UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

SIGNIFICACIÓN DEL PERÍMETRO DE UNA CIRCUNFERENCIA DESDE EL CÁLCULO DE ERATÓSTENES, A TRAVÉS DE LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA PARA ESTUDIANTES DE SÉPTIMO AÑO BÁSICO

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORA:

IVONNE FABIOLA BUSTAMANTE CALDERON

PROFESORA GUÍA:

TAMARA DEL VALLE CONTRERAS

SANTIAGO DE CHILE, SEPTIEMBRE DEL 2021

UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

SIGNIFICACIÓN DEL PERÍMETRO DE UNA CIRCUNFERENCIA DESDE EL CÁLCULO DE ERATÓSTENES, A TRAVÉS DE LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA PARA ESTUDIANTES DE SÉPTIMO AÑO BÁSICO

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTORA:

IVONNE FABIOLA BUSTAMANTE CALDERON

PROFESORA GUÍA:

TAMARA DEL VALLE CONTRERAS

SANTIAGO DE CHILE, SEPTIEMBRE DEL 2021

Bustamante, I. (2021). ***Significación del perímetro de una circunferencia desde el cálculo de Eratóstenes, a través de la teoría socioepistemológica para estudiantes de séptimo año básico.*** **(Tesina de Pregrado). Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile.**

"Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo, su autora."

Dedico esta tesina a:

Mi esposo, hermanas, cuñado, a mis amigos y amigas por la constante motivación y apoyo en este arduo camino que he elegido y a los profesores y las profesoras que marcaron mi formación inicial docente y por contribuir al profesional que aspiro ser.

A mis padres con afecto.

Agradecimientos

Agradezco principalmente a Dios, a Diego Meza, mi esposo, por acompañarme en todo este arduo camino universitario, por confiar en mí y nunca dejarme dar por vencida. A mis padres, Paola Calderón y Ramón Bustamante, por entregarme valores, enseñarme y por la dedicación y entrega que han tenido hacia mí. A mis hermanas, Alison Bustamante y Cristina Bustamante, por darme ese amor incondicional y estar conmigo en las buenas y en las malas. A mis amigos Ignacio, Scarlette, Job y Jessica, por ser una conexión con la realidad y fundamentales apoyos en situaciones difíciles de mi vida, consejeros de este camino que transitamos paso a paso, codo a codo.

Ivonne Fabiola Bustamante Calderón.

Tabla de Contenidos

RESUMEN

Esta investigación se sitúa en la escasa disponibilidad de material pedagógico en el área de geometría, específicamente, para la enseñanza significativa del perímetro de la circunferencia, sin caer en la memorización de una fórmula y con sugerencias de acción para el tratamiento del contenido y contextualización de las matemáticas.

Por lo anterior, es que esta investigación aborda la problemática con la elaboración de una situación de aprendizaje llamada "El perímetro de la línea del Ecuador", el cual, se construyó con base en el marco teórico de la socioepistemología y la información obtenida de los antecedentes recopilados sobre el cálculo realizado por el griego, Eratóstenes, sobre el perímetro de la tierra; cálculo que realiza el día del solsticio de verano, el cual, además, es conmemorado en nuestro país como el día de los pueblos originarios.

La implementación de la situación diseñada es analizada a través de, una ingeniería didáctica, lo que conlleva un análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori. Lo anterior, permite identificar la manera en que la situación de aprendizaje diseñada le otorga sentido de pertenencia al perímetro de la circunferencia.
PALABRAS CLAVES: Teoría socioepistemológica – Discurso matemático escolar – Perímetro – Geometría

ABSTRACT

This research is found in the scarce availability of pedagogical material in the area of geometry. Specifically, for the meaningful teaching of the perimeter of the circumference, without falling into the memorization of a formula and with action suggestions for the treatment of the content and contextualization of mathematics.

Therefore, this research addresses the problem with the development of a learning situation called "The perimeter of the Ecuador line." Which was built based on the theoretical framework of socio-epistemology and the information obtained from the background collected on the calculation made by the Greek, Eratosthenes, on the perimeter of the earth. Calculation carried out on the day of the summer solstice, which, in addition, is commemorated in our country as the day of the native people.

The implementation of the designed situation is analyzed through didactic engineering. Which entails a preliminary analysis, a priori analysis, experimentation and a posteriori analysis. This allows us to identify the way in which the designed learning situation gives a sense of belonging to the perimeter of the circumference.

KEY WORDS: Socioepistemological Theory - School Mathematical Discourse - Perimeter - Geometry

INTRODUCCIÓN

La presente investigación, se enfoca en cómo midió Eratóstenes la línea del Ecuador de la Tierra y cómo con elementos concretos (como la naranja) cada docente puede producir aprendizajes significativos del contenido matemático, con base en la Teoría Socioepistemológica.

Con el objetivo de recabar antecedentes para la investigación, se recopilaron investigaciones relacionadas con los obstáculos del objeto matemático y del eje de geometría, tomando en cuenta las sugerencias y conclusiones de sus investigaciones para realizar una instancia de aprendizaje pertinente y actualizado.

El principal motivo de esta investigación, es la deficiente existencia de material didáctico o sugerencias de trabajo para el contenido matemático de la geometría sin caer en la memorización del contenido, comprendiendo el significado de los conceptos matemáticos. Si bien, existe una gama de insumos y herramientas didácticas para la enseñanza preescolar y básica, en los niveles más altos, desde 7mo a 4to medio, hay casi nula existencia y se dificulta encontrar sugerencias acordes a los contenidos de estos niveles. Como futuros y futuras docentes de matemática, es primordial manejar técnicas y/o herramientas que nos permitan abordar de manera óptima el currículum nacional, universalizando la educación.

Existe un interés académico por generar insumos pedagógicos que aporten y enriquezcan la enseñanza de los y las estudiantes, material que profundice el concepto de perímetro de la circunferencia, ayudando a contribuir desde el sentido de pertenencia a la educación en Chile.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Problemática

En el contexto de Chile se ha evidenciado un cambio transversal en la educación (con el estallido social del 18 de octubre del 2019 y, posteriormente, la pandemia desde marzo del 2020), con el propósito de contribuir a que las escuelas monitoreen internamente los aprendizajes socioemocionales y académicos de sus estudiantes. El Ministerio de Educación, MINEDUC, aplicó una prueba llamada "Diagnóstico Integral de Aprendizaje" o prueba DIA, la cual, se realiza mediante la aplicación de tres evaluaciones a lo largo del año escolar. Los resultados arrojados en esta prueba, durante el 2021, datan de resultados preocupantes en la asignatura de matemáticas a partir del 6° año de educación básica.

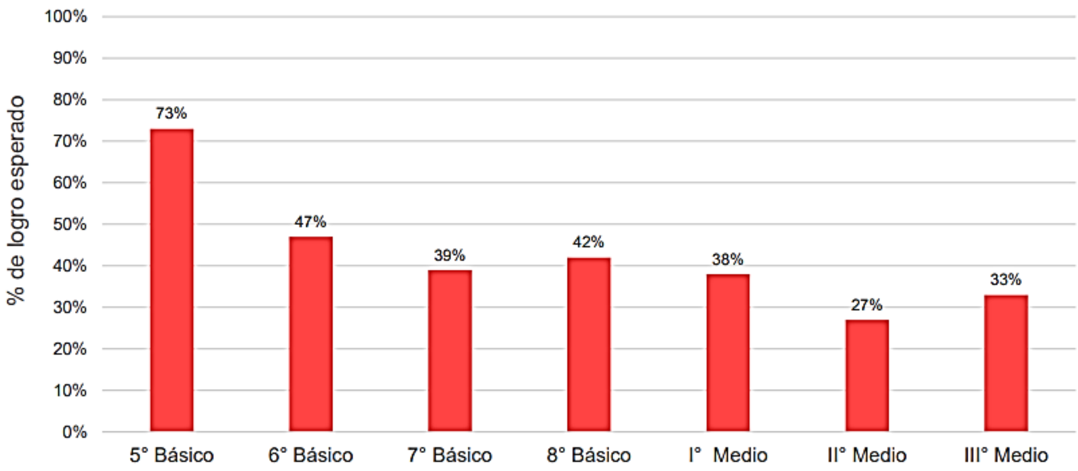


Gráfico 1: Resultados prueba DIA, matemáticas 2021 (Agencia de calidad de la educación)

Según los resultados de la prueba DIA, en promedio, los estudiantes vulnerables de tercero medio obtuvieron una nota 2,4; versus, los no vulnerables, que obtuvieron nota 3,3. El MINEDUC no entregó suficiente información de cómo estaba compuesta ni de cómo fueron los resultados de los estudiantes por ejes sobre esta prueba. Los establecimientos educacionales reciben los resultados específicos de manera confidencial, sin embargo, un establecimiento educacional de la comuna de La Granja nos facilitó sus resultados específicos y evidenciamos los siguientes datos:

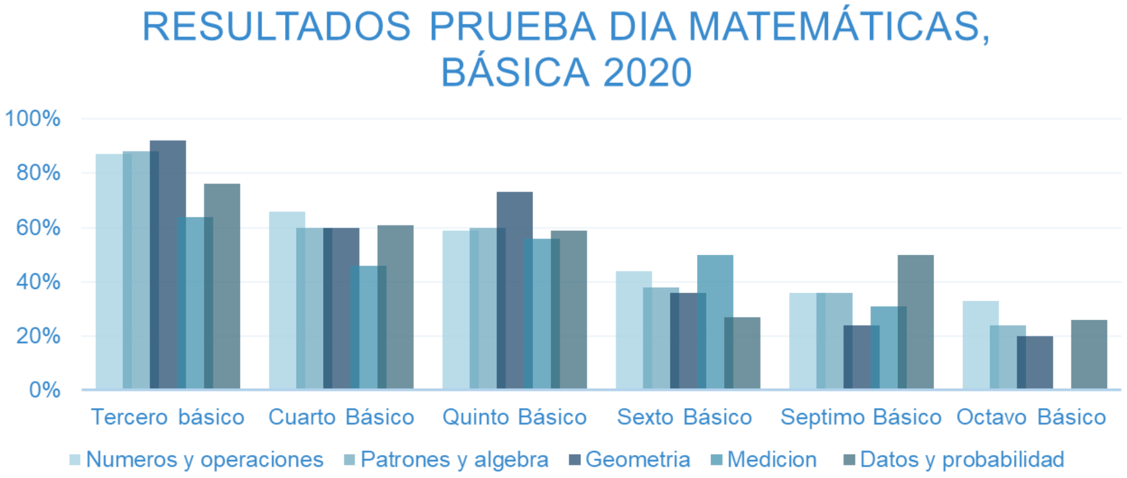


Gráfico 2: Resultados prueba DIA E. Básica, Colegio en la comuna de La Granja.

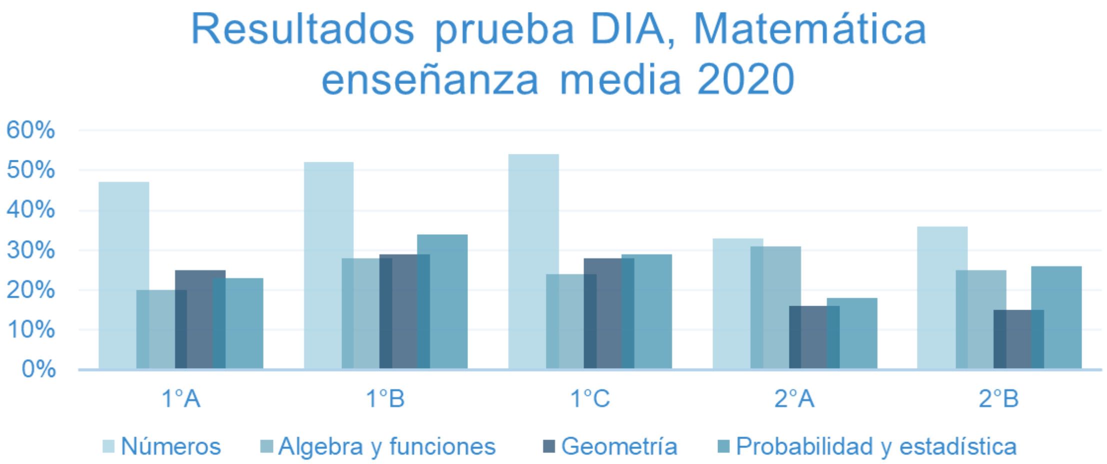


Gráfico 3: Resultados prueba DIA E. Media, Colegio en la comuna de La Granja

Los gráficos anteriores nos muestran claramente que desde 6to año básico los resultados obtenidos no alcanzan el 60% de aprendizajes logrados (AL). Particularmente, en 7mo año básico los resultados fueron un 36% de AL en patrones y álgebra, un 36% en números y operatoria, un 31% en medición, un 50% en datos y probabilidad y, por último, un 24% en geometría. Sin embargo, a pesar de que la prueba es un indicador de evaluación (el cual estandariza los modelos de enseñanza) el tipo de análisis que nos transmite el ministerio para la toma de decisiones no es visible pues no entrega cuál es la respuesta más contestada, ni cuál es el error más frecuente, dejando al profesorado a la deriva en cuanto al diagnóstico evaluativo de lo que hace que nuestros estudiantes no estén logrando responder correctamente.

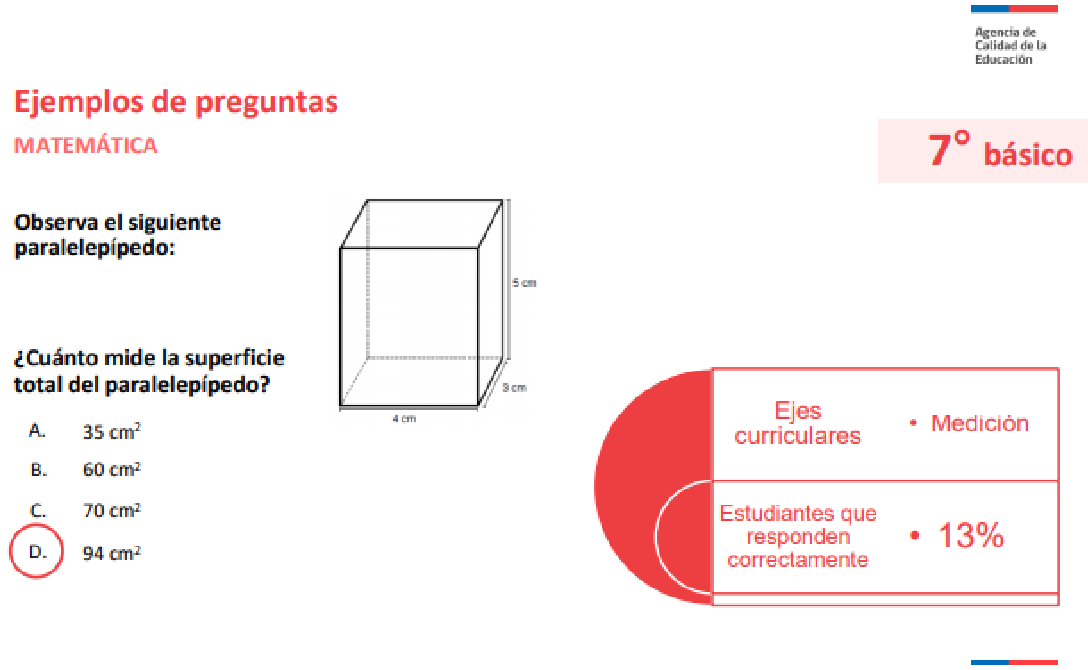


Figura 1: Resultado diagnóstico integral de aprendizajes (Agencia de calidad de la Educacion , Mayo 2021)

Dando énfasis a lo anterior, en la Figura 1, podemos evidenciar que solamente el 13% de los estudiantes a nivel general respondieron correctamente esta pregunta, pero no nos entrega información de cuál es la respuesta más contestada y cuál es la problemática u obstáculo matemático. Por ejemplo, podemos deducir que la alternativa B es el cálculo del volumen, es decir: ¿El estudiante pudo haber confundido el concepto de superficie con el del volumen?, entonces, ¿El estudiante no es capaz de comprender la figura en 3D? Los resultados de la evaluación no entregan una clara información para la toma de decisiones con respecto a la metodología de enseñanza o énfasis que se le debe dar al concepto o eje descendido. Quizás sea conveniente que exista un descriptor por cada alternativa, atendiendo a cuál podría ser el posible problema detectado si contesta aquella opción, para que como departamento, colegio o liceo se puedan tomar medidas reparatorias, para la mejora de los resultados.

Evidenciando la incierta calidad educativa de los aprendizajes de matemáticas en los últimos tiempos y qué se va a proyectar a los próximos años, esto será un problema que debemos tomar como antecedente para la implementación y planificación para nuestras clases, sumándole a esto que los principales ejes y objetivos que ven en los establecimientos, los cuales se priorizaron en pandemia por la Unidad de Currículum y Evaluación (UCE) en el 2020, son mayoritariamente los de números y álgebra, desplazando significativamente las áreas de estadísticas y geometría. A ser claros, en 7mo año básico se priorizaron dos objetivos de aprendizajes (OA) de números y operaciones, uno de álgebra, uno de geometría y uno de estadística, siendo estos dos últimos los más perjudicados, ya que son vistos en la última parte del segundo semestre y condicionado a si se lograron los dos ejes anteriores.

Ahora bien, entrelazando esto con los resultados obtenidos en el colegio de La Granja, el cual, como ya se mencionó anteriormente, obtuvo tan solo un 24% de aprendizajes logrados en el eje de geometría, siendo incluso el más bajo de todos, es evidente que se vuelve fundamental generar situaciones de aprendizaje que le den sentido de pertenencia a los conocimientos de la geometría.

Existen distintas investigaciones sobre las dificultades asociadas a la enseñanza del eje de geometría. En la educación formal, los contenidos de este eje son presentados como un producto acabado, de estudios ya realizados y formalizados, que deja en segundo plano los procesos que están implícitos, cayendo en la memorización de las fórmulas de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teorema y propiedades, apoyado en construcciones mecanicistas. (Gamboa & Ballesteros, 2009). Dentro de las prácticas de los docentes resulta habitual que aparten paulatinamente contenidos de la unidad, desplazándola al final de la unidad didáctica de la planificación anual y, algunas veces, llegándose inclusive a prescindir de su tratamiento en muchos cursos de nivel medio (Abrate, Delgado, G., &, & Pochulu, M., (2006)). Sin embargo, esta situación se contradice con las recomendaciones usuales que plantean diferentes investigadores en Educación Matemática, como Krygowska (1980), Jones (2000), Lluis (1982) y Afonso Martín (2003), quienes recalcan la necesidad de abordar los contenidos geométricos en la escuela, puesto que permiten un mejor conocimiento del espacio y son una fuente de modelos y situaciones problemáticas sumamente enriquecedoras para el aprendizaje de las matemáticas.

Conociendo esto, uno de los principales contenidos abordados dentro de la educación media es el perímetro de la circunferencia, donde podemos evidenciar el uso de la fórmula $P = 2\pi r$ reiterada en el texto escolar, usada como lineamiento para los profesores de matemáticas. Carente de sentido y pertenencia, en contextos alejados para los estudiantes.

Castilla (2016) expresa que una de las dificultades que enfrenta el profesor al momento de enseñar la circunferencia, entre ellos el cálculo del perímetro, es el bajo manejo que tiene los estudiantes sobre los conceptos involucrados, concluyendo que, a pesar, del esfuerzo que compromete el profesor para que el estudiante comprenda, éste no lo logra debido a la carente comprensión de conceptos previos. Sin embargo, la comprensión de dichos conceptos matemático podría estar asociada a la falta de significado que tiene el estudiante, al discurso matemático escolar el cual impone un conjunto de significaciones, procedimientos y argumentaciones centradas en los objetos matemáticos, las cuales no permiten que los actores del sistema didáctico construyan otros significados (Cordero, Gómez, Silva, & Soto, 2015), privado de identidad que forma categorías y que fabrica.

> *"El cual tiene como característica principal ser legitimado socialmente, en otras palabras, tiene el poder de mostrarnos una "verdad", lo que es "normal" y lo "anormal" en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta legitimación, de la cual goza el dME* (discurso matemático escolar), *se debe a la importancia histórica de la matemática, y a la necesidad social de su universalización. Esta última no sólo ha obligado al conocimiento matemático a vivir una atomización de sus conceptos, como lo explica la transposición didáctica, sino también a provocar una hegemonía de pensamientos"* (Soto, 2010 citado en Del Valle, Soto y Mendoza, 2016).

Como séptimo año básico es el primer nivel de la enseñanza media, debemos dar énfasis en la comprensión y apropiación del contenido de geometría, en este caso particular, el perímetro de la circunferencia, para dar una base sólida donde se puedan construir nuevos aprendizajes, desde el análisis y significación de la matemática, con sentido de pertenencia en la resolución de problemas, de forma concreta, simbólica y pictórica. Para ello, se propone estudiar un escenario donde la enseñanza del perímetro de la circunferencia tenga un sentido de pertenencia para nuestros estudiantes y que permita otorgarle significado a la matemática que se utiliza en clases.

Un escenario que se ha discutido estas últimas semanas en Chile, y al cual le podemos sacar enriquecedor provecho en nuestras clases de matemática, es la conmemoración del “Día de los pueblos originarios” (ver imagen 1), pues es un día donde nuestros antepasados celebran una vuelta de la tierra al sol, considerando la importancia del solsticio de invierno y el uso del sol como instrumento de medida. Asimismo, estos dos aspectos recién mencionados fueron ocupados por Eratóstenes para medir la línea del Ecuador en otra época y lugar geográfico.

Diario
Constitucional.cl

Noticias

21 de junio.

Solsticio de invierno: ¿por qué se celebra el Día de los Pueblos Originarios?

La fecha que marca el inicio del invierno posee un profundo significado no solo para los pueblos originarios, sino que influyó -según diversas evidencias astroarqueológicas-, en la construcción social que conocemos hoy día.

21 de junio de 2021

Todas las evidencias arqueoastronómicas dan cuenta que los pueblos originarios comparten una profunda conexión con los ciclos de la naturaleza y organizaban su vida social, cultural y arquitectónica en torno a ella.

Con el fin de relevar esta conexión ancestral y el reconocimiento hacia los pueblos originarios, el Congreso despachó la ley que declara el Día Nacional de los Pueblos Indígenas y, este año se celebra este 21 de junio, coincidiendo con el solsticio de invierno, momento en que el sol alcanza la mayor latitud en el Hemisferio Norte, llamada también "máxima declinación norte".

Desde tiempos ancestrales los pueblos originarios observaban cómo se producía la noche mas larga y que marca un nuevo ciclo sagrado, donde la vida comenzaría a florecer. Hoy, cada pueblo originario de norte a sur y en el territorio Rapa Nui celebra las bendiciones recibidas y, por ello, es importante reconocer este día en la historia de la nación.

Como una forma de relevar este reconocimiento, el Centro de Extensión del Senado en conjunto con Ediciones Universitarias de Valparaísode la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso editó en formato digital el libro: Historias Mapuches, donde la profesora Eliana Albino Caniu recoge la tradición oral de muchas costumbres y leyendas que dan cuenta de esta celebración. (Descargue el libro en el archivo adjunto)

Imagen 1: Día de los pueblos originarios (Consitucional, 2021)

Es así como se ve la posibilidad de proponer una situación de aprendizaje para una clase de matemática de la enseñanza del perímetro de la circunferencia donde se ocupe el sol como instrumento de medida, específicamente el día del solsticio de invierno, tal como lo ocupó un matemático para calcular el perímetro de la línea del

Ecuador (en un lenguaje más coloquial “la medida del diámetro de la tierra”). Se busca entonces que a través de este escenario y desde sus propias vivencias y cotidianidad, usando el sol como instrumento de medición, logren otorgarle significado al perímetro de la circunferencia.

1.2. Antecedentes

Algunas investigaciones relacionadas con la problemática de la enseñanza del perímetro de la circunferencia, como las de Roldan y Rendón, García y Bobadilla, Méndez y Pérez, sostienen las dificultades de la conceptualización geométrica.

En una investigación sobre las estrategias para el estudio de área y perímetro de las figuras planas articuladas al modelo socio crítico (Roldan & Rendón, 2014), se enfatiza la problemática de la aplicación de fórmulas y teoremas alejados de la realidad, donde las concepciones acerca de las supuestas relaciones entre área y perímetro constituyen un ejemplo de la actitud no crítica del estudiante que tiende a confirmar aumentos o disminuciones entre entidades puestas en relación. Entendiendo que estas palabras merecen especial atención, y partiendo en que ellas piensan en cómo podrían llevar al aula de clase una estrategia para que el estudiante identifique adecuadamente estos dos conceptos fundamentales en su desempeño como tal, y de pronto en algunas actividades que se puedan presentar en su vida extraescolar.

Las conclusiones del estudio realizado nos ayudan a identificar algunas características que deben tener los profesores antes de abordar los contenidos, como:

1) Tener un acercamiento al conocimiento previo de los estudiantes a través de la encuesta semiestructurada y el taller diagnóstico.
2) Permitir la participación de los estudiantes a partir de sus intereses a través del trabajo de campo
3) En la estrategia propuesta enfatiza la importancia de los espacios de opinión, crítica y concertación.

En una investigación realizada por la Universidad de Los Lagos, al sur de nuestro país, que buscaba caracterizar las prácticas didáctico-matemáticas de profesores en servicio cuando introducen el estudio de la circunferencia en estudiantes de Enseñanza Media (García & Bobadilla, 2020), esta concluyó que ambos profesores observados, los cuales tenían vasta experiencia y se encontraban en nivel experto I de la carrera docente, tendían a utilizar prácticas tradicionalistas debido a que explican el contenido y luego los estudiantes resuelven la guía de ejercicios. Lo anterior, les indica que existe una carencia de diversidad de formas de enseñanza. Respecto a los recursos utilizados, en primera instancia pudieron concluir que sólo usan los materiales básicos de una sala de clases, tales como: pizarra y plumón, aunque una de las participantes, profesora A, incluyó manipulativos[1] como un elemento de enseñanza, pero éste solo tuvo una función de observación para los estudiantes, al igual que la presentación Power Point del profesor B.

Se puede observar que los profesores cometen errores matemáticos al momento de explicar cómo se generaban las cónicas lo que los llevo a concluir que ambos profesores no aplican rigor matemático al momento de implementar sus clases, es decir, la falta de conceptos y propiedades matemáticas al momento de explicar. También se logró observar que los profesores, a pesar de que intentaban introducir el objeto matemático con distintos tipos de representación, tal como Méndez y Pérez (2016) lo sugería, al momento de ejercitar sólo llegaban a la representación algebraica. Es por esto que se vuelve imperativa la creación de situaciones de aprendizajes que contribuyan al ejercicio docente, ya que los textos escolares no dan una mayor guía que la de la enseñanza tradicional. Aunque trate de basarse en las habilidades y sus indicadores de evaluación sean describir, deducir o demostrar, no existe una real linealidad en lo que se está pidiendo y lo que se entrega como guía en los textos escolares y/o cuadernillo de ejercicios.

[1] Se denomina así a cualquier objeto casero o comercializado que los niños usan para visualizar o representar ideas y propiedades matemáticas. Así, un material manipulativo es un elemento físico que los niños y las niñas pueden ver, tocar, mover, componer y descomponer

1.3. Justificación del problema

Como hemos visto, ha empeorado el aprendizaje de las matemáticas, y específicamente en el eje de geometría, el cual es un problema que se lleva acarreando desde mucho antes del estallido social y la pandemia: una lógica tradicional de la enseñanza. Se debe tomar acción, dar un vuelco, otorgar significado y pertenencia al contenido. Dentro de la formación académica, la cual puede ser variada en las diferentes carreras de pedagogía en matemáticas, existen lineamientos desde el Ministerio de Educación que se nos entregan a través de los planes y programas los cuales no podemos obviar, y construyen lo que es nuestra columna vertebral en la asignatura.

En el currículum chileno, de acuerdo con los planes y programas del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2013a), el estudiante tiene su primer acercamiento a las figuras en dos dimensiones en 2do básico, ya que aquí se espera que logren reconocer, visualizar y dibujar figuras como círculos con material concreto para permitir que el estudiante desarrolle una visión geométrica de su entorno y, con ello, promover su imaginación y ampliar su visualización.

Posteriormente, el MINEDUC (2013b) señala que, en 3ero básico los estudiantes deben describir las figuras en dos dimensiones que forman las redes de las figuras en tres dimensiones como cilindros y conos, de acuerdo con sus caras, aristas y vértices. En sexto básico dibujan los círculos con instrumentos o software geométricos para la construcción de ángulos (MINEDUC, 2013c).

Además, el MINEDUC (2015) plantea que de 1ro a 6to básico los estudiantes deben transitar por distintas representaciones como la concreta, pictórica y simbólica, ya que, estas representaciones son clave para el proceso de aprendizaje de los estudiantes. En 7mo básico, el MINEDUC (2014a) propone que los estudiantes deben mostrar que comprenden el círculo describiendo las relaciones entre el radio, diámetro y perímetro, estimando de manera intuitiva el perímetro y área utilizando π para posteriormente lograr comprender que la circunferencia es un lugar geométrico, cuya característica radica en los puntos que están a igual distancia del centro; además, resuelven problemas de la vida diaria que implican el cálculo de perímetro y área de un círculo, debido a que estas herramientas son esenciales para acceder a conceptos más avanzados de la geometría, entonces debemos crear una base sólida, comprendiendo el concepto en todos sus niveles, conteo, medición y comparación, reconocimiento espacial, etc.

En consecuencia, de toda la problemática evidenciada anteriormente, es necesario notar las dificultades de los estudiantes al momento de relacionar los conceptos de geometría con sus diferentes representaciones. También notar que muchas veces, producto de que los profesores en sus prácticas docentes trabajan sólo registros algebraicos y/o fórmulas, se provoca que los estudiantes sólo se dediquen a memorizar contenidos. También se evidencia la falta de conceptos previos por parte de los estudiantes y la falta de recursos educativos por parte del profesor al momento de implementar la clase, como el no utilizar recursos informáticos, manipulativos o concretos en las clases de geometría, por lo que se restringe a los estudiantes su aprendizaje.

En el Anexo A se encuentran algunas actividades obtenidas desde el cuadernillo de ejercicios y texto escolar que publicó el ministerio de educación para ser utilizado en el año 2021. En ellos podemos identificar lo que la problemática anterior describe, el uso de la fórmula en repetidas ocasiones no existe cuestionamiento ni crítica autodidacta y no realiza actividades con un contexto de aprendizaje más allá de la fórmula misma, dejando de lado la comprensión del concepto en la vida cotidiana del estudiante.

Algunos indicadores de evaluación descritos en el currículum nacional de matemáticas son los siguientes (MINEDUC, 2016):

- *Identifican la línea del ecuador, paralelos y meridianos en modelos esféricos.*
- *Miden el diámetro y el perímetro de objetos redondos, como vasos con forma cilíndrica, latas, corchos, etc.*
- *Calculan el cociente entre el perímetro y el diámetro de una "π" circunferencia y comparar el resultado con.*
- *Aplican la fórmula $P = d \cdot \pi$ en ejercicios rutinarios y no rutinarios, para resolver problemas que involucran perímetros de círculos, como ecuador, paralelos y meridianos.*

- *Estiman el área del círculo entre $2r^2$ y $4r^2$, descubriendo que también resulta el mismo valor aproximado de $a \approx r^2 \cdot 3$.*
- *Aplican la fórmula $A = r^2 \cdot \pi$ (con $\pi \approx 3{,}14$) en ejercicios rutinarios y en la solución de problemas que involucran áreas de círculos.*
- *Resuelven problema de la vida diaria que implican el cálculo de área de un círculo; por ejemplo: los cultivos en círculos para el ahorro de agua.*

De estos indicadores de evaluación deberían basarse las actividades descritas en el texto y cuadernillo de ejercicio, pero no es así, existiendo una contrariedad en lo que se quiere evaluar y en lo que se entrega como guía para el docente, añadiendo a esto, no existe un sentido de pertenencia con los problemas descritos. Más bien, reafirma el poco interés por hacer comprender el concepto de perímetro, solo buscando que ocupen la fórmula que no tiene sentido de pertenencia para ellos. Como ya fue mencionado, no introduce ningún tipo de vínculo ni tampoco activa los conocimientos previos que el estudiante puede tener con elementos que estén dentro de su cotidianidad.

Por todas las razones descritas anteriormente, es que en esta investigación se propone diseñar una propuesta de enseñanza para la significación de perímetro de la circunferencia, con los elementos utilizados por Eratóstenes, en el contexto de la medición del perímetro de la línea del Ecuador, el día del solsticio de verano (21 de junio) en el hemisferio norte, o invierno en nuestro continente, mismo día que es conmemorado como el "Día nacional de los pueblos indígenas", tomando esto como nuestra columna vertebral pero enfatizando en los conceptos y aprendizajes previos que posee el estudiante.

Al analizar aquello, se puede ver que Eratóstenes, el día 21 de junio, hace el primer acercamiento con la medida que ahora sabemos que es la línea del Ecuador, lo cual podemos utilizar como herramienta pilar para que los estudiantes le den sentido e importancia a la lógica matemática y al uso que se le da al sol como instrumento de medida. Además, el día del solsticio de verano es de mucha importancia para el calendario Mapuche, pues se marca el día "***We tripantu" (***que significa "año nuevo"), el cual se celebra en nuestro país como solsticio de invierno. Es un día de celebración para el pueblo mapuche y corresponde a la espera por el renacer eventual de la naturaleza tras el invierno al que se entra (esto se estudiará en el capítulo 2). Lo anterior, nos invita a plantearnos la siguiente pregunta:

1.4. Planteamiento pregunta de investigación

¿De qué manera una situación de aprendizaje basada en la medición de la tierra realizada por Eratóstenes el día del solsticio de verano y en la medición de la vuelta de la tierra al sol realizada por el pueblo Mapuche el día del solsticio de invierno, puede otorgarle sentido de pertenencia al perímetro de la circunferencia?

1.5. Objetivos de investigación

1.5.1. Objetivo general.

Diseñar una situación de aprendizaje, para otorgar sentido de pertenencia al perímetro de la circunferencia, con base en la medición de la tierra realizada por Eratóstenes el día del solsticio de verano.

1.5.2. Objetivos específicos

- Identificar el tratamiento del perímetro en diferentes instrumentos curriculares.
- Relacionar el uso del sol como instrumento de medición en el trabajo de Eratóstenes y en el pueblo Mapuche.
- Evaluar el sentido de pertenencia que ofrece la situación de aprendizaje diseñada.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. El discurso matemático escolar

Dentro del discurso matemático escolar (dME), podemos encontrar las problemáticas fundamentales del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, gracias a la visión Socioepistemológica. Se propone entonces un rediseño basado en la construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM). Para lograrlo, se deben enfrentar tres fenómenos: adherencia, exclusión y opacidad.

El fenómeno de adherencia trata, como su nombre lo dice, de una fidelidad nociva en donde los docentes (y por consecuencia los estudiantes) se *adhieren* al discurso matemático escolar evitando a toda costa cuestionarlo o trastocarlo (Gómez, Silva, Cordero, & Soto, 2014), lo que mantiene a las comunidades latinoamericanas sin identidades disciplinares, estando por debajo de las regiones de los países llamados de primer mundo, en temas de inversión en I + D, quedando rezagada en la materia, lo cual, se logra identificar en el siguiente gráfico.

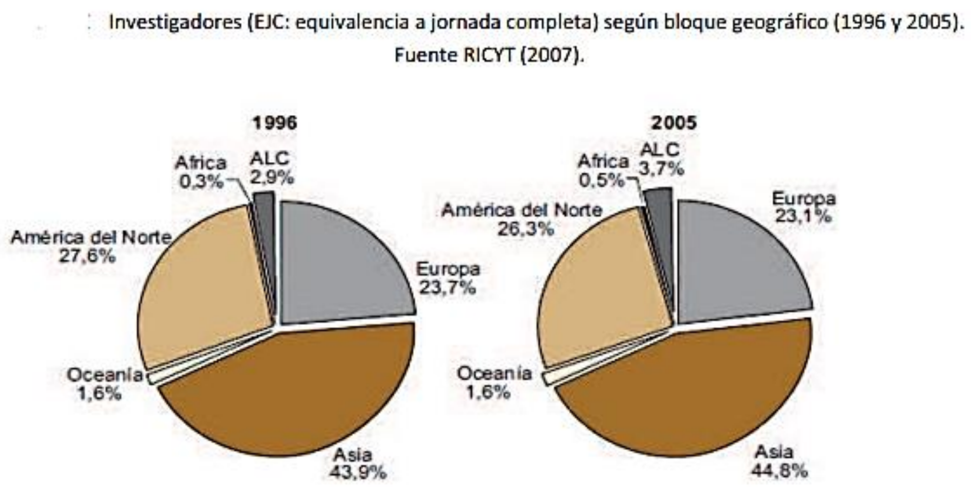


Figura 2: Investigaciones según bloque geográfico. Gómez et al. (2014)

Si no se logran fortalecer las investigaciones en un programa sólido de identidad, una variedad de Marcos Teóricos (MT), como, teorías antropológicas, teoría de representaciones semióticas y la teoría APOE (acciones, procesos, objetos y esquemas), sobre nuestra propia cultura, entonces estaremos condenados a la importación del conocimiento. A esto último, es a lo que hemos llamado fenómeno de adherencia. (Silva & Cordero).

Según Cordero, Gómez, Silva y Soto (2015), podemos identificar que los matemáticos educativos latinoamericanos hegemonizáramos los constructos o, para mayor comprensión, tomamos control de la construcción teórica, que es ajena a las culturas en las que estamos inmersos, entonces, estaríamos legitimando la carga peyorativa que implica la supremacía del conocimiento construida por los países centrales dominantes, lo cual no es generado por los problemas semióticos, sino, por soslayar los aspectos que hacen a una nación, sus aspectos sociales e históricos.

Para evitar aquello, se debería crear una matemática educativa que tome estos factores culturales, con identidad y resistencia a lo que es impuesto por las culturas dominantes.

El dME no incorpora las experiencias del humano para la construcción de la matemática escolar, es decir, lo excluye de este proceso. El fenómeno de exclusión trata sobre cómo se prescinde de los actores de la construcción del conocimiento matemático, respondiendo a la pregunta: ¿Por qué los estudiantes fracasan en la tarea de aprender matemática?

Respondiendo desde la Socioepistemología, entendiendo y dando visibilidad a las características del dME, se replantea que no es el estudiante quien fracasa, sino que, el dME es quien los excluye de la construcción del conocimiento matemático. (Soto D, 2010) Diferentes investigaciones evidencias una serie de características del dME, las cuales se conforman como en el siguiente mapa. (Figura 3)

Figura 3: Mapa del dME Soto (2010).

Desde Soto y Cantoral (2010), podemos entender la exclusión hacia el individuo que busca aprender matemática y construir conocimiento. Al atomizarse en los conceptos, que escapan de los contextos de cada individuo, tanto sociales como culturales, despersonalizándose, volviéndose burdo, sin sentido de pertenencia. El carácter hegemónico no permite considerar argumentaciones dentro de la matemática que se enseña, dejando de existir ese "hilo conductor" de situaciones específicas, de la cual nacen los significados, se trazan procedimientos asociados a los conceptos y procesos matemáticos. El carácter utilitario, como su palabra lo dice, hace ver a la matemática como una utilidad o herramienta para resolver problemas, no permitiendo que esta se vea como una construcción para transformar la realidad y darle un sentido de aplicación. (Soto & Cantoral, 2014)

La concepción de que la matemática, es un conocimiento acabado y constante, no permite que los estudiantes lo trastoquen, se toma como una verdad absoluta, sin cuestionamientos, argumentaciones, procedimientos y significados. (Soto D, 2010). Por último, la falta de los marcos de referencia no permite identificar los contextos donde se realiza matemática, desde donde nació, dejando al margen la funcionalidad que el conocimiento permitió o permite en los individuos o grupos que la utilizaron.

Por lo que el dME presenta una única epistemología del conocimiento matemático como válida e incuestionable, lo que produce una *violencia simbólica* descrita como "todo poder que logra imponer significaciones e imponerlas como legítimas, disimulando las relaciones de fuerza en que se funda su propia fuerza" (Bourdieu y Passeron, 2005, citado en Soto y Cantoral, 2014, p. 1530).

El dME excluye, a través de la imposición y reproducción de las relaciones de poder existentes en nuestra sociedad e inculcando a los estudiantes "la superioridad o justicia de la cultura o conocimiento dominante y la inferioridad de la cultura o conocimiento de los grupos y categorías sociales dominadas" (Soto y Cantoral, 2014, p. 1532). Por lo que, asumir una epistemología como válida producirá una exclusión en la que los estudiantes y profesores sean cómplices de manera inconsciente de replicar este sistema (Soto & Cantoral, 2014).

Una relación que encontramos necesaria, es la que existe entre el fenómeno de opacidad y el proceso de socialización, aquí estamos hablando de dos naturalezas epistemológicas que deberían encontrarse en continua dependencia: el conocimiento del cotidiano y el conocimiento de la matemática escolar. Bajo una perspectiva educativa de la socialización, a las nuevas generaciones y hacerlas parte de una sociedad, entendiendo entonces que, la matemática escolar también cumple un rol de agente socializador, para formar ciudadanos plenos para la sociedad. En este punto, podemos distinguir la problemática, ya que lo que entorpece esta relación es el dME, el cual, actúa como una pared que no permite la relación esperada entre el cotidiano y la matemática escolar. El dME genera cierta opacidad o falta de visibilidad de los argumentos del conocimiento, viéndose en ambos escenarios, no propiciar el diálogo entre ellos, y crea la sensación de estar alejado uno del otro. (Cordero et al., 2015).

Bajo la mirada de la matemática educativa, podemos afirmar correctamente que, debido a los tres fenómenos mencionados anteriormente (exclusión, opacidad, y adherencia) la matemática del dME, al imponer esta epistemología como única, produce esta violencia simbólica.

En consideración de los tres fenómenos explicados en el párrafo anterior, y la violencia simbólica que estos provocan, es que la Teoría Socio Epistemológica quien reconoce que el problema de la enseñanza no es responsabilidad total del docente, ni de los conocimientos que posee sobre un objeto matemático, así como tampoco del estudiante y de la forma en la que razona la matemática; sino más bien del "objeto cultural", el cual, se está comunicando a través de un acto de enseñanza, que no corresponde a la *matemática* propiamente tal, sino de la *matemática escolar* (Cantoral, Reyes-Gasperini, y Montiel, 2014), la cual, puede ser *rediseñada* (RdME) y problematizada dentro de un paradigma epistemológico, donde se conciba el conocimiento matemático como aquel que se genera a raíz de las prácticas socialmente situadas (Soto & Cantoral, 2014), convirtiéndose en un objeto de estudio que considere las construcciones sociales del conocimiento matemático.

De esta forma, la Teoría Socioepistemológica plantea la Resignificación del Discurso Matemático Escolar (RdME), que esté centrado en el individuo y el estudio de la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM), que se da en los usos del conocimiento matemático para la construcción de situaciones de aprendizaje centradas en elementos que provengan de las prácticas de las comunidades de estudio, teniendo un carácter funcional que permita la adquisición de nuevos significados por los miembros de la comunidad (Soto & Cantoral, 2014).

> *"Para lograr un RdME se debe vigilar permanentemente su sistema de razón para no caer en una forma de exclusión, para ello se debe responder a la funcionalidad del conocimiento del ciudadano, pero ambos aspectos no se podrían lograr si no hay un proyecto de comunidad, donde la identidad jugaría un rol normativo que sostenga la vigilancia y la funcionalidad del dME. Con ello los actores del sistema educativo trastocarían al dME y lograrían la resignificación de este en forma intencional y de acuerdo con sus usanzas culturales y necesidades regionales. Las prácticas de enseñanza y las nociones de aula ya no serán las mismas, habrá que encontrar los nuevos significados."* (Soto, Gomez, Silva, & Cordero, 2012, p.1041)

2.2 Teoría Socioepistemológica

La Teoría Socioepistemológica o TSME, tiene su origen en investigaciones realizadas en los años 80' en México, donde se estudió el problema de la constitución de ideas científicas entre los siglos XVI y XIX, estudiando las obras originales, la didáctica de antaño y el uso del conocimiento matemático en prácticas de referencia ligadas a la labor científica de la época (Cantoral, 1990), centrando su mirada en el estudio de los fenómenos ligados al saber matemático. De esta forma, su objetivo está centrado en estudiar cómo el saber matemático es construido en un ámbito social que no fue pensado para ser enseñado en la escuela, donde es transformado e introducido en el *sistema didáctico*, alterando su estructura y funcionalidad. Esto, tiene como consecuencia una descontextualización del saber que termina afectando la relación entre estudiante y profesor (Cantoral y Farfán, 2003). Bajo esta línea, se han realizado diferentes investigaciones empíricas en donde destacan diferentes autores (Cantoral y Farfán, 2008).

El nombre de Socioepistemología plantea, en sí mismo, una relación social del saber que la ubica como teoría que modela la construcción social del conocimiento.

Ahora bien, dado que el saber[2] matemático se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan su estructura y su funcionamiento. Al momento de introducir el saber al aula se producen discursos que facilitan la comunicación de conceptos y procedimientos matemáticos y en consecuencia el saber que despersonaliza y descontextualiza. Siendo este el proceso que nos permite tomar decisiones sobre qué y cómo enseñar (Cantoral, 2013).

Cantoral, en su libro sobre Teoría Socioepistemológica (2013), habla acerca de los conceptos y procesos matemáticos que se ponen en funcionamiento en la teoría, en un acto didáctico pueden no ser propiamente objetos matemáticos en el sentido clásico, el saber culto, típicamente aceptado en la noosfera educativa que se expresa en la currícula oficial, en forma explícita o táctica, sino que se trata de acciones, actividades y prácticas que participan de otros ámbitos de la actividad humana, como el conjunto de práctica socialmente compartidas de índole cultural, como un elemento "vivo" que se crea "fuera", pero se recrea "dentro" del aula de matemáticas, a través de, rediseños para la intervención educativa en un aula cada vez más extendida que supera progresivamente los límites impuestos.

Así, la teoría socioepistemológica da énfasis al estudio de las aproximaciones epistemológicas tradicionales, las cuales han asumido que el conocimiento resulta de adaptar las explicaciones teóricas con otras evidencias empíricas, en las que se olvida la importancia del origen histórico, los escenarios culturales e institucionales que permitían contextualizar el conocimiento matemático (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014). Soto y Cantoral (2014) comparten lo señalado y destacan que el objetivo de la teoría socioepistemológica:

> *"Propone dar un vuelco a la visión tradicionalista de la matemática escolar. En términos concretos, propone el cambio − a nivel institucional y cotidiano − de*

---

[2] [1]En sentido estricto al referirnos en toda la investigación al saber matemático, estaremos hablando de pluralidades de saber, diversidades de saber, o más sintéticamente, de saberes; nuestro enfoque, como es obvio, no restringe su estudio al denominado *savoir savant.*

la visión que ubica a los objetos matemáticos, metafóricamente, en un altar y que conduce nuestra atención hacia cómo estos son aprendidos por el estudiante, para convocarnos al estudio de la actividad humana y las prácticas sociales, pues estas están en la base de la CSCM" (Cantoral, 2013, p.1531).

Dentro de la evolución de la Matemática Educativa, podemos reconocer fenómenos didácticos que están ligados al saber matemático, los cuales, están ligados a problemáticas relacionadas con la evolución de los fenómenos didácticos, descritos por Cantoral y Farfán (2003). El primero de ellos reconoce una *didáctica sin alumnos*, que atiende al diseño de estrategias y formas de presentar el contenido matemático escolar de manera más accesible para estudiantes y profesores, pero sin considerar aspectos cognitivos o afectivos, ni la realidad sociocultural del estudiante. El segundo una *didáctica sin escuela*, donde, a través de estudios cognitivos, dar explicación de cómo se aprende matemáticas, o simplemente dar pautas propias del diseño curricular. Luego, el tercero plantea una didáctica en la escuela, pero sin escenarios, en el que se estudian los vínculos entre alumno, maestro y saber; inmersos en un contexto institucional. Finalmente, se plantea una *didáctica en escenarios socioculturales*, la cual, considera la matemática como una actividad construida socialmente, atendiendo a diferentes contextos socioculturales de los cuales surgen los contenidos matemáticos, dando énfasis en la construcción y difusión del conocimiento (Correa, Molfino, y Schaffel, 2018).

Por ello, la teoría socioepistemológica realiza investigaciones y cuestionamientos sobre fenómenos didácticos de manera sistémica y continua, tomando en consideración los tres polos básicos del triángulo didáctico: contenido de la enseñanza (saber), el sujeto que aprende (alumno) y quien enseña (profesor), los que se encontraban regulados por un medio didáctico controlado (Cantoral, 2016).

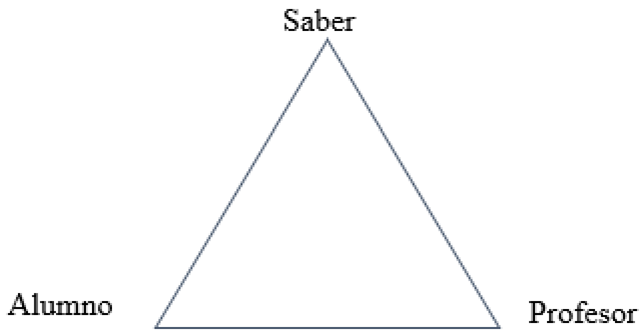


Figura X: Triángulo didáctico.

Luego de entender la relación estrecha que existía y que cada uno implicaba y era imprescindible del otro, se comenzó a cuestionar el qué, a quién, cuándo y por qué enseñar un conocimiento matemático, otorgándole sentido (Cantoral, Cordero, Farfán e Ímaz, 1990 citado en Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). Esto permitió cambiar el foco sobre las prácticas y dejar de analizar única y exclusivamente los conceptos y objetos matemáticos, lo que dio paso a la "descentración del objeto matemático" (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), incorporando una "*dimensiones de corte social y cultural que significasen aquello que originó al conocimiento matemático*" (Cantoral, 2016, p.18) ampliando así la concepción de aula, saber y sociedad.

Con lo anterior descrito, se logra integrar los cuatro componentes, de manera de obtener una mirada sistémica de las dimensiones a abordar: *dimensión epistemológica, dimensión didáctica, dimensión cognitiva y dimensión social* (Cantoral y Farfán, 2003).

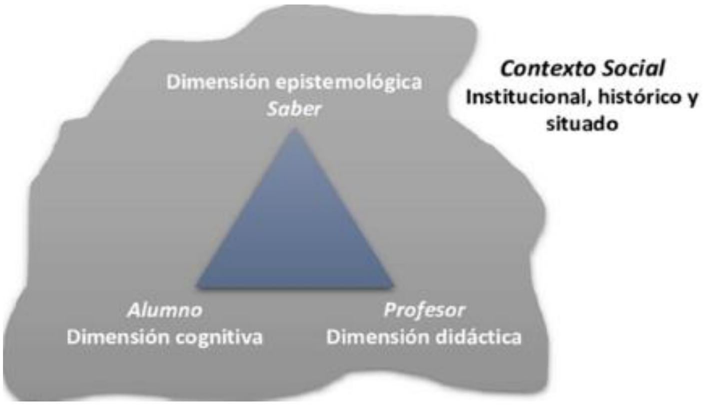


Figura 4: Contexto social. El triángulo didáctico extendido. (Cantoral, 1998)

En el esquema extendido, la Socioepistemología incorpora contextos sociales y perspectivas culturales para la significación, aparecen ahora como principales actores de los procesos didácticos, el aprendiz, el saber -en tanto conocimiento en uso o como construcción social del conocimiento- y los entornos socioculturales portadores del mundo real, cuyas relaciones son orientadas por prácticas de referencia y normadas por prácticas sociales. (Cantoral, 2013)

Con la finalidad de desarrollar el pensamiento matemático, la teoría socioepistemológica incorpora cuatro dimensiones del saber, las cuales son: la dimensión cognitiva (propias del funcionamiento mental), la dimensión didáctica (propias de la conformación de sistemas didácticos), la dimensión epistemológica (propias de la naturaleza y significados del pensamiento matemático) y finalmente la dimensión social (la síntesis de los objetos y herramientas de una sociedad); las que se entrelazan de manera sistémica y permiten problematizar el saber matemático (Cantoral y Farfán, 2003).

Estos principios se desarrollan articuladamente y sostienen la idea fundamental de la Socioepistemología (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), los cuales se encuentran conectados profundamente con la problematización del saber matemático, la que facilitará al docente concebir que podemos encontrar las bases para la construcción del conocimiento (normatividad de las prácticas sociales). El contexto, puntualizará la forma en la que el estudiante o sujeto en estudio edificará su propio conocimiento de manera significativa y la ponga en uso (racionalidad contextualizada). La validación, por parte del estudiante dependerá cuando el conocimiento se consolide como un saber y se use, pues, desde sus interpretaciones y conclusiones se alcanzó su construcción con una línea argumentativa que lo respalda, lo que provee a este saber de un relativismo epistemológico. En último lugar, debido al avance que tenga el saber y su interacción con nuevos ambientes, se podrá resignificar y enriquecer los aprendizajes construidos (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2016).

Esta actitud que baraja la resignificación progresiva y la construcción del conocimiento se diferencia del enfoque dominante que predomina en el dME, ya que no se encuentra focalizado en objetos matemáticos, ni en la elaboración de explicaciones paso a paso, sino que, incentiva el uso de la matemática desde lo cotidiano, dándole nuevos significados a las construcciones matemáticas que lleven a cabo los estudiantes específicamente. En consecuencia, las prácticas sociales y la recuperación del carácter social que norma la CSCM se convierten en lo más importante (Gómez y Cordero, 2010).

Los aspectos funcionales de la matemática y la comprensión dual de la naturaleza son puestos en la palestra gracias a esta transición, ya que, una misma matemática tendrá un significado diferente para múltiples grupos sociales dependiendo de sus necesidades, usos y explicaciones (Gómez y Cordero, 2010), lo que hace que la matemática pueda ser un objeto de estudio. Esto permite otorgar un carácter utilitario al ser utilizada en diferentes áreas colaterales en donde se acredite su uso.

2.3 Eratóstenes y su experimento

Eratóstenes, matemático, astrónomo y geógrafo griego, nació en Cirene (hoy Libia), en el año 273 a.C. Al completar su educación básica, Eratóstenes viajo a Atenas, donde estudio en la Academia y el Liceo cuya currícula incluía matemáticas y astronomía. Al cumplir cuarenta años, Ptolomeo III Evergetes, le llamo a Alejandría, la nueva capital de Egipto, donde se desempeñó como tutor del príncipe heredero y luego como director de su Biblioteca (243 a.C). Murió ciego 196 a.C. a sus 82 años. (Salinas, 2002).

Según Salinas (2002). Se cree que este sabio habría calculado el tamaño del perímetro del círculo mayor terrestre en 39.690 kilómetros, lo que es increíblemente cercano al resultado actual, igual a 40.120 km, lo que arroja un error de un 1,07%. También, fue el primero en calcular la inclinación del eje de la tierra y creó el primer mapa del mundo, incorporando paralelos y meridianos basados en el conocimiento geográfico de su época. Eratóstenes habría escrito un tratado sobre la medida de la Tierra, hecho que señalo Macrobio, pero su texto se extravió. Quien sacó provecho de su obra fue Estrabón, sin embargo, este gran geógrafo fue uno de sus mayores críticos e incluso negó la veracidad de sus hipótesis y resultados.

2.3.1 El experimento de Eratóstenes

En la investigación realizada por Salinas (2002). Se describe que Eratóstenes como director de la Biblioteca de Alejandría, tenía acceso a la mejor información que podía obtenerse en la época. Por otra parte, era un gran matemático y un experto observador, lo que le llevó a comprobar por sí mismo, la validez de las mediciones de la Tierra citadas por Aristóteles o calculadas por otros matemáticos, como era el caso de su amigo y coetáneo Arquímedes. Algunos valiosos detalles de este experimento son conocidos, a través, de las obras de Cleómenes, Teón de Smirna y Estrabón.

Como todo científico de su época, Eratóstenes se basó en la teoría geocéntrica, que suponía una Tierra esférica, a la cual, llegaban los rayos del Sol en forma paralela, una idea común entre sus contemporáneos. En seguida, utilizó antecedentes que habían llegado hasta él, acerca de que una vez al año, en el solsticio de verano (21 de junio) y justo al mediodía, el fondo de una cisterna situada en Syena (hoy Aswan), en el Alto Egipto y, a la altura de las primeras cataratas del Nilo, era iluminado por los rayos del sol. Desde luego, él sabía perfectamente que ese mismo día y a esa hora los obeliscos de Alejandría arrojaban su correspondiente sombra. Por último, asumió que Syena y Alejandría estaban situadas en el mismo meridiano.

El método de Eratóstenes era teóricamente correcto. Consistió en medir la distancia que separaba dos lugares que se localizaban en un mismo meridiano. Si la diferencia entre ambos puntos es conocida, es fácil deducir el valor, de incluso, todo el meridiano. Tal vez, no puede decirse de la división en 360 partes, pues, Eratóstenes aún, en ese tiempo, dividía un círculo mayor en 60 partes iguales, pero como es un simple manejo de cálculos su teoría funcionaba (Salinas, 2002).

Para determinar la latitud utilizó un reloj de sol, el cual tenía una forma de tazón; así, todas las líneas dibujadas dentro del tazón permitían al observador medir la longitud de sombra de inmediato. Eratóstenes, colocó este instrumento en la región de Alejandría. Cabe mencionar que su marco teórico dependía exclusivamente del valor que le daba a un estadio (estadio que utilizaba).

Cuando Eratóstenes quiso conocer la medida del radio terrestre, obtuvo un resultado de 6.276.615 kilómetros, si lo comparamos con el resultado actual que se le asigna al radio en cuestión, es de 6316.84 kilómetros, increíblemente, un error de tan solo 0,64%. Como es fácil de notar, tiene una exactitud casi plena, debe haber sido por la misma razón que, inclusive, esta medida fue aceptada y utilizada por Estrabón y por Plinio; y, con toda razón, ha sido elogiada por su exactitud, de acuerdo con los actuales cánones. A pesar de todo esto, la grandeza de Eratóstenes no está en la exactitud de sus resultados, sino, en los fundamentos teóricos de su metodología (Salinas, 2002).

En conclusión, en la metodología utilizada por Eratóstenes, se puede mencionar que, cualquiera sea el valor que se tome para un estadio, el resultado es plausible. En realidad, el suyo fue un espléndido logro matemático y un verdadero hito en la historia de la ciencia.

2.3.2 El solsticio de invierno, conmemoración día de los pueblos Originarios en Chile

Primero que todo, hablaremos del pueblo Mapuche (Mapu: tierra Che: gente), el cual, es uno de los pueblos originarios más antiguos de Chile, y en la actualidad uno de los pueblos que más sobrevive, concentrándose la mayor cantidad en la novena región de nuestro país. Desde su nombre a su estrecha relación con la tierra no solo abarca el ámbito de subsistencia material, sino que, ahí se encuentra su expresión espiritual, su cosmovisión, la forma en que ellos ven y representan el mundo y su relación con las fuerzas sobrenaturales (Soto, Silva, & Van-Lamoen, 2009).

Oñate (2002), citado en Soto et al, afirma que, la educación del pueblo mapuche ha pasado por diferentes momentos, partiendo desde su educación que estaba a cargo de sus propios parámetros culturales, hasta cuando se le impuso la lengua castellana y rasgos culturales chilenos. Desde la primera mitad del siglo XX, numerosas organizaciones mapuches luchan por una educación asimilacionista, la cual contempla la alfabetización en castellano como una forma de acceder a los beneficios de la sociedad dominante.

Ñanculef (2005), citado en Soto et al, declara que el pueblo mapuche se refiere a la manera en que ellos construyen conocimiento: La metodología que utilizan para construir conocimiento (Kimün) es el Inarrumen (capacidad innata del Mapuche para la observación, analizada, estudiada en el tiempo como fenómenos propios de la naturaleza, y que tienen una explicación, lógica y racional, es decir, observada y comprobada). Los mapuches, con el Inarrumen lograron predecir la posición del sol, llegando a establecer fechas del solsticio de invierno, de verano y de equinoccio. De ahí, la expresión mapuche “hasta allí llega el Sol”.

Según lo estudiado por Soto et al (2009), el pueblo Mapuche establece su calendario hace miles de año, el cual, contempla 13 meses de 28 días fijos cada uno, con un ciclo anual de 364 días, el TXIPANTU (se piensa). Este calendario se establece del estudio del sol (su ciclo anual) y, a través, del movimiento de la luna (su ciclo mensual).

Al identificar el análisis de como el pueblo mapuche establece el estudio consciente del espacio, a través de la observación para formular cuestiones relativas a sus necesidades. Además de establecer una orientación auténtica y ordenada, se puede concluir que los mapuches desarrollan un estudio de dos tópicos matemáticos: el movimiento y la orientación, por ende, se muestra evidencia del pensamiento matemático en la cultura mapuche (Soto, et al, 2009).

Otra conclusión que realizaron en el estudio de Soto et al (2009), es que, estos dos tópicos matemáticos, forman parte de la cultura mapuche, es decir, están implantadas a priori. Por tanto, la creación de situaciones de aprendizaje que consideren la observación como un método para construir conocimiento, el movimiento como tópico de estudio y la orientación desde la perspectiva mapuche, por una parte, estaría aportando elementos de la cultura a los estudiantes y, por otro lado, estaría evidenciando una real contextualización de la matemática para la enseñanza de los niños mapuches.

Además, si agregamos que, en nuestro país este año en forma unánime la sala aprobó, el veto presidencial que establece que, a partir del año 2022, será feriado el día del solsticio de invierno, momento en que el sol alcanza la mayor latitud en el hemisferio norte, llamada también “máxima declinación norte”. La Cámara Baja también hizo lo propio, con lo cual, quedó listo para promulgación (Consitucional, 2021). Con 29 votos favorables y 6 abstenciones la Sala del Senado aprobó el informe de la Comisión Mixta sobre el proyecto que establece Día de los Pueblos Originarios. Luego, la Sala de la

Cámara de Diputadas y Diputados hizo lo propio de modo que, para este año, el feriado se pueda realizar este lunes 21 de junio (Senado, 2021).

El Senador García Ruminot, valoró el sentido profundo del We tripantu, pues, "los pueblos originarios están arraigados con los ciclos de la naturaleza y, en ese sentido, celebramos la nueva vida. Me alegro de que sea movible año a año, el día que corresponda al solsticio de invierno".

Como una forma de relevar este reconocimiento, el Centro de Extensión del Senado, en conjunto con Ediciones Universitarias de Valparaíso, en específico, de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, editó en formato digital el libro: Historias Mapuches, donde la profesora Eliana Albino Caniu, recoge la tradición oral de muchas costumbres y leyendas que dan cuenta de esta celebración. (Consitucional, 2021)

3. MARCO METODOLÓGICO

Esta investigación, usa como marco metodológico la ingeniería didáctica, la cual, se caracteriza en crear un registro que ubica y entrega la validación de los estudios, en la esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori, como también, en las características del funcionamiento metodológico. (Artigue, Douady, & Moreno, 1995)

> *Definir el problema de la ingeniería didáctica es definir, en su relación con el desarrollo actual y el porvenir de la didáctica de las matemáticas, el problema de la acción y de los medios para la acción, sobre el sistema de enseñanza.* (Chevallard, 1982)

Por lo cual, se trata de desprender de relaciones entre investigación y acción, más bien, se utiliza para afirmar la posibilidad de una acción racional sobre el sistema, con base en los conocimientos didácticos preestablecidos (Artigue et al,1995).

De esta forma, la ingeniería didáctica tiene una función como metodología de investigación y, también, como producciones de enseñanza de aprendizaje (De Faria, 2008), de las cuales nos centraremos en ella como metodología de investigación, la que se encuentra constituida por las cuatro fases señaladas a continuación:

- Análisis preliminar
- Concepción y análisis a priori
- Experimentación
- A posteriori y evaluación

Estas, permiten sistematizar la información recopilada y "la confrontación entre los análisis a priori sobre los diseños de actividades de aula y los análisis a posteriori sobre los corpus que se producen en la implementación de las tareas" (Calderón y León, 2012, p. 74).

3.1 Análisis Preliminar

En este apartado, se lleva a cabo el análisis de diversos aspectos teóricos didácticos generales y específicos, del campo de estudio que puedan ser influyentes en la elaboración de la situación (Ríos, 2007), entre los que destacan:

- El análisis epistemológico de los contenidos involucrados, es decir, el estudio de las raíces del saber, su historia, propiedades, etc.
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, tanto como, el cómo se enseñan los contenidos, según los libros entregados por el ministerio.
- El análisis al grupo de estudio, es decir, el contexto en el que están inmerso el grupo de estudio, las habilidades que estos manejan y las que deberían manejar, las experiencias vividas, etc.
- El análisis del campo de restricciones, es decir, las condiciones bajo las cuales se realizará la implementación de la situación didáctica.

Estos aspectos, son imprescindibles para llevarse a cabo lo que se quiere llegar, aunque no siempre se logran evidenciar en los resultados de la situación, y se toman en cuenta a lo largo de este trabajo en función de las necesidades. Por lo tanto, los estudios preliminares tan sólo mantienen su calidad de "preliminares" en un primer nivel de elaboración (Artigue, et al. 1995).

3.2 Concepción y análisis a priori

Trata sobre el diseño de la situación didáctica, a su descripción, el tiempo que se pretende ocupar para cada momento, participación de roles, las tareas o análisis de errores y respuestas, así como también la intervención del docente, las diferentes variables que pueden intervenir en el proceso y los resultados deseables de la implementación, (Ríos, 2007).

Artigue, et al (1995) se refiere a este como un *"análisis de control de significado"* (p. 44), relacionado con el actuar frente a un número de variables del sistema didáctico denominadas como variables macro-didácticas (globales) y micro-didácticas (locales), las cuales, pueden ser generales o anexas del contenido didáctico, pero a nivel micro-didáctico, se observan las variables relacionadas con la organización y la gestión de la secuencia de clase.

Para el análisis a priori de nuestra situación de aprendizaje, solo contemplaremos las variables macro- didácticas:

- A nivel macro-variable: Se consideran los elementos presentes en los documentos curriculares de séptimo básico, cálculo del perímetro de una circunferencia, indicadores de evaluación y priorización curricular.

Posteriormente, se presentarán las variables para realizar un análisis representativo y predictivo, centrado en "las características de una situación a-didáctica que se ha querido diseñar y que se va a tratar de llevar a los alumnos" lo cual se fundamente en las teorías de situaciones didácticas (Artigue, et al. 1995), es aquí donde se analiza cada una de las preguntas de la situación de aprendizaje detalladamente, el cual se realizará mediante la siguiente tabla:

Tabla 1: Análisis de las preguntas de la propuesta.

Pregunta	Estrategia Esperada	Respuesta Esperada	Dificultades

Se muestran las preguntas elaboradas dentro de nuestra propuesta, las posibles estrategias que pueden utilizar los estudiantes para dar respuesta a la pregunta, posteriormente, las respuestas a las que deberían llegar los estudiantes durante la implementación y las dificultades que podrían enfrentar en algún momento del desarrollo de la situación.

3.3 Experimentación

Como su nombre lo indica, se refiere al momento en el cual se llevará a cabo la implementación de la situación de aprendizaje en un grupo de estudiantes. De Faria (2008) identifica los siguientes pasos:

- La explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación.
- El establecimiento del contrato didáctico.
- La aplicación de los instrumentos de investigación.
- El registro de observaciones realizadas durante la experimentación.

3.4 A posteriori y evaluación

Este análisis trata sobre contrastar el análisis a priori con la experimentación, con el fin de validar internamente la situación planteada en base a la recolección de datos de la experimentación, las observaciones respecto a las secuencias de enseñanza y las respuestas entregadas por los estudiantes durante el experimento.

A continuación, se ilustran las respuestas entregadas durante la experimentación por los estudiantes, comparándolas con las respuestas esperadas hechas en el análisis a priori, clasificándolas como las respuestas que coincidan con las esperadas y las que no, mencionando las posibles dificultades. Este análisis se realizará con la ayuda de la siguiente tabla:

Tabla 2: Resumen de respuestas entregadas por los estudiantes.

Pregunta	Respuesta esperada	Respuesta no esperada	Dificultad

Finalmente, se presentarán sugerencias de cambios, para rediseñar las preguntas que puedan haber presentado dificultad, o preguntas que deberían haber sido implementadas las cuales, no se propusieron por el tiempo que se utilizó y las actividades que tenían programadas ya los estudiantes.

