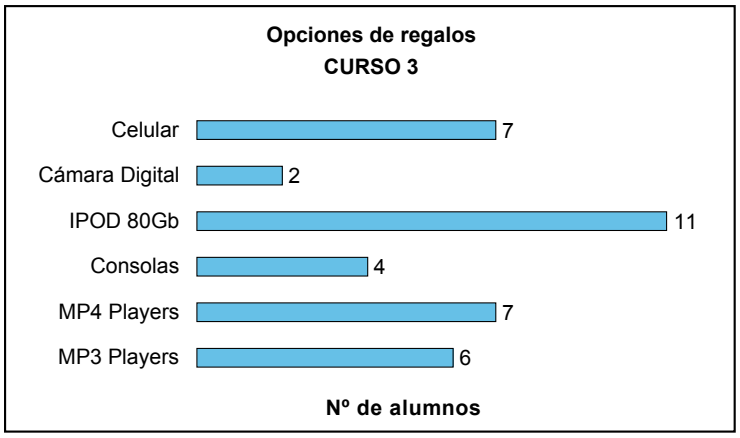
## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

En los siguientes gráficos se muestra la información recolectada al aplicar una encuesta a estudiantes de 3 cursos distintos, sobre qué regalo prefieren para esta Navidad. Cada alumno eligió una opción de regalo.



# Anexo

## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

1. ¿En qué curso es más probable que un estudiante prefiera una cámara digital como regalo? Muestra tus cálculos y explica claramente tu respuesta.

## Anexo

### Nivel 4 / Tareas Aplicadas

2. Dada la siguiente pregunta: ¿Cuántos alumnos prefieren el iPod como regalo?

   Con la información que entregan los gráficos, ¿para cuál o cuáles cursos puede ser respondida la pregunta anterior? Explica claramente por qué.

# Anexo

## Nivel 4 / Tareas Aplicadas

3. Construye **un gráfico** donde se registren las preferencias para los regalos: “MP4” y “Celular”. Las otras preferencias no se consideran. Ese único gráfico debe contener la información de los tres cursos. Es decir, el gráfico debe mostrar claramente una comparación de las preferencias respecto a las opciones “MP4” y “Celular”.

4. Explica por qué elegiste y construiste ese tipo de gráfico y **no otro**.

## Anexo

### Nivel 5 / Tareas Aplicadas

**Situación 1**

María y Pedro participan en un juego, donde cada uno debe extraer dos bolitas de la siguiente manera: saca la primera, sin devolverla a la urna, luego saca la segunda.

En la urna hay 4 bolitas azules, 2 blancas y 3 rojas.

1. Calcula la probabilidad de extraer dos bolitas azules. Anota todos tus cálculos.

2. Calcula la probabilidad de extraer una bolita azul y una blanca. Anota todos tus cálculos.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

3. ¿Es cierto que la probabilidad de extraer dos bolitas rojas es menor que la probabilidad de extraer dos blancas? Justifica tu respuesta, anotando todos tus cálculos.

4. En el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar. Justifica tu respuesta, anotando todos los cálculos.

## Anexo

### Nivel 5 / Tareas Aplicadas

**Situación 2**

Consiste en el mismo juego anterior, pero ahora la manera de extraer las dos bolitas es la siguiente: se saca la primera bolita, se devuelve a la urna, luego se saca la segunda.

1. En este nuevo escenario, la probabilidad de extraer dos bolitas azules ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta.

2. Acorde al nuevo juego, la probabilidad de extraer una bolita azul y una blanca ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta.

# Anexo

## Nivel 5 / Tareas Aplicadas

3. Recordemos que en el juego María gana si saca dos bolitas de distinto color, mientras que Pedro es ganador si extrae dos bolitas de igual color. Determina quién de los dos jugadores tiene más probabilidad de ganar, de acuerdo a la nueva regla del juego. Justifica tu respuesta y compara los resultados con la situación 1.

# Anexo

## Nivel 6 / Tareas Aplicadas

**"Cartas y probabilidades"**[2]

Piensa en el siguiente problema:

Se tiene un cierto número de cartas, donde el 60% de ellas son rojas y de éstas la mitad tienen figuras. El resto de las cartas son blancas y de ellas tres cuartos tienen figuras. El experimento consiste en sacar una carta al azar.

¿Cuál de los siguientes eventos es más probable?

a. Que la carta sea roja.
b. Que la carta sea roja y tenga figura.
c. Que la carta sea roja, si es que se escoge desde las cartas que tienen figuras.

Escribe todos tus cálculos y justifica tu respuesta.

2 Adaptado del texto "Otro paso en el estudio de las probabilidades" 3º Medio. Material del Estudiante. Centro Comenius USACH. Proyecto Enlaces Matemática, 2006.

# Mapas de Progreso del Aprendizaje

GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN