

Enseñanza de las matemáticas en tiempo de confinamiento: planificación de las clases postpandemia

Teaching mathematics in confinement time: planning
for post-pandemic instructions

Enseigner les mathématiques en période de confinement:
planification des cours post-pandémique

Juan Luis Piñeiro G & Claudia Vásquez Ortiz

juanluis.pineiro@umce.cl, cavasque@uc.cl

RESUMEN

La enseñanza de las matemáticas es un fenómeno complejo por naturaleza y que la pandemia COVID-19 ha acrecentado. Las características de clases realizadas en confinamiento y la priorización curricular realizada por el Ministerio de Educación de Chile hacen necesario herramientas que permitan evaluar la enseñanza durante este tiempo con el fin de fortalecer los aprendizajes de los estudiantes. A través de una revisión de las dimensiones que caracterizan la calidad de la enseñanza de las matemáticas. Identificamos cuatro elementos comunes (matemáticas usadas en la clase, metas, clases y evaluación). La descripción de estos elementos mediante preguntas supone un insumo para evaluar las clases de matemáticas realizadas en este año académico tan particular. Concluimos que las características del sistema educativo chileno hacen necesario que la evaluación de las clases de matemáticas además sea realizada desde la perspectiva de cómo el mismo sistema educativo proveyó las condiciones a los profesores para realizar una enseñanza de calidad.

Palabras claves: educación, educación remota, calidad de la educación, eficacia del docente

ABSTRACT

The teaching of mathematics is a complex phenomenon by nature and one that the COVID-19 pandemic has increased. Classes' features or the characteristics of classes held in confinement and the curricular prioritization carried out by the Ministry of Education, make necessary tools that allow evaluating teaching during this time, to improve, strengthen the learning of students. Through a review of the dimensions that

characterize the quality of mathematics teaching, we identified four common elements (math used in class, goals, classes, and assessment). The description of these elements through questions is an input to evaluate the mathematics classes carried out in this very particular academic year. We conclude that the characteristics of the Chilean educational system make it necessary for the evaluation of mathematics classes to also be carried out from the perspective of how the educational system itself provided the conditions for teachers to carry out the quality teaching.

Key words: education, distance or remote education, quality of education, teacher effectiveness

RÉSUMÉ

L'enseignement des mathématiques est un phénomène complexe par nature et que la pandémie COVID-19 a augmenté. Les caractéristiques des classes tenues en confinement et la priorisation des programmes effectuée par le Ministère de l'Éducation, rendent les outils nécessaires qui permettent d'évaluer l'enseignement pendant cette période, afin d'améliorer, de renforcer l'apprentissage des élèves. En examinant les dimensions qui caractérisent la qualité de l'enseignement des mathématiques, nous avons identifié quatre éléments communs (mathématiques utilisées en classe, objectifs, classes et évaluation). La description de ces éléments à travers des questions est une entrée pour évaluer les cours de mathématiques dispensés dans cette année académique très particulière. Nous concluons que les caractéristiques du système éducatif chilien rendent nécessaire l'évaluation des cours de mathématiques aussi du point de vue de la manière dont le système éducatif lui-même a fourni les conditions pour que les enseignants puissent dispenser un enseignement de qualité.

Mots clés: éducation, enseignement à distance, qualité de l'enseignement, efficacité de l'enseignant

Introducción

La enseñanza de las matemáticas es considerada una tarea compleja que implica la toma de decisiones en la que intervienen diferentes conocimientos (Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2018). Por una parte, el profesor que enseña matemáticas debe ser capaz de tomar decisiones a partir del conocimiento que sostiene y también una información adecuada de la situación en la que realizará alguna acción (Llinares, 2016). Para ilustrar esta complejidad, observemos una tarea que es usualmente utilizada en manuales para profesores de Educación Primaria: *Un granjero estaba contando sus patos y ovejas. Contó 10 cabezas y 26 patas en total, ¿cuántos patos y ovejas tiene?* Su utilización en el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes implica en el docente un conocimiento profundo sobre las matemáticas imbricadas en él. Por tanto, es necesario considerar al mismo tiempo, las diferencias entre los conceptos (saber) y los procesos (hacer) (NCTM, 2000). Retomando el ejemplo, por una parte, el profesor necesita conocimiento sobre qué algoritmos usar o cómo hacerlo de manera eficiente, qué estrategias de cálculo mental o representaciones son posibles, o un conocimiento profundo del sistema de numeración decimal y cómo afectan el aprendizaje de los algoritmos, entre otros. Por otro lado, se hace necesario un conocimiento del profesor que no se relaciona directamente con la matemática del problema, sino con la condición del problema para los estudiantes y su proceso de resolución.

Específicamente, utilizar este problema en una situación de enseñanza requiere conocimientos sobre:

- El *problema*, es decir, sobre las matemáticas que subyacen, sobre sus características, a qué tipo corresponde, sus características de formato, en qué medida puede ser un problema para sus estudiantes, etc.
- La *resolución del problema*. Es bastante obvio pensar en las fases que requeriría resolverlo, comprender qué significa cada dato, cómo se

relacionan, etc. Pero, además, encontramos conocimientos sobre las posibles estrategias que acepta: una algebraica, planteando una ecuación del tipo $P+O=10$ y $2P+4O=26$, o bien tanteando con diferentes cantidades de cada animal, o incluso tablas que organicen la cantidad de animales con sus patas y cabezas. También es posible la utilización de diagramas que representen a los animales con sus patas y cabezas, etc.

- La *disposición* que debe generar en los estudiantes la tarea para que acepten del desafío de resolverla, como también las creencias que sostenga sobre qué es un problema y cómo se debe proceder.
- Los *errores* que puedan cometer los estudiantes, al considerar por ejemplo de forma separada las patas y las cabezas o sobrecontar alguna de las cantidades.
- Las *posibilidades* para el desarrollo de aspectos cognitivos como las diferentes estrategias y no cognitivos, como las creencias que los problemas pueden ser resueltos de formas diferentes o que la discusión de un problema es parte del aprendizaje.
- Los *cambios* que puedan realizarse en sus variables para hacerlo más difícil o fácil, ya sea en las cantidades involucradas, la relación entre las cantidades, etc.
- La *organización de la clase*, es decir, qué enfoque o vía de acceso se utilizará o dará énfasis (Schroeder y Lester, 1989). El problema presenta características que permiten discutir diferentes estrategias, por lo que una priorización del enfoque sobre la resolución de problemas parece más adecuada. Sin embargo, esta es una decisión que debe realizar el profesor en función de todas las variables que hemos mencionado.

Este listado, sin ser exhaustivo, hace notar la diversidad de conocimientos relacionados con la condición de problema de una tarea matemática, las decisiones que debe tomar el profesor o el discurso que debe potenciar en

la clase para que finalmente los estudiantes aprendan. En este sentido, la enseñanza de las matemáticas es compleja en tiempos regulares o *normales*, por tanto, es plausible pensar que la modalidad de educación remota — actualmente en curso producto de la pandemia— ha acrecentado esta característica. En este contexto, nos preguntamos ¿Qué mirar al evaluar la enseñanza remota de las matemáticas para planificar el retorno a clases postpandemia? Para responder, presentamos una revisión de indicadores que reporta la literatura sobre qué mirar en las clases de matemáticas. A través de su síntesis, sistematizamos criterios que desde nuestra perspectiva pueden resultar útiles para identificar fortalezas y debilidades de este curso académico. Así, estas ideas pueden iluminar sobre qué aspectos de la enseñanza de las matemáticas es necesario dar énfasis en el retorno a las clases postpandemia.

Contexto y antecedentes.

En Chile a mediados de marzo de 2020 las clases presenciales fueron paralizadas en los establecimientos educacionales producto de la COVID-19. Frente a lo cual el 16 de mayo de 2020 el Ministerio de Educación, presenta un currículum transitorio para la emergencia (Unidad de Currículum y Evaluación, 2020b) válido por dos años —2020 y 2021, pues considera la emergencia en el vigente año y la pos-emergencia. De esta manera, en marzo del año 2022 se espera poder retomar el currículum que se encontraba vigente hasta antes de esta pandemia (Ministerio de Educación, 2012, 2015, 2019). Esto con el propósito de priorizar los objetivos de aprendizaje (OA) y sectores de enseñanza del currículum vigente. Con este fin, se seleccionó un conjunto de objetivos esenciales proveniente —hasta antes de la pandemia— de las progresiones de aprendizaje de las directrices curriculares vigentes, proponiendo una ruta que organiza la enseñanza de manera flexible, de acuerdo con los siguientes criterios:

- ***Imprescindibles:*** se refiere a los OA que tienen un contenido que es fundamental para la construcción del conocimiento de cada asignatura. Bajo este criterio se busca responder a la pregunta ¿cuál es el aprendizaje fundamental que necesita desarrollar el estudiante para avanzar en los dominios de la asignatura?
- ***Integradores:*** se definen como aquellos OA que tienen un contenido necesario para otras áreas del conocimiento. Este criterio busca responder si ¿el objetivo permite al estudiante relacionar conocimientos de otras asignaturas o con otros ejes al interior de la misma asignatura?
- ***Significativos:*** entendidos como aquellos OA que tienen un contenido necesario para el desarrollo de la persona en la sociedad actual. Este criterio se basa principalmente en el uso frecuente y cotidiano del contenido, estos contenidos se caracterizan por ser necesarios para el día a día, es un conocimiento para la vida no necesariamente profesional. Por tanto, a través de este criterio se busca responder si ¿el objetivo permite al estudiante adaptarse activamente a la sociedad?

Así, en función de la reducción del tiempo lectivo producto del cierre de los establecimientos educativos y de los criterios antes expuestos, el Ministerio de Educación define dos niveles de priorización:

- ***Nivel 1:*** considera aquellos OA que son terminales del año y esenciales, es decir, imprescindibles para continuar el aprendizaje del año siguiente;
- ***Nivel 2:*** estos OA permiten complementar los OA imprescindibles, y son considerados altamente integradores y significativos puesto que permiten generar aprendizajes para integrarse como sujetos activos frente a los desafíos sociales, así como desarrollar aprendizajes integradores para transitar por distintas áreas del conocimiento.

A través de este currículum para la emergencia, se busca mitigar el impacto de la pandemia de la COVID-19 en la educación. En este sentido, dicha priorización es entendida como “un marco de actuación pedagógica, que define objetivos de aprendizaje, secuenciados y adecuados a la edad de los estudiantes, procurando que puedan ser cumplidos con el máximo de realización posible en las circunstancias en que se encuentra el país” (Unidad de Currículum y Evaluación, 2020b, p. 6).

Uno de los principales propósitos de este currículum para la emergencia es resguardar que no aumenten de forma desmedida la brecha y las desigualdades educacionales ya existentes en el país, y que se podrían ver fuertemente impactadas por las brechas digitales que en el escenario actual se han convertido en un nuevo espacio de aprendizaje (Propuestas Educación Mesa Social Covid-19, 2020). En este sentido, es necesario proporcionar andamios al profesorado que les permitan hacer frente a la implementación de la priorización curricular en el escenario de educación remota producto de la pandemia de la COVID-19, y andamios para enfrentar el retorno a las clases presenciales, así como en el retorno al currículum que se encontraba vigente hasta antes de la pandemia. Sobre todo, si consideramos los resultados de la recientemente aplicada encuesta a nivel país La Mirada de los Docentes (Miradadocentes, 2020). En este estudio, queda en evidencia la necesidad de contar con orientaciones curriculares y estrategias pedagógicas para llevar a cabo el proceso de enseñanza bajo la modalidad de educación remota. De igual manera queda de manifiesto que dentro de las mayores preocupaciones de los docentes respecto del proceso de enseñanza y aprendizaje, se encuentra la poca autonomía de los estudiantes que podría interferir en los resultados de aprendizaje bajo esta modalidad.

En lo que respecta a la priorización para la asignatura de matemática (Unidad de Currículum y Evaluación, 2020a), ésta se organizó para mantener un equilibrio entre los distintos ejes temáticos que la vertebran —números, álgebra y funciones, geometría y medición, estadística y probabilidad. De esta forma, se espera que el estudiante pueda construir

el conocimiento básico, y a la vez desarrollar las habilidades propias de la disciplina —resolver problemas, argumentar, comunicar, modelar, representar— fundamentales para los ciudadanos del siglo XXI, necesarias para comprender, usar y valorar la matemática en diferentes contextos, es decir, desarrollar competencia matemática que le permita desenvolverse en la sociedad actual (NCTM, 2000).

Desde esta perspectiva, la matemática es concebida como una asignatura que:

Ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas necesarias para desenvolverse en la vida cotidiana. Comprender matemática y aplicar los conocimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos. Saber matemática crea oportunidades tanto de estudios, como en la ampliación laboral y enriquece la toma de decisiones, considerando datos y proposiciones matemáticas. La asignatura busca desarrollar de forma integral el pensamiento matemático de los estudiantes, para esto requiere de habilidades, conocimientos matemáticos y actitudes (Unidad de Curriculum y Evaluación, 2020b, p. 7).

En este sentido resulta de interés preguntarse qué fue lo que se priorizó en los distintos ejes temáticos tanto en educación básica como en educación media. Las figuras 1 y 2 muestran los porcentajes de OA priorizados para la asignatura de matemáticas para los distintos ejes temáticos. Cabe señalar que para efectos de comparación en educación básica hemos fusionado los ejes de medición y geometría.

Gráfico 1.

Objetivos de aprendizaje priorizados para la asignatura de matemática en educación básica.

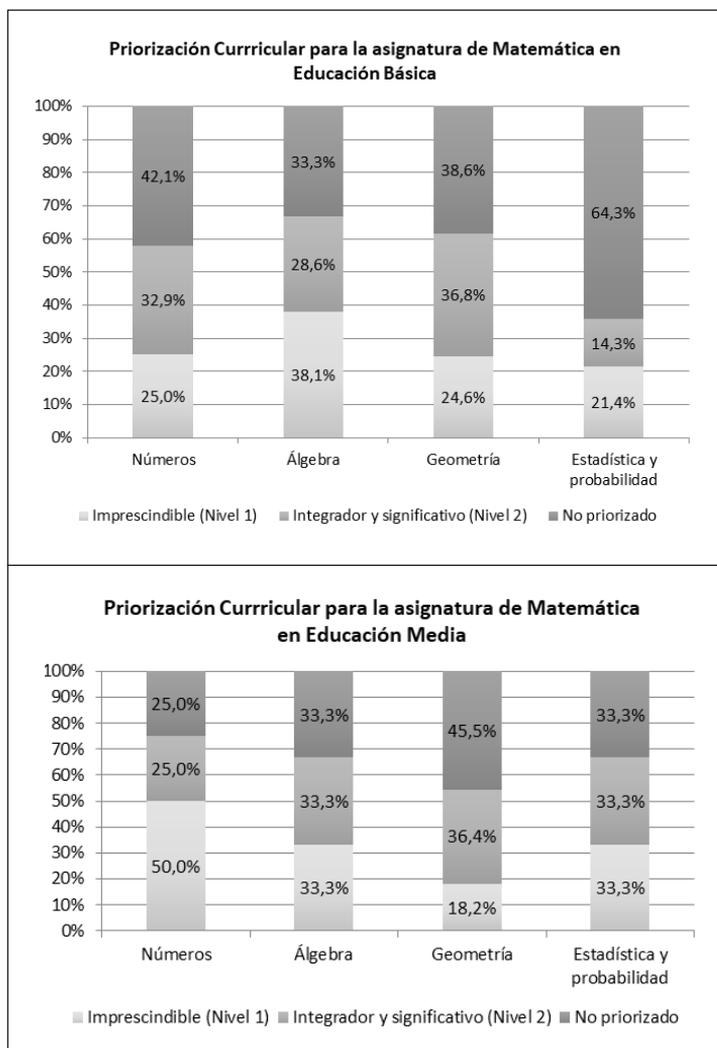


Gráfico 2.

Objetivos de aprendizaje priorizados para la asignatura de matemática en educación media.

La priorización curricular deja en evidencia una drástica reducción de los OA vinculados al eje de estadística y probabilidad en el caso de la educación básica, y del eje de geometría en el caso de la educación media. Este hecho es una señal de alerta, puesto que la asignatura de matemática juega un rol fundamental en la comprensión de esta pandemia. En este sentido, en este último tiempo nos hemos visto enfrentados a la urgente necesidad de contar con una educación que: a) impulse un pensamiento crítico que permita una toma de decisiones informada; y b) que estimule la generación de cambios de comportamiento en las personas. Bajo estos supuestos, es esperable que las personas actúen a favor de fomentar una cultura de respeto a las normas sanitarias y el autocuidado, que contribuya de alguna manera a mitigar los efectos de diversa índole producto de la pandemia de la COVID-19. Por tanto es imperativo que en la asignatura de matemática se desarrollen OA que permitan realizar interpretaciones y análisis adecuados para la toma de decisiones, así como para discriminar entre aquella información no relevante o que no se ha comunicado adecuadamente (Vásquez, Ruz, et al., 2020).

¿Qué mirar en una clase de matemáticas?

Una perspectiva que permite mirar las clases es la idea de calidad. La UNICEF (2000, p. 4) define calidad incluyendo:

- *Estudiantes que están sanos, bien nutridos y listos para participar y aprender, y apoyados en el aprendizaje por sus familias y comunidades;*
- *Ambientes saludables, seguros, protectores y sensibles al género, y que proporcionen recursos e instalaciones adecuadas;*
- *Contenidos, reflejados en los planes de estudio y materiales, pertinentes para la adquisición de habilidades básicas, especialmente en las áreas de alfabetización, competencia matemática y habilidades para la vida, y conocimientos en áreas tales como género, salud, nutrición, prevención del VIH / SIDA y paz;*

- *Procesos a través de los cuales profesores capacitados utilizan enfoques de enseñanza centrados en el niño, en aulas y escuelas bien administradas y evaluaciones pertinentes para facilitar el aprendizaje y reducir las disparidades;*
- *Resultados que abarcan conocimientos, habilidades y actitudes, y están vinculados a los objetivos nacionales de educación y participación positiva en la sociedad.*

Si bien estas características dependen del sistema educativo en su conjunto y definen calidad en términos generales, han sido la base para que la investigación en los diferentes campos del saber mire los salones donde se enseña el conocimiento disciplinar que les atañe.

Particularmente, en educación matemática se han realizado diferentes esfuerzos por desarrollar criterios y pautas que permitan observar clases de matemáticas (Anthony y Walshaw, 2009; Hill et al., 2008; Martínez, 2018; NCTM, 2014; Schlesinger et al., 2018; Schoenfeld, 2013; Vásquez, Alsina, et al., 2020). Sin embargo, las circunstancias que ha supuesto la pandemia de la COVID-19 hacen necesario una remirada a estas recomendaciones y pautas. Esto debido a que, por ejemplo, un supuesto que puede inferirse de la coyuntura a la que los profesores se han enfrentado tiene relación con un alto monitoreo del aprendizaje durante estos meses de educación remota. Esto debido a que, al no tener contacto directo con sus estudiantes, deben realizar monitoreos personalizados de los trabajos propuestos. Sin embargo, las dificultades de conexión a internet o la poca alfabetización digital pueden haber provocado que la comunicación en y sobre las matemáticas quede relegada. Por tanto, nos preguntamos ¿cómo evaluar la gestión de enseñanza realizada en los meses de confinamiento desde la perspectiva del profesor?, y consecuentemente ¿qué aspectos de la educación matemática deberán ser foco de atención una vez superada la pandemia? Para responder a estas preguntas, acudimos a una revisión de criterios que puedan ser de utilidad a los profesores.

Criterios en la enseñanza de las matemáticas de calidad

En general, el planteamiento de las perspectivas sobre calidad de las clases de matemáticas ha sido desarrollado bajo la premisa de buscar una mejor comprensión de lo que sucede efectivamente en las salas de clases con indicadores observables. Subyace a esta premisa una preocupación por acompañar efectivamente a los docentes en su práctica pedagógica. Entre las diferentes propuestas que se han realizado en educación matemática encontramos perspectivas con un carácter teórico, en el sentido que proponen principios que deberían cumplirse en una clase de matemáticas; otras propuestas que se han desarrollado desde las prácticas docentes, y por supuesto, también híbridas.

En este trabajo realizamos una selección de dimensiones o principios que den cuenta de la calidad de una clase de matemáticas. Concretamente, hemos seleccionado dos perspectivas que señalan principios sobre la calidad de las clases de matemáticas (Anthony y Walsh, 2019; NCTM, 2014) y tres marcos que dan origen a protocolos de observación de clases de matemáticas (Hill et al., 2008; Schlesinger et al., 2018; Schoenfeld, 2013, 2014). Esta selección se ha realizado tomando en consideración las fortalezas y debilidades del análisis de diferentes marcos de observación de la calidad de las clases de matemáticas (Praetorius y Charalambous, 2018) y que a nuestro parecer abarcan la mayor cantidad de elementos o mencionan elementos imprescindibles.

Un primer ejemplo es el de Anthony y Walshaw (2009) que proponen una serie de principios de lo que ellas denominan *Pedagogía efectiva en matemáticas*. Esta perspectiva entiende la pedagogía en matemáticas como: a) un derecho de todos; b) para la que todos tienen potencial; c) en la que debe respetarse la diversidad de las aulas; d) debe fomentar el desarrollo de la competencia matemática; y e) debe tener un compromiso por el desarrollo integral de los estudiantes. Desde esta concepción, las autoras plantean 10 principios que comprende una enseñanza efectiva:

- Entender la enseñanza de las matemáticas como una ética del cuidado. Esto en el sentido de que se creen comunidades de aprendizaje —construidas en base a la confianza— en las salas de clases en las que se enseña matemáticas. Se espera que estas comunidades estén centradas en objetivos matemáticos potentes que fomenten el desarrollo de las identidades y competencias matemáticas de los estudiantes, y donde existen expectativas altas y realistas.
- Se debe organizar el aprendizaje y procurar brindar a los estudiantes oportunidades para trabajar tanto de forma independiente como colaborativa para dar sentido a las ideas, dando tiempo para pensar independientemente o discutiendo con toda la clase, o en parejas o pequeños grupos.
- Los profesores deben construir sobre el pensamiento de los estudiantes, planificando experiencias de aprendizaje de las matemáticas que permitan a los estudiantes desarrollar sus competencias, intereses y experiencias. Particularmente, se debe procurar conectar el aprendizaje con lo que piensan los estudiantes, proporcionando desafíos adecuados a sus habilidades y usar los errores y dificultades para desarrollar aprendizajes.
- Debe existir un uso de tareas matemáticas que merezcan la pena. Es decir, los profesores deben comprender que las tareas y los ejemplos que seleccionan influyen en cómo los estudiantes ven, desarrollan, usan y dan sentido a las matemáticas. Por tanto, las tareas deben provocar un uso significativo de las matemáticas, tanto bien si resuelven problemas como cuando practican.
- Se debe ayudar a los estudiantes a crear conexiones entre diferentes formas de resolver problemas, entre representaciones y temas matemáticos, y entre las matemáticas y las experiencias cotidianas.

- La evaluación debe ser concebida para el aprendizaje. Los profesores deben utilizar una variedad de prácticas de evaluación para hacer visible el pensamiento de los estudiantes y para apoyar su aprendizaje. Para ello, se debe explorar el razonamiento de los estudiantes y probar su comprensión, haciendo buenas preguntas y dando una realimentación adecuada y pertinente. Asimismo, se debe promover la autoevaluación y coevaluación.
- Los profesores deben facilitar el diálogo en el aula y centrarlo en la argumentación matemática. Para ello, se debe proporcionar andamiaje a las formas matemáticas de hablar y pensar.
- Los profesores deben dar forma al lenguaje matemático modelando términos y comunicando su significado de manera que los estudiantes los comprendan. Es decir, debe existir una instrucción explícita del lenguaje matemático, teniendo en consideración la diversidad de lenguajes y lenguas existentes en la sala de clases.
- Los profesores deben seleccionar cuidadosamente los materiales y representaciones para brindar apoyo al pensamiento de los estudiantes. Es importante que se permita a los estudiantes pensar usando materiales y que pueda comunicar sus ideas apoyándose en ellos.
- Se deben crear las instancias y fomentar en los profesores un desarrollo y uso de sus conocimientos como base para iniciar el aprendizaje y responder a las necesidades matemáticas de todos sus estudiantes. Concretamente, se debe cuidar el conocimiento del profesor relativo al contenido, al contenido pedagógico y al conocimiento docente en acción.

Por su parte, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas estadounidense (NCTM por sus siglas en inglés) propone una serie de

principios (NCTM, 2014) que resumen su popular propuesta curricular (NCTM, 2000). Los principios propuestos:

describen las condiciones, las estructuras y las políticas que han de darse para que los estudiantes aprendan. Aborda los elementos esenciales de la enseñanza y el aprendizaje, del acceso y la equidad, del currículo, así como de aspectos tales como las herramientas y la tecnología, la evaluación y la profesionalización. Por último, sugiere acciones específicas que los maestros y las partes interesadas necesitan ejecutar con el objeto de culminar nuestro propósito compartido de garantizar el éxito de todos en las matemáticas (NCTM, 2014, p. 7).

En este documento se describen ocho prácticas matemáticas eficaces que los profesores deben promover:

- Establecer metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje, es decir, el profesor plantea sus objetivos de forma que se adecuan al desarrollo de los aprendizajes y usa este último como guía para las decisiones de continuación de la enseñanza.
- Implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas en las que los estudiantes exploran y los profesores apoyan sin dar las respuestas, sino que alientan el uso de diferentes enfoques y estrategias. Concretamente, las tareas que se diseñan o seleccionan deben brindar: oportunidades de exploración e indagación, que amplíen la comprensión matemática; oportunidades de usar variados materiales y representaciones; un alto nivel de exigencia cognitiva por parte de los estudiantes.
- Usar y vincular las representaciones matemáticas para promover que los estudiantes establezcan conexiones entre diferentes representaciones matemáticas para profundizar el entendimiento de conceptos y procedimientos, así como para concebir a ambos como herramientas para la resolución de problemas. Esto significa

que se debe otorgar el tiempo necesario a estas actividades, centrando la atención en las matemáticas subyacentes y su estructura y cómo las representaciones y materiales ayudan a comprenderlas.

- Favorecer un discurso matemático significativo, promoviendo el diálogo entre los estudiantes a fin de que puedan construir una comprensión compartida de las ideas matemáticas, a través del análisis y la comparación de sus enfoques y argumentos. Para ello, se debe comprometer a los estudiantes en esta tarea, facilitando instancias de análisis y discusión en los que se hagan conexiones explícitas entre sus enfoques y su razonamiento.

- Plantear preguntas deliberadas para evaluar y mejorar el razonamiento del estudiante y para que le dé sentido a ideas y relaciones matemáticas importantes. Por tanto, se espera que se otorgue el tiempo suficiente para que se hagan preguntas que no encausen al propio enfoque del profesor, sino preguntas que exploran el pensamiento y promueven la explicación y justificación del estudiante, haciendo explícitas las matemáticas y cómo acceder a ellas.

- Elaborar la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual, de manera que los estudiantes, con el tiempo, se vuelvan hábiles en el empleo flexible de procedimientos, a medida que resuelven problemas contextuales y matemáticos. Por ello, se espera los estudiantes utilicen sus propias estrategias de razonamiento, que analicen por qué funcionan, cómo se relacionan con otros procedimientos formales más eficientes, y modelándolos visualmente. Asimismo, se espera que las oportunidades de practicar procedimientos se realicen en forma dosificada.

- Favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas, brindando consistentemente a los estudiantes, de

manera individual y colectiva, las oportunidades y los apoyos necesarios para que se involucren en esfuerzos productivos a medida que abordan ideas y relaciones matemáticas. Específicamente, se espera que los profesores anticipen las dificultades de sus estudiantes con el fin de estar preparados para que su esfuerzo sea productivo, brindando tareas y preguntas, haciéndolos conscientes de lo intrínseco de los errores y la confusión en el aprendizaje y reforzando los esfuerzos y la perseverancia.

- Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes para evaluar el progreso en la comprensión matemática y para adecuar continuamente la enseñanza en formas que apoye y extienda el aprendizaje. Esto se traduce en identificar, analizar e interpretar qué se considera una evidencia de avance, para tomar decisiones reflexionadas.

Respecto a las dimensiones de protocolos de observación de clases, el primero que hemos seleccionado es el del grupo de investigación dirigido por Schoenfeld (2013, 2014, 2020). Este grupo desarrolla el marco TRU MATH (Teaching for Robust Understanding Mathematics) que identifica cinco dimensiones: a) el contenido matemático; b) la demanda cognitiva; c) el acceso equitativo; d) compromiso, apropiamiento e identidad; y e) la evaluación formativa. Mediante una serie de revisiones de la literatura se identificaron ciertos aspectos de las aulas de matemáticas que promueven aprendizajes que fueron la base que desarrollan las dimensiones que mostramos a continuación. Estas dimensiones tratan de aspectos del entorno del aula y que se han considerado importantes en la literatura. Así, las dimensiones nombran un aspecto de la práctica en el aula que es significativo y reconocible. Además, se ha construido una rúbrica que muestra los diferentes niveles en que estas dimensiones pueden ser observadas en las aulas. Las categorías se superponen en algunos aspectos, pero cada una tiene entidad propia y fueron desarrolladas para que puedan ser focos de desarrollo profesional. Las dimensiones de este marco son (Schoenfeld, 2014, p. 407):

- Las matemáticas: el grado en el que las matemáticas discutidas en la clase están enfocadas y son coherentes, y hasta qué punto se abordan y explican las conexiones entre procedimientos, conceptos y contextos —cuando sea apropiado.
- Demanda cognitiva: la medida en que las interacciones en el aula crean y mantienen un entorno de desafío intelectual productivo que favorece el desarrollo matemático de los estudiantes.
- Acceso equitativo al contenido: la medida en que las estructuras de las actividades del aula invitan y apoyan la participación de todos los estudiantes con las matemáticas que se abordan.
- Acción, responsabilidad e identidad: el grado en que los estudiantes tienen oportunidades para conjeturar, explicar, hacer argumentos matemáticos y construir sobre las ideas de los demás de manera que contribuyan al desarrollo de su capacidad y voluntad de participar matemáticamente en clases, apropiamiento del contenido, lo que resulta en identidades positivas como hacedores de matemáticas.
- Usos de la evaluación: la medida en que se evidencia el pensamiento del estudiante y se utiliza para construir aprendizajes productivos o abordando malentendidos emergentes.

En esta misma línea, Schlesinger y colaboradores (2018) a partir de una revisión de los instrumentos de observación de aulas existentes y tomando en consideración el contexto de aula de habla germana, desarrollan descripciones específicas de la calidad de la enseñanza por áreas, que pueden ser divididas empíricamente en dos dimensiones: una relativa al contenido y otra a la enseñanza. La primera dimensión relativa al contenido matemático se centra en la calidad de la enseñanza relacionada con la corrección matemática y su profundidad. Los autores asumen que los estudiantes solo pueden aprender de manera efectiva

si el contenido matemático se presenta de manera correcta y cubre no solo aspectos matemáticos superficiales, sino que una matemática significativa y profunda, con un uso correcto del lenguaje asociado. Esta dimensión se ha operacionalizado de la siguiente manera:

- Hacer frente a los errores matemáticos de los estudiantes, analizando las dificultades y conceptos erróneos de estos y usándolos como una oportunidad para aprender.
- La revisión matemática del profesor es correcta sin cometer errores relacionados con el contenido y ser impreciso.
- Las explicaciones del profesor están bien estructuradas, son precisas y se centran en aspectos matemáticos fundamentales.
- Profundidad matemática de la lección propiciando generalizaciones, conexiones matemáticas y posibilidades para estructurar el contenido matemático.
- El profesor brinda la oportunidad de lidiar con procesos matemáticos como la resolución de problemas, el modelado o el razonamiento y la demostración que fomenten y desarrollen la competencia matemática de los estudiantes.

Respecto a la segunda dimensión relativa a la enseñanza, esta se relaciona con que el contenido matemático se presente de una manera que sea accesible para los estudiantes. Se asume que los estudiantes solo pueden aprender de manera efectiva y estar motivados si el contenido matemático de la clase es accesible e interesante para ellos. Por tanto, es necesario que se utilicen diferentes perspectivas y representaciones para apoyar a los estudiantes en sus procesos de aprendizaje y que los ejemplos y tareas utilizados sean adecuados para el contenido matemático, dando sentido a lo que están aprendiendo. Esta dimensión se operacionaliza de la siguiente manera:

- Uso de múltiples representaciones dentro de la clase e ilustrando la relación entre ellas para facilitar el acceso de los estudiantes al contenido *matemático*.
- Práctica deliberada, es decir que el enfoque de la clase o partes de la clase son prácticas, así como ejercicios que proporcionan oportunidades para explorar, reflexionar y autoconocerse como matemático.
- Ejemplos matemáticos apropiados, elegidos para centrarse en ideas matemáticas fundamentales que sean apropiados para los estudiantes.
- Relevancia de las matemáticas para los estudiantes, haciéndola explícita a través de conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes para que puedan aportar su propia experiencia e intereses.

Por último, el grupo de investigación liderado por Deborah Ball, y que ha desarrollado el marco *Conocimiento matemático para la enseñanza* (Ball et al., 2008) (MKT por sus siglas en inglés), indagó en las conexiones existentes entre el nivel de conocimiento del profesor y la calidad de la enseñanza. De este trabajo surgen dimensiones que describirían la calidad de la enseñanza de las clases de matemáticas o Mathematical Quality of Instruction (MQI) (Hill et al., 2008). Este grupo, basándose en una revisión de la literatura y su propia investigación sobre el conocimiento del profesor, identifican cinco temas clave relativos a la calidad de la enseñanza: errores, responder a los estudiantes de manera inapropiada, la conexión del trabajo en el aula con las matemáticas, la riqueza de las matemáticas y la respuesta adecuada a los estudiantes. Estos temas son propuestos desde la perspectiva de qué déficits y oportunidades presentes en las clases de matemáticas podrían explicar la calidad de la enseñanza. Los elementos o temas que caracterizan al MQI (Hill et al., 2008, p. 437) son:

- Errores matemáticos: se refiere la presencia de errores procedimentales, lingüísticos, de representación u otros errores matemáticos en la enseñanza.
- Responder a los estudiantes de manera inapropiada: o el grado en que el profesor malinterpreta o, en el caso de un malentendido del estudiante, no responde a lo que expresa el estudiante.
- Conectar la práctica en el aula con las matemáticas: o el grado en el que la práctica en el aula está conectada con ideas y procedimientos matemáticos importantes y valiosos en lugar de un enfoque no matemático, como la gestión del aula, o actividades que no requieren pensamiento matemático, como los estudiantes que siguen instrucciones para cortar, colorear y pegar, pero sin conexiones obvias entre estas actividades y los significados matemáticos.
- La riqueza de las matemáticas: o el uso de múltiples representaciones, la vinculación entre representaciones, la explicación y justificación matemática, y la claridad en torno a prácticas matemáticas como la prueba y el razonamiento.
- Lenguaje matemático: o la precisión del lenguaje matemático en la enseñanza, el uso del lenguaje para transmitir claramente ideas matemáticas, así como cualquier discusión explícita sobre el uso del lenguaje matemático.

En general, las diversas caracterizaciones sobre lo que se entiende por clases de matemáticas de calidad presentan numerosas coincidencias. La riqueza de las ideas matemáticas involucradas en las tareas presentadas a los estudiantes es una idea que es posible encontrar en todas las concepciones ligadas a la calidad de la enseñanza en clases de matemáticas. Como síntesis de todas ellas, una clase de matemáticas de calidad debe considerar al menos las cuatro siguientes características:

- Las matemáticas que se tratan en las clases son importantes en el sentido que promueven la competencia de los estudiantes, traducido en tareas que les permiten explorar, analizar, razonar, explicar a otros y justificar sus estrategias, usando múltiples representaciones o materiales y haciendo conexiones.
- Las metas de la clase están enfocadas en el aprendizaje, utilizando los errores de los estudiantes y desafiándolos mediante preguntas o ejemplos que les permiten corregirse para avanzar.
- Las clases están organizadas para que los estudiantes tengan tiempos de trabajo individual y colectivo en el que desarrollen su pensamiento a través de trabajo matemático, en los que puedan usar un lenguaje matemático preciso en instancias de diálogo productivo.
- La evaluación de los aprendizajes guía los procesos de enseñanza a través de las evidencias del pensamiento de los estudiantes mientras hacen matemáticas, en prácticas deliberadas y dosificadas que apoyan al desarrollo conceptual.

La evaluación de las clases de matemáticas en tiempo de confinamiento

Para concretizar nuestros planteamientos, utilizaremos a modo de ejemplo un objetivo de aprendizaje (OA) priorizado de 4º año de educación básica y un OA de III año de educación media en los que a través de preguntas concretas buscamos indagar en la calidad de su implementación.

El objetivo de 4º año de educación básica corresponde al eje de números y operaciones (Unidad de Currículum y Evaluación, 2020, p. 15):

Demostrar que comprenden la multiplicación de números de tres dígitos por números de un dígito: usando estrategias con o sin material concreto; utilizando las tablas de multiplicación; estimando productos; usando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma; aplicando el algoritmo de la multiplicación; resolviendo problemas rutinarios.

El OA de III año de educación media corresponde al eje de estadística y probabilidades (Unidad de Currículum y Evaluación, 2020, p. 31):

Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

Las preguntas planteadas no pretenden ser exhaustivas y son ejemplos para usarse con este y otros OA's de las Bases Curriculares. Para ello, las preguntas estarán organizadas de acuerdo con las cuatro características que sintetizan los principios de calidad presentes en la literatura.

Respecto a las matemáticas usadas en la clase:

- ¿Son las tareas planteadas realmente problemáticas para los estudiantes en el sentido que estos no tienen un camino conocido para resolverlas?
- ¿Son las tareas presentadas realmente problemáticas y no situaciones para aplicar procedimientos que ejemplifiqué?
- ¿Permití que los estudiantes resolvieran las tareas planteadas sin explicarles cómo resolverlas o la estrategia que debían utilizar?
- ¿Permití a los estudiantes que plantearan sus propias situaciones problemas?
- ¿Los estudiantes explicaban sus estrategias y el razonamiento que utilizaron para responder las tareas que les planteé?

- ¿Las tareas que les fueron planteadas a los estudiantes propiciaban que se usaran múltiples representaciones para su resolución?

- ¿Las tareas que les fueron planteadas propiciaban que los estudiantes realizaran conexiones con otros conceptos matemáticos, estrategias o la vida cotidiana para su resolución?

- ¿Las tareas que les fueron planteadas a los estudiantes propiciaban que se utilizaran materiales diversos para su resolución?

Respecto a las metas:

- ¿Los objetivos de las clases en que fue trabajado el OA reflejan los errores y dificultades que se presentaron en las clases previas?

- ¿Las preguntas y actividades planificadas fueron planteadas teniendo en cuenta los errores y dificultades de los estudiantes?

- ¿Las preguntas y actividades planificadas desafiaban a los estudiantes a reflexionar sobre sus errores y dificultades?

- ¿Los ejemplos planificados permitían a los estudiantes reflexionar sobre sus errores sin mostrarles las posibles respuestas?

- En perspectiva, ¿la secuencia de objetivos que abordan el OA muestran una progresión basada en como los estudiantes aprendían?

Respecto a las clases:

- ¿Tuvieron mis estudiantes tiempo suficiente de trabajo individual en las clases?

- ¿Tuvieron mis estudiantes tiempo para trabajar en parejas o en grupos pequeños durante las clases?

- ¿Tuvieron mis estudiantes la posibilidad de participar en debates colectivos con toda la clase?
- ¿Las clases estuvieron centradas en el trabajo matemático de los estudiantes?
- ¿Los estudiantes usaron lenguaje matemático preciso durante las clases?
- ¿Acompañé la ampliación del lenguaje matemático de los estudiantes durante las clases?
- ¿Las tareas y preguntas fomentaban el uso de un lenguaje matemático correcto?
- ¿Los estudiantes participaron en diálogos usando lenguaje matemático?

Respecto a la evaluación:

- ¿Obtuve evidencias del pensamiento de los estudiantes para tomar decisiones sobre las clases siguientes?
- ¿Planteé evaluaciones que permitían obtener información precisa y pertinente sobre cada estudiante?
- ¿Las tareas planteadas en las evaluaciones promovían un trabajo matemático efectivo?
- ¿Evalúe fluidez en los procedimientos de cálculo y comprensión conceptual de ellos?
- ¿Las prácticas de procedimientos apoyaban la comprensión conceptual de las matemáticas trabajadas en clases?

Si bien cada profesor podrá plantearse otras preguntas, creemos que estas recogen el espíritu de las características de una clase de calidad. En este sentido, suponen un insumo para que los profesores puedan reflexionar sobre sus propias clases realizadas durante el tiempo de educación remota. Asimismo, es importante destacar que estos criterios se desarrollan desde la perspectiva del profesor, y particularmente, de sus acciones en las clases de matemáticas. No obstante, es indispensable que para cualquier tipo de reflexión sobre la enseñanza se considere el aprendizaje de los estudiantes. Por tanto, será necesario velar por un regreso a la presencialidad bajo una modalidad *normal*, que se ajuste a las necesidades y particularidades de los estudiantes, que considere los aprendizajes alcanzados durante la enseñanza remota, así como los no alcanzados. De manera tal de proporcionar los andamios necesarios que permitan a los estudiantes alcanzar los aprendizajes necesarios acordes al nivel educativo en que se encuentren, lo que implica, por ejemplo, establecer rutinas de enseñanza diferenciadas al interior de un mismo grupo curso. En este sentido, las preguntas relativas a las metas tienen una doble función, evaluar la construcción de los aprendizajes y sistematizar los avances alcanzados por los estudiantes.