4. DISEÑO Y ANÁLISIS

En este apartado se busca explicar y justificar cada una de las preguntas introducidas en la situación de aprendizaje (véase Anexo H: Situación de aprendizaje.), las cuales, se encuentran relacionadas con las macro variables definidas en el capítulo anterior y el experimento realizado por Eratóstenes, por lo que, se busca a partir de su uso ancestral del sol como instrumento de medición y un objeto concreto, robustecer un conocimiento matemático desarrollado anteriormente de manera mecánica dentro de la sala de clases.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de la implementación de la situación de aprendizaje es comprender el concepto del perímetro de una circunferencia, a partir del, cálculo del perímetro de la línea del Ecuador realizado por Eratóstenes, para ello se organizó una actividad con distintos momentos, donde en uno de ellos se visualiza un video para introducir el cálculo desarrollado por Eratóstenes, se repasan los conceptos previos que los estudiantes deberían conocer para la implementación de la situación de aprendizaje, para así poder realizar cálculos, estimaciones y conjeturas que permitan darle un significado al perímetro.

A modo especifico, el momento número uno trata de activación de conceptos previos, realizando preguntas, las cuales, permiten saber si los estudiantes vieron estos conceptos, los entienden y/o tiene una noción, la cual se busca concretar en esta etapa.

El momento número dos, va enfocado en ocupar el sol como instrumento de medida, en hacer cálculos y mediciones de los ángulos interiores de la circunferencia al dividirlo en diferentes segmentos, como así también, en medir los arcos, para interiorizar el experimento realizado por Eratóstenes y que fuera más cercano a los estudiantes el video que se muestra. Luego de ello, se hacen diferentes actividades para que los estudiantes comiencen a darle un significado al concepto de perímetro.

Para finalizar, se realizan preguntas para que ellos puedan concretar lo visto y realizado, otorgándole significado de pertenencia al concepto de perímetro visto y manipulado con su material concreto.

4.1 Análisis Preliminar

Este análisis preliminar, considera los aspectos señalados dentro de la ingeniería didáctica tratada en el capítulo anterior, que contempla el análisis epistemológico, el análisis de la enseñanza tradicional, el análisis del grupo de estudio y el campo de restricciones.

En cuanto al análisis epistemológico, este fue realizado en su mayoría en el capítulo 3, y lo que hacía falta es explicado a continuación. De acuerdo con el perímetro de la circunferencia se encontró que los egipcios utilizaban una regla precisa relativa a la circunferencia: la razón, ocupando el área del cuadrado circunscrito al círculo y su circunferencia igualándola al área del cuadrado circunscrito al círculo y su perímetro. (Bermúdez & Lopez- Mesa, 2016). Estos vislumbres no muestran un dominio y aplicación a nivel disciplinar del concepto del perímetro; sin embargo, la utilización de la cuerda de 13 nudos, daba sentido a cierta regularidad en la medida, lo que, les permitía calcular aproximadamente el perímetro de la región y de esta manera aplicarla en la solución de un problema; es decir, se tenía un discernimiento de un concepto que no se generalizaba mediante un algoritmo, sino que, consideraba las regularidades de unos elementos matemáticos. (Bermúdez et al. 2016)

Posteriormente, Bermúdez y López- Mesa, (2016), afirman que los griegos dejaron un gran legado que se concentra en los trabajos y tratados realizados por Euclides (300 a.C.), entre ellos, el estudio de los conceptos de área y perímetro, los cuales, involucran el conocimiento de las características y propiedades de las figuras geométricas, que son los aspectos trabajados en la geometría euclidiana y están relacionados con formas, tamaños, distancias y ubicación, que son compendios fundamentales para llegar a la medición de longitudes, en el caso particular de esta investigación, la medición de perímetros no solo de figuras, sino también de elementos reales. Estos se trabajan desde el pensamiento métrico (sistemas de medida), y desde la perspectiva de la medición de longitudes, para considerar patrones de medida, entorno, tamaño y forma; estos aspectos, son parte del entorno y tienen diversos modos de representación, que el sujeto debe saber interpretar y tener la capacidad de reconocer por medio de sus propiedades. (Ver figura 5)

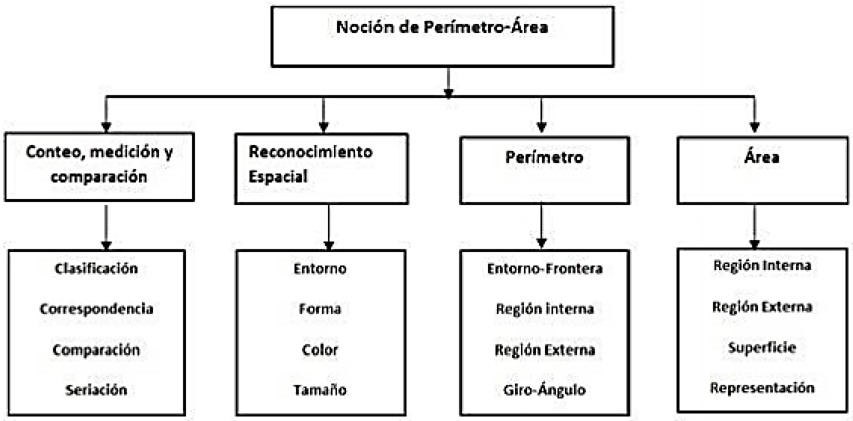


Figura 5: Noción de perímetro y área (Bermúdez & Lopez- Mesa, 2016)

El análisis de la enseñanza tradicional, se encuentra en el apartado de justificación del problema, dónde se muestra cómo es tratado en los documentos curriculares, específicamente en los textos de estudio cuyas páginas están en el anexo A y B.

Ahora bien, según el análisis del campo de estudio, es relevante para nuestro estudio lo siguiente: El curso con el que se trabajará es un séptimo año básico, de un colegio ubicado en la comuna de La Granja, el cual, es único en su nivel. El curso consta de 42 estudiantes, distribuidos en 21 mujeres y 21 hombres, de los cuales, 41 se conectan de manera sincrónica, 1 de forma asincrónica con actividades de libros y/o guías de trabajo, mientras que los que se conectan de forma remota trabajan, a través de, la plataforma virtual *Classrroom*, y a través de otra plataforma virtual, llamada *MEET*, con respecto a, los estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), solo se cuenta con 2, de los cuales, uno se encuentra diagnosticado con trastorno de déficit atencional (TDA), por lo cual, se le hace seguimiento con una tutora del grupo psicosocial de la escuela, ya que desde 7mo en adelante no se trabaja con programa de integración escolar (PIE). Respecto al otro estudiante, cabe señalar que, ingresó este año al liceo y, aún, no ha sido evaluado por la educadora diferencial, solamente se tienen antecedentes que la apoderada informó una vez que fue matriculado. Como grupo curso el promedio de notas en matemáticas es un 5.1, siendo la nota mayor un 6.6 y nota menor un 3.6.

Se puede mencionar, el reconocimiento de actitudes de liderazgo de parte de los y las estudiantes M.I, F.M y J.A, lo cual, fue analizado, a través, del estudio de un Sociograma.

En cuanto a campo de restricciones, al momento de realizar esta investigación encontramos una serie de limitantes relacionadas al contexto actual de pandemia en el que nos encontramos; en primer lugar, una investigación debe tener un sustento teórico importante, el cual se vio delimitado por el cierre temporal de toda institución perteneciente a la dirección de bibliotecas, archivos y museos (DIBAM) debido a la fase del programa del ministerio de salud (MINSAL) *"Paso a Paso"* en la que nos encontrábamos, en el cual no se nos permitía desplazarnos, puesto que los permisos eran acotados en número y tiempo de desplazamiento, impidiendo que se pudiese realizar una búsqueda de fuentes y libros en formato físico, los cuales, son escasos o carecen de la bibliografía adecuada para armar nuestro marco teórico.

Bajo esta misma línea, la comunicación con el centro educativo en el que se pudo implementar la situación de aprendizaje fue un problema importante, puesto que la comunicación a través de correos es engorrosa y lenta, muchas veces sin respuesta alguna; junto con lo anterior, el formato de las clases online es realizado, a través de plataformas virtuales como ZOOM, MEET u otros y, no todos los estudiantes cuentan con los recursos para poder tener una conexión estable que permita desarrollar una clase sin inconvenientes, o, simplemente, no cuentan con un dispositivo como computadora o notebook, es más, en su mayoría ocupaban equipos celulares, los cuales, tienen una pantalla más pequeña y se dificulta el aprendizaje.

Otro punto sumamente importante, es la obtención de resultados y participación de los estudiantes dentro de esta investigación, ya que, la situación de aprendizaje, aunque, fue pensada para formato online o presencial, tuvo inconvenientes, pues, no todos los estudiantes participaron activando sus micrófonos, algunos solo se comunicaban por chat y otros solo no respondían a las preguntas.

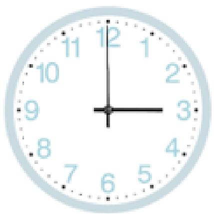
Estas problemáticas expuestas, enmarcan la elaboración e implementación de nuestra situación de aprendizaje, enfrentando contratiempos y las dificultades de desarrollar una investigación de este estilo en un contexto de pandemia.

Tomando todo lo anterior, se realiza la elaboración de la situación de aprendizaje con los escenarios involucrados.

Como los estudiantes estaban trabajando en matemáticas, la línea de álgebra y no geometría, a modo de guiar la situación y reconocer conceptos que pudieran no estar bien interiorizados u olvidados por los estudiantes, se planea desarrollar las siguientes preguntas de activación:

TAREA 1| MOMENTO 1| ACTIVACIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS

T1 M1.1 Según donde estén las manecillas del reloj, podemos identificar los grados de los ángulos, si es el giro positivo o negativo.



a) ¿Cuánto mide el ángulo representado?

b) ¿Qué es un ángulo recto?

c) Si rotaran las perillas del reloj hasta llegar al número 12, ¿A qué ángulo correspondería? ¿Qué estrategia utilizaste para medir este ángulo?

TAREA 2| MOMENTO 1|ACTIVANDO CONOCIMIENTOS PREVIOS

T2.M1. Recordando lo aprendido.

a) **¿Cómo se calcula el perímetro de la circunferencia?**
b) **¿Sabes a qué corresponde este símbolo π?**

Figura 6: Situación de aprendizaje

Luego, de que los estudiantes tengan claro cada uno de los elementos anteriores, es pertinente continuar con la siguiente etapa de la actividad.

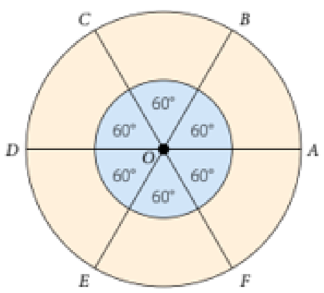
Momento 2:

Al comienzo del momento dos, se busca que los estudiantes puedan introducir el tema central del video, que viene a posterior. Para ello, las actividades anteriores se construyen para que el estudiante, por medio de la naranja, que funge como modelo a escala de la Tierra, pueda responderse a sí mismo, como determinar el perímetro de la línea del Ecuador de la Tierra, o de un círculo máximo cualquiera (geodésica), para luego, proceder a observar cuál es el cálculo realizado por Eratóstenes, para esto, se proponen las siguientes actividades.

Actividad:

Se realiza una actividad que permita a los estudiantes determinar la longitud de arcos de una circunferencia para distintos ángulos centrales. Tomando una circunferencia y dividiéndola en diferentes segmentos, para obtener ángulos de 60°, 72°, 90°, 180°.

a) Si una circunferencia se divide en 6 partes iguales, se representaría de la siguiente forma.



Ahora bien, si el arco AB midiera 10 cm, ¿Cuánto mediría el perímetro total de la circunferencia?

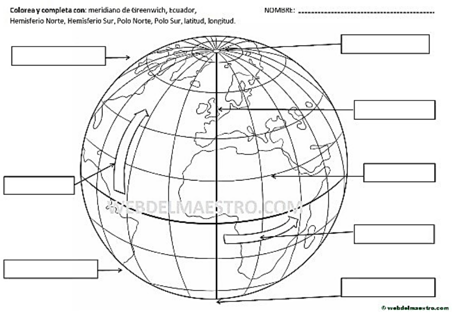
Figura 7: Situación de aprendizaje

Cabe destacar que, a los estudiantes no se les permitirá visualizar los grados al comienzo, una vez calculado el ángulo, recién se les dejará ver la figura anterior. Luego, se propondrán las otras divisiones. Con el objetivo de ocupar la habilidad de calcular, identificando que a medida que el ángulo aumente en tamaño, también lo hará la medida del arco.

Pregunta	Objetivo
Ve la sombra que estas proyectando ¿Será la misma si salimos al patio donde llega el sol directo? ¿Cambiara esta sombra a medida que avanza la hora?	Comprender el uso del sol como instrumento de medida.

Luego de esto, se muestra el video, el cual, lleva por nombre "Como se midió por primera vez la tierra", que, busca explicar a modo de resumen, el experimento realizado por Eratóstenes.

Pregunta	Objetivo
¿Qué hechos llamaron tú atención del video presentado? ¿Por qué no se proyectaba sombra en el día del solsticio de verano en Siena?	Comprender la importancia del día del solsticio de invierno o verano en nuestro continente. Comprender que los rayos de sol en Siena llegaban perpendiculares y que ese día el sol alcanzaba su altura máxima.

¿Qué es la línea Ecuatorial que se describe en el video? ¿Puedes identificarla en el siguiente esquema? Coloca los nombres de los paralelos y meridianos. Luego hazlo sobre tu naranja. 	Identificar la línea del Ecuador, paralelos y meridianos en el modelo esférico de la naranja.

En esta etapa, se trabajará con las naranjas, donde con un lápiz o marcador, deben remarcar en sus naranjas, la línea del Ecuador, paralelos y meridianos. Para, posteriormente, comenzar a dar significado al perímetro, el cual, aún no se nombra como concepto.

Pregunta	Objetivo
Veamos nuestras naranjas y comparémosla con la del compañero. ¿Se puede identificar cuál naranja es más grande que la otra? Anota la medida que te dé la distancia desde la cascara al centro de la naranja.	Otorgar significado al perímetro.

A través de diferentes preguntas según vayan dando respuesta, para dejar en evidencia que se comprende porqué una naranja es más grande que otra, cual es la razón que influye en ello. Se les pide que, con una lana puedan medir sobre la “línea del Ecuador” y sobreponerlo en una regla, para lograr evidenciar cuántos centímetros mide cada una de estas. Para poder llevarlo a la relación con el radio, se les pide que corten su naranja a la mitad y midan desde el centro de su naranja el extremo, o cáscara, para así medir el radio y nuevamente hacer la pregunta.

Ya finalizando, se les pide que midan el arco de uno de los gajos de la naranja, para que puedan calcular el perímetro de la “línea del Ecuador” de su naranja, comparando este cálculo con el anterior.

Cabe destacar que se repetirá constantemente que las medidas que estamos calculando serán aproximaciones, pues todos los gajos de la naranja no son iguales y, tampoco, la naranja es una esfera regular, por lo que la medida que ellos obtengan no será exacta.

Pregunta	Objetivo
¿Cuál fue la medida obtenida al medir la naranja con la lana, sobre la “línea del Ecuador”? ¿Cuál fue la medida obtenida de la línea del Ecuador al calcular solo la medida de un arco?	Comparar las medidas obtenidas del perímetro, del radio y del diámetro. Encontrar estrategias para el cálculo del perímetro. Comprender el cálculo realizado por Eratóstenes.

Para finalizar la actividad se planea el siguiente enunciado donde Eratóstenes encontró la siguiente relación: él dijo que, el ángulo determinado correspondía a una cincuentava parte de la Tierra, por lo que, entonces la distancia, medida en estadios, entre Alejandría y Siena correspondía a una cincuentava parte de la medida completa de la tierra.

Pregunta	Objetivo
¿Lo que ustedes hicieron ahora se podría haber realizado con la Tierra, extendiendo una lana por todo su contorno?	Argumentar por qué no se podría, a través de, sus análisis y pensamiento lógico matemático.
¿Qué hechos, los humanos, han descubierto solo con la ayuda del sol? ¿Qué importancia ha tenido en Chile por ejemplo en los últimos años?	Otorgar importancia al elemento cotidiano del sol y, su uso como instrumento de medida. Llevar al estudiante a que observe elementos de su alrededor y se cuestione, formulando diferentes hipótesis e investigaciones para motivarle a ser un sujeto activo dentro de su propio aprendizaje.

4.2 Análisis a priori.

En el siguiente aportado, se presenta el análisis a priori de la situación de aprendizaje, donde se pretende explicar los supuestos relacionados con los procesos de enseñanza aprendizaje que genera la situación planteada y los resultados deseables.

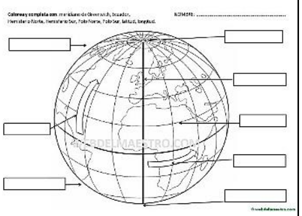
4.2.1Primer Momento

Pregunta	Estrategia Esperada	Respuesta Esperada	Dificultad
¿Cuánto mide el ángulo representado?	Con base en los contenidos vistos en los cursos anteriores, los estudiantes son capaces	Mide 90°. Un ángulo recto es aquel que mide 90°.	La dificultad de esta pregunta está en que los estudiantes nunca hayan visto los tipos de ángulos.

¿Qué es un ángulo recto? Si rotaran las perillas del reloj hasta llegar al N°12 ¿A qué ángulo correspondería?	de reconocer el ángulo recto y su medida. Se espera que los estudiantes que no recuerden la medida del ángulo completo logren darse cuenta de que la vuelta completa es 4 veces el ángulo recto. Para así llegar a la medida de 360°.	El ángulo al que corresponde es 360°	
¿Cómo se calcula el perímetro de la circunferencia en función de su radio? ¿A que corresponde el símbolo **π**?	Ellos pueden recordar la relación que existe, a través de, la fórmula o pueden averiguar cómo se realiza el cálculo en alguna plataforma, su libro de estudio o cuaderno. Es que los estudiantes sepan que el número π, se calcula al dividir la longitud de la circunferencia por su diámetro. Dando las primeras cifras decimales de este.	La fórmula para calcular perímetro. **P = 2 π r** Es la representación de un número decimal, el cual es conocido en la geometría como el resultado de la división entre la longitud y el diámetro de la circunferencia. Es 3,14 y algo más.	Los estudiantes no estuvieron en las clases que vio la profesora de perímetro de la circunferencia y no trabajaron estos contenidos. Los estudiantes creen que el número π es solo 3.14, al no reconocerlo como número irracional, ya que, aún no ven esos contenidos.

4.2.2 Segundo momento

Pregunta	Estrategia Esperada	Respuesta Esperada	Dificultad
¿Cuánto mide el ángulo interior de una circunferencia dividida en 6 partes iguales? Ahora bien, si el arco $\widehat{AB}$ de dicha circunferencia midiera 10 cm ¿De cuántos cm sería el perímetro total de la circunferencia?	Los estudiantes comprendieron que el ángulo completo mide 360°, por lo que proceden a calcular el cociente entre 360 y 6. Suman 6 veces 10. Multiplican 10 por 6.	Cada ángulo es de 60°. El perímetro de la circunferencia es de 60 cm.	Que alguno de los estudiantes haga el cálculo muy rápido y no deje que los otros estudiantes alcancen a pensar su respuesta o estrategia.
¿Qué hechos llamaron la atención de video presentado? ¿Por qué no se proyectaba sombra en el día del solsticio de verano en Siena?	Los estudiantes tomaron atención al video presentado y dan respuesta según lo que entendieron, argumentando.	A los estudiantes, les puede haber llamado la atención, diversos hechos presentados en el video. No se proyectaba sombra en el día del solsticio de verano en Siena, porque, el Sol proyectaba su luz perpendicularmente a ese lugar.	Los estudiantes no contaban con buen internet, y se les pudo entrecortar el video dado este contexto de clases virtuales.

¿Qué es la línea Ecuatorial que se describe en el video? ¿Puedes identificarla en el siguiente esquema? Coloca los nombres de los  paralelos y meridianos. Luego hazlo sobre tu naranja.	Los estudiantes describen la línea Ecuatorial con sus propias palabras o elementos con los que cuenten, logran identificar que son los paralelos y meridianos tanto en el esquema, como en su naranja, proyectándolos y usando la naranja como una tierra a una escala pequeña.	La línea del Ecuador divide a la tierra en dos partes iguales. Plano imaginario que divide a la tierra, en dos hemisferios. Los estudiantes reconocen y proyectan los paralelos, meridiano y el ecuador terrestre.	Los estudiantes lo hacen solo por réplica y, no porque lograron identificar los paralelos meridianos y el ecuador terrestre.
Veamos nuestras naranjas y comparémosla con la del compañero. ¿Se puede identificar cuál naranja es más grande que la otra? Anota la medida que te de la distancia desde la cáscara al centro de la naranja. ¿Cuál fue la medida obtenida al medir la naranja con la lana, sobre la "línea del Ecuador"?	Se espera que los estudiantes, razonen y argumenten con los elementos dados anteriormente u otros, a partir, de sus conocimientos, porqué una naranja es más grande que la otra, y cómo pueden comprobarlo o demostrarlo.	Miden el perímetro de la línea del ecuador y se hablan entre sus compañeros para comparar cuál es el perímetro más grande, para así, argumentar. Cortan la naranja y ocupan el perímetro o diámetro para comparar el tamaño de las naranjas.	Los estudiantes no logran tomar los elementos, como herramientas para comparar, se les dificulta hilar ideas y no argumentan, o prefieren no responder. Solo al avanzar hacen los cálculos del perímetro de la línea del ecuador y del radio y diámetro.

¿Cuál fue la medida obtenida de la línea del Ecuador al calcular solo la medida de un arco? Compara y encuentra las diferencias o similitudes.			

4.2.3 Tercer momento

Pregunta	Estrategia esperada	Respuesta esperada	Dificultad
¿Lo que ustedes hicieron ahora se podría haber realizado con la Tierra, extendiendo una lana por todo su contorno?	Se espera que los estudiantes formulen una respuesta coherente, analizando la situación y estrategias válidas o, pertinentes a lo descrito. Se espera que, a través, de la lógica, puedan dar argumentos válidos, con sustento en lo teórico visto anteriormente.	No, porque existen variables las cuales no nos permitirían extender una lana y seguir por toda la línea del Ecuador.	Los estudiantes puede que no sean minuciosos en sus respuestas y den un resultado incorrecto o absurdo para aquella propuesta.
¿Qué hechos, los humanos, han descubierto solo con la ayuda del sol? ¿Qué importancia	Se requiere una capacidad analítica, investigativa, que, puedan recordar lo visto en las noticias, vivencias propias, o	Se espera que recuerden hechos como los eclipses. El calendario Maya o Mapuche.	Quizás los hechos los hayan vivido o visto pero no lo asocien con la pregunta.

ha tenido en Chile, por ejemplo, en los últimos años?	anécdotas con los que hayan trabajado o leído en algún momento. El deseo de inmiscuir, sobre que investigaciones y descubrimientos, a través, del grandioso cielo que tenemos en el norte de nuestro país.		

4.3 Experimentación

La implementación, se llevó a cabo en el colegio de la comuna de La Granja, adscrito a la gratuidad desde hace dos años. El curso en el que fue realizada es el 7°A, el cual es el único de su nivel en el establecimiento educacional.

Un punto importante es que se trabajara con los estudiantes donde realizo mi práctica profesional, entonces se tiene conocimiento de los integrantes del curso sus motivaciones, personalidades e intereses y comprendía como podía motivarlos, existía un vínculo afectivo, el cual al momento de implementar la situación de aprendizaje jugó un rol fundamental, pues ya estaban acostumbrados a la metodología y se sentían en confianza para participar, ya que siempre se les recalcó que no existía respuesta errada y que todo podía significar parte del aprendizaje.

El viernes 11 de junio, anterior a la implementación, se solicitaron los materiales que se requerían para la situación de aprendizaje. La implementación fue anunciada por el *Classroom* de matemáticas, y enviado el enlace 5 minutos antes de la clase para dar acceso a los estudiantes y no perder tiempo en ello. Aunque la actividad fue pensada para realizarla en un bloque de 90 minutos, no se logró, porque los estudiantes tenían clases de educación física luego de la clase de matemáticas, así que fue realizada en dos clases de 60 minutos cada una, el martes 15 de junio de 10:30 a 11:30 y el miércoles 16 de junio de 9:15 a 10:15. En la implementación del martes participaron 32 estudiantes, y el miércoles 31 estudiantes. Aunque, no todos participaron activamente, algunos de ellos activaron sus cámaras, sus micrófonos y participaron dando sus respuestas por el chat de MEET.

En la primera sesión, se alcanzó a trabajar hasta la primera mitad del momento 2, y en la segunda sesión se trabajó el restante. Como aún no era anunciado el feriado del 21 de junio por el día de los pueblos originarios, se pidieron los implementos para realizar el cálculo de Eratóstenes con una pala y una huincha, datos que iban a ser ingresados a un Excel para calcular el perímetro de la línea del Ecuador con la información extraída. Aquello no pudo ser realizado, ya que el jueves fue enunciado el feriado para el día 21 de junio en Chile, afectando en la realización de la actividad planeada el día del solsticio de invierno, específicamente en la realización del cálculo a realizar por los estudiantes.

4.4 Análisis a posteriori

En la siguiente sección, se evidencias las respuestas entregadas por los y las estudiantes en la situación de aprendizaje implementada, junto con ello, se presenta un análisis de las respuestas y una síntesis de las dificultades existentes en cada una de ellas.

En cada una de las siguientes tablas, se muestran las respuestas textuales que dieron los estudiantes, ya sea a través del micrófono o el chat de MEET.

4.4.2 Análisis respuestas primero momento

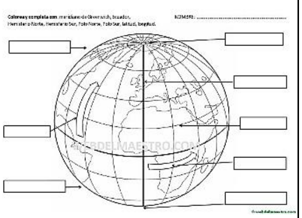
Pregunta	Respuesta esperada, entregada	Respuesta no esperada	Dificultades
¿Cuánto mide el ángulo representado?	Los estudiantes rápidamente responden que el ángulo representado es un ángulo recto de 90°.	Una de las estudiantes, al preguntar de manera abierta si alguien no recordaba o no entendía	No hay mayores dificultades.

¿Qué es un ángulo recto? Si rotaran las perillas del reloj hasta llegar al N°12 ¿A qué ángulo correspondería?	Los estudiantes responden que correspondería a un ángulo de 360° y añaden además a esta respuesta el nombre del ángulo completo, aunque les costó y, se tuvo que hacer varias preguntas estratégicas para que llegaran a la respuesta. Uno de ellos dijo, que no ocupó una estrategia, sino que, solo recordó los contenidos vistos. La estrategia que utilizaron fue buscar en sus apuntes los nombres.	aquello, respondió que solo lo había olvidado pero que lo comprendía. Uno de los estudiantes representó, el ángulo extendido con sus brazos y, así también, el completo. En el chat de MEET, dijeron que el ángulo de 360° se llamaba cóncavo.	Los estudiantes confundieron los nombres de los ángulos extendidos con el completo.
¿Cómo se calcula el perímetro de la circunferencia en función de su radio? ¿A que corresponde el símbolo **π**?	La primera respuesta fue, π multiplicado por diámetro. Y luego, otro estudiante dijo que había dos formas, la primera, que era la mencionada anteriormente y, que la otra era 2 por π por r, el radio. Los estudiantes respondieron que ese símbolo, correspondía al número pi, y comenzaron a nombrar sus cifras, 3,1416. Hasta la milésima.	Uno de los estudiantes nombró la fórmula y cuestionó: dónde está el punto que va abajo, no asimilando que este punto era de multiplicación. Uno de los estudiantes dijo que el número π correspondía a los griegos. Dijeron que el número π era la longitud de la circunferencia, entendiéndose que	Errores conceptuales que pueden obstaculizar el aprendizaje de los estudiantes.

		entrelazaron los conceptos.	