Reflexiones finales

La complejidad de las clases de matemáticas es reconocida por la comunidad de educadores matemáticos debido a que las relaciones entre profesor-estudiantes y estudiante-estudiante alrededor del contenido implican un número considerable de variables intervinientes. No obstante, una mirada a las conceptualizaciones de calidad reportados en la literatura puede ser de utilidad para reflexionar sobre la propia práctica docente. Particularmente, la priorización curricular, las características del sistema educativo, en especial sobre su capacidad para atender bajo la modalidad de educación remota a sus estudiantes, y la

pandemia COVID-19 son aspectos que nos obligan a mirar con mayor detención cómo se han realizado las clases de matemáticas. En este sentido, la revisión realizada a algunos principios y supuestos teóricos que dan origen a protocolos de observación relativos a calidad de la enseñanza de las matemáticas supone un insumo valioso para reflexión personal de cada docente. De esta manera podrá evaluar sus clases, identificando las debilidades y fortalezas para planificar el regreso a clases presenciales bajo una modalidad “normal” una vez superada la pandemia, cuando podamos retomar el currículum que se encontraba antes vigente (MINEDUC, 2012, 2016, 2019).

Ahora bien, el sistema educativo chileno y sus características hacen que los criterios que se han discutido en este trabajo no dependan solo del profesor. Por tanto, además de una reflexión personal de cada profesor que enseña matemáticas, la evaluación que realmente permita superar las limitaciones será la que realice la comunidad escolar en su conjunto. Desde nuestra perspectiva, la educación es una tarea colaborativa. En consecuencia, que el profesor que enseña matemáticas pueda llevar a las aulas estos criterios de calidad necesariamente supone que el sistema educativo, a través de la gestión de cada establecimiento, hayan otorgado el soporte necesario a cada profesor. Entonces, los criterios reseñados en este trabajo deben ser discutidos colectivamente desde la perspectiva de cómo el colegio proveyó las condiciones para que el profesor pudiese realizar clases de calidad bajo la modalidad de educación remota.

Finalmente, este trabajo pone de manifiesto la necesidad de investigación empírica sobre cómo se han realizado las clases de matemáticas durante el confinamiento. Particularmente, es necesario conocer las clases chilenas de matemáticas en confinamiento y los criterios aquí descritos pueden ser una forma de acercarse a ellas. Esta resultaría útil por dos elementos clave: informar a la formación docente de los déficits que presentan los profesores para enfrentar la educación a distancia, y en dar luz a qué aspectos serán claves de profundizar con las generaciones de estudiantes que sufrieron la priorización curricular. No obstante, creemos que esta investigación debe considerar la perspectiva del profesor para que la comprensión del fenómeno sea completa.

Referencias

- Anthony, G. y Walshaw, M. (2009). *Effective pedagogy in mathematics*. IAE.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). *The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L. y Ball, D. L. (2008). *Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511. <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>
- Llinares, S. (2016). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(15), 57-67.
- Martínez, M. V. (2018). *Class observation to enrich student thinking on mathematics inside the classroom*. En D. M. Gómez (Ed.), *Proceedings of the First PME Regional Conference: South America* (pp. 17-30). PME.
- Ministerio de Educación. (2012). *Bases curriculares Educación Básica*. Unidad de Curriculum y Evaluación.
- Ministerio de Educación. (2015). *Bases curriculares 7º básico a 2º medio*. Unidad de Curriculum y Evaluación.

- Ministerio de Educación. (2019). *Bases curriculares 3o y 4o medio*. Unidad de Curriculum y Evaluación.
- Miradadocentes. (2020). *Docencia durante la crisis sanitaria: la mirada de los docentes. ¿Cómo está abordando la educación remota los docentes de las escuelas y liceos de Chile en el contexto de crisis sanitaria?* http://www.miradadocentes.cl/Informe-de-resultados_Docencia_Crisis_Sanitaria.pdf
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.
- NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Autor.
- Praetorius, A.-K. y Charalambous, C. Y. (2018). Classroom observation frameworks for studying instructional quality: Looking back and looking forward. *ζDM*, 50(3), 535-553. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0946-0>
- Propuestas Educación Mesa Social COVID-19. (2020). *Didácticas para la proximidad: aprendiendo en tiempos de crisis*. <https://centre.uc.cl/wp-content/uploads/2020/07/informe-didactica-final.pdf>
- Schlesinger, L., Jentsch, A., Kaiser, G., König, J. y Blömeke, S. (2018). Subject-specific characteristics of instructional quality in mathematics education. *ζDM*, 50(3), 475-490. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0917-5>
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ζDM*, 45(4), 607-621. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0483-1>
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404-412. <https://doi.org/10.3102/0013189X14554450>

- Schoenfeld, A. H. (2020). Reframing teacher knowledge: A research and development agenda. *ZDM*, 52(2), 359-376. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01057-5>
- Schroeder, T. L. y Lester, F. K. (1989). *Developing understanding in mathematics via problem solving*. En P. R. Trafton y A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary mathematics*. 1989 yearbook (pp. 31-42). NCTM.
- UNICEF. (2000). *Defining equality in education*. Autor.
- Unidad de Curriculum y Evaluación. (2020a). *Fundamentación. Priorización curricular COVID-19*. Ministerio de Educación.
- Unidad de Curriculum y Evaluación. (2020b). *Priorización curricular COVID-19. Matemática 1o básico a 4o medio*. Ministerio de Educación.
- Vásquez, C., Alsina, Á., Pincheira, N., Gea, M. M. y Chandia, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 25-43. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2820>
- Vásquez, C., Ruz, F. y Martínez, M. V. (2020). Recursos virtuales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad: un aporte para la priorización curricular chilena frente a la pandemia de la COVID-19. *Tangram*, 3(2), 159-183.