4.4.3 Análisis respuestas segundo momento

Pregunta	Respuesta esperada, entregada	Respuesta no esperada	Dificultades
¿Cuánto mide el ángulo interior de una circunferencia dividida en 6 partes iguales? Ahora bien, si el arco de dicha circunferencia midiera 10 cm ¿De cuántos cm sería el perímetro total de la circunferencia?	Ocuparon la estrategia esperada dividendo 360° grados en 6, resultando que cada ángulo interior midiera 60°. Reconocieron el arco, pero no lo nombraban, contra el sentido del reloj.	Una estudiante dijo uno, no explico el porqué. Dieron un tentativo como 50° más o menos.	Confundieron el arco con el de fútbol y el de una flecha.
¿Qué hechos llamaron la atención de video presentado? ¿Por qué no se proyectaba sombra en el día del solsticio de verano en Siena?	Al estudiante le llamo la atención la genialidad de Eratóstenes, y los cálculos que realizó. Les llamó la atención que había un día en que, al mirar el pozo, este no proyectara sombra. El pensamiento de Eratóstenes al proyectar la luz hasta el centro de la tierra. El sol cuando estaba el día del solsticio de verano caía perpendicular a la tierra.	Los estudiantes dijeron que a las 12 de cualquier día la sombra no se proyectaba lo suficiente, pues, el sol estaba en todo lo alto. Otro estudiante habló sobre los relojes antiguos, que ponen un palito y números a su alrededor y según la sombra saben la hora. Hablaron sobre muchos temas otorgándole	Todos los estudiantes querían participar, y se volvió extenso este momento de participación, además, de que estaban ansiosos por ocupar las naranjas.

		importancia al sol, como, por ejemplo, medir la hora con los dedos, como medían la hora los cavernícolas, sobre las tortugas que miran las estrellas para guiarse. Un estudiante habló sobre las medidas del estadio donde el entrenaba que era como de 150 metros.	
¿Qué es la línea Ecuatorial qué se describe en el video? ¿Puedes identificarla en el siguiente esquema? Coloca los nombres de los  paralelos y meridianos. Luego hazlo sobre tu naranja.	Los estudiantes ubicaron en su naranja la línea del Ecuador y la describieron como la línea que parte en dos partes iguales a la tierra. Ubicaron los meridianos y paralelos sin problema.	Los estudiantes respondieron que para que sean paralelos no deben tocarse en ningún momento. Dicen que para que sean paraleles deben estar coordinados en la misma línea, en la misma dirección.	Algunos no tenían naranjas y ocuparon una manzana que tenían a mano en ese momento. En la segunda implementación, todos contaban con sus naranjas, al momento de remarcar los paralélelos y meridianos en la naranja, no quedaban derechos. Al estar trabajando de forma online

			los estudiantes se demoraban más del tiempo normal y había que dar las explicaciones y repetir las preguntas varias veces, aumentando el tiempo que se tenía destinado para la actividad.
¿Cuál fue la medida obtenida al medir la naranja con la lana, sobre la "línea del Ecuador"? ¿Cuál fue su radio y su diámetro?	Se obtuvieron los resultados de sus mediciones por ejemplo algunas median 26cm, 22cm ,23cm, 24cm, 20cm, 19cm. Algunas respuestas fueron al medir el diámetro y radio fueron: Mi perímetro mide 22, radio 3,5 y diámetro 7. Mi radio mide 4,5 y diámetro 9. Mi radio mide 4 el diámetro es de 8. Y así diversas respuestas.	Uno de los resultados fue que un radio midió 3 y el diámetro 4, en donde se preguntó. ¿Qué sería lo óptimo, a que proporción deberían responder el diámetro con el radio? Respondiendo una compañera a que el radio debe ser la mitad del diámetro.	Al momento de hacer el corte, algunos estudiantes lo hicieron de forma errada.
¿Cuál fue la medida obtenida de la línea del Ecuador al calcular solo la medida de un arco? Compara y encuentra las diferencias o similitudes.	Algunos encontraron que su naranja estaba divida en 8, 10, 11, 12, partes, con los gajos. Donde midieron con su regla o huincha, el arco y multiplicaron este valor por la cantidad de gajos que tenía su naranja, en este momento llegaron a	Los estudiantes asimilan el diámetro con la mitad de la circunferencia y como la línea que pasa por el centro de la circunferencia.	Los estudiantes comenzaron a comerse las naranjas.

	números muy cercanos a los anteriormente pedidos sobre el perímetro de la línea del ecuador. Midiendo el arco llegaron a diferentes cálculos al realizar las multiplicaciones. Una estudiante responde que no sabe, pero que su línea del ecuador mide 24 cm, al preguntarle ¿Es tu naranja más grande que la de S.M?, a lo cual no supo cómo responder, pero S.A dijo: la de A.M es más grande pues su línea del ecuador, su perímetro mide 24 cm y la mía 22 cm. Para comparar entre todas las naranjas del cuso, se pidió que escribieran en el chat, las medidas de sus perímetro, radios y diámetros, llegando todo el curso a la conclusión de que J.G tenía la naranja más grande pues su perímetro, radio y diámetro era mayor que el de los otros.	J.A hizo una acotación importante, él dijo: Multiplique el diámetro por 3, el de mis compañeros y llegue a un resultado muy similar a su diámetro, él dijo: el perímetro es aproximadamente 3 veces más que el diámetro. Llegando a utilizar la “formula” del perímetro.	

Al momento de realizar estos cálculos no se estaba proyectando nada en MEET, solamente estábamos mirando las pantallas de nuestros compañeros, lo que permitía que los estudiantes pudieran visualizar lo que, hacia el otro, pudieran observan las mediciones y vincular sus respuestas, ya que estábamos trabajando directamente con sus respuestas activando micrófonos y por el chat. Esto es algo fundamental y el punto fuerte dentro de la implementación, ofreciendo al estudiante un rol protagónico. Se realizaban preguntas específicas a estudiantes que estaban con o sin la cámara encendida, permitiendo generar un vínculo tanto emocional como afectivo pues no es un estudiante equis que pasa desapercibido, es Sofía, es Maximiliano, es Joseph, etc. Cada uno con sus naranjas, sus vivencias, sus cálculos y aprendizajes creados.

Dentro de la educación a distancia que estamos viviendo es de suma importancia poder vincularse con el otro, generar feedback, comunicarse, verse, hablarse y cuestionarse. Cuando solo se proyecta un ppt y no se vincula al estudiante con el material didáctico esto provoca la exclusión de este, de su propio proceso de aprendizaje.

Si, por ejemplo, se hubiera usado para la implementación un instrumento de recolección de datos como un Google forms, no se hubiera podido dar la discusión de S.A, se hubiera quedado con la respuesta "no sé", no hubiera podido escuchar a su compañera A.M la cual le dijo mira S, tu naranja es más grande que la mía porque tu perímetro fue de 24 y el mío solo de 22. Es importante poder generar discusiones de manera abierta, es más enriquecedora la comunicación y las conjeturas compartidas que las recolectadas de manera individual a través de un formulario que no permite escuchar al otro y sus aprendizajes adquiridos, de los cuales puedo obtener ventajas y motivación por el aprender más allá de lo que me enseñaron en clases.

4.4.4 Análisis respuestas tercer momento

Pregunta	Respuesta esperada, entregada	Respuesta no esperada	Dificultades
¿Lo que ustedes hicieron ahora se podría haber realizado con la Tierra, extendiendo una lana por todo su contorno?	Los estudiantes dijeron que se podía medir todas las calles de la tierra que rodeen a la línea del Ecuador. Los demás decían que no se podía, que había océanos y que sería muy complejo.		
¿Qué hechos los humanos han	Los estudiantes tomaron el sol como un instrumento de medida,	Hablaron sobre la luna roja, sobre	Todos los estudiantes querían

descubierto solo con la ayuda del sol? ¿Qué importancia ha tenido en Chile por ejemplo en los últimos años?	por que respondieron que se podía medir la hora, el día y la noche, los días de la semana. Hablaron sobre el eclipse solar y lunar y de que se podía ver solo con lentes. Que hicieron descubrimientos. Dejándoles la invitación de aprender más sobre nuestra cultura y como desarrollaron los mapuches su propio calendario.	documentales de Netflix que hablan sobre esto, sobre estaciones de astronomía que están en Chile.	hablar sobre sus experiencias y a veces no respetaban el turno del compañero que estaba hablando.

5. CONCLUSIONES Y PROYECCIÓN

En esta investigación, se propuso diseñar una situación de aprendizaje para otorgar sentido de pertenencia al concepto de perímetro en la circunferencia, con base en la medición de la tierra realizada por Eratóstenes el día del solsticio de verano. La cual sustentamos teóricamente con el libro “el discurso matemático escolar” y “la teoría socioepistemológica”, los cuales entregaron las directrices claves para formular una situación de aprendizaje sólida, sin caer en los fenómenos de adherencia, opacidad y exclusión, además de trastocar el currículum nacional y los textos de estudio para otorgarle significado al concepto.

Uno de los objetivos específicos, fue identificar el tratamiento del concepto de perímetro de la circunferencia en diferentes instrumentos curriculares, donde se pudo identificar la supremacía de lo disciplinar, carente de identidad cultural, gestando una carga peyorativa en el estudiante y, un claro, rechazo a la matemática educativa. Se encontró, además, una contradicción entre lo que se espera lograr, en cuanto a habilidades y actitudes, y las sugerencias de actividades en los textos escolares, los cuales buscan el aprendizaje por repetición, sin cuestionamientos o desafíos reales para el pensamiento lógico matemático.

Soto y Cantoral (2014) plantean que la matemática escolar, al soslayar las múltiples significaciones que tiene este conocimiento en distintos contextos de uso, delimita las formas de actuar, razonar, significar y/o argumentar de los estudiantes. Con miras a propiciar que los estudiantes vinculen las matemáticas que aprenden en la escuela con el mundo en el que viven. Coincidiendo las ideas con la de los autores en la necesidad de realizar una reformulación respecto a cómo se concibe, organiza y enseña la geometría escolar, de manera particular el perímetro de la circunferencia.

Es así como, por medio de la problemática dada, se logró identificar dos ámbitos esenciales de la matemática 1) el que se ve en la escuela y 2) el cotidiano, donde claramente, la problemática esencial, se presenta en la escasa representación de la matemática en los usos del cotidiano del estudiante, produciendo un quiebre entre la matemática de la escuela y la vida del mundo en el que viven.

Para esta situación de aprendizaje, en cambio, se quiso ocupar al sol como instrumento de medida, un elemento que está en la vida diaria de todos, con el cual, se construyeron diferentes teoremas y axiomas, los cuales, se ocupan hasta el día de hoy en la matemática; cuyos escenarios pueden ser considerados para otorgarle identidad al currículum, ya que, este fue usado también por nuestros pueblos originarios para realizar su propio calendario, en donde el día del solsticio de invierno da comienzo a los días cada vez más largos a la espera de la llegada del solsticio de verano, para ver el renacer eventual de la naturaleza. Aquel día, nos otorga identidad como ciudadanos chilenos, ya que se evidencia el pensamiento matemático en la cultura Mapuche. Es así, como consideramos la observación como un método para construir conocimiento, incentivando a mirar cada día más allá y formularse preguntas que lleven a aprendizajes nuevos y significativos en la clase propuesta.

Paralelamente, en esta situación de aprendizaje, el individuo que busca aprender matemática y construir conocimiento, es el principal actor. Aquí, se buscó trabajar desde sus propios conocimientos previos y contextos socioculturales, con objetos concretos, que están a disposición en todo ámbito (económico, distancia, salubridad, etc.) y, que además, son de fácil acceso, evitando así un problema como la adquisición de una herramienta u objeto como un globo terráqueo que, sin duda alguna, es de menor acceso por el contexto pandémico. Además, con las naranjas utilizadas en la implementación se logró quitar el sentido utilitario al perímetro de la circunferencia, y se dio la oportunidad de transformar la realidad, para que ahora, una simple naranja sea usada como modelo a través del uso pragmático de la imaginación, permitiendo así que este sea utilizado para crear aprendizajes nuevos y lograr concatenar esta iniciativa a un vínculo cotidiano.

De esta manera, en la resolución de problemas del mundo real, se considera fundamental analizar desde qué ámbito los estudiantes piensan y justifican sus respuestas; sobre todo, teniendo en cuenta que los conocimientos que surgen de la interacción del ser humano con un fenómeno específico están situados en los aspectos propios de dicho fenómeno (Cantoral, 2013).

El segundo objetivo específico, fue relacionar el uso del sol como instrumento de medición en el trabajo realizado por Eratóstenes y el pueblo mapuche, el cual fue desarrollado en el capítulo 3, llevándonos a estructurar la situación de aprendizaje planteada, dándole sentido de pertenencia a ella, tributándole contenido al tema central. Específicamente, en la segunda sesión, al preguntar que recordaban de lo visto anteriormente, se pudo evidenciar que los estudiantes otorgaron importancia al sol como instrumento de medida.

El tercer objetivo específico es, evaluar el sentido de pertenencia que ofrece la situación de aprendizaje diseñada. Ahora bien, para evidenciar si efectivamente la situación de aprendizajes elaborada permitía el rediseño del dME y su resignificación, es que se utiliza la metodología planteada por Artigue (1995), con base en las cuatro fases de la ingeniería didáctica que son: análisis preliminar, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori, con la que se fue capaz de analizar y sistematizar la información tras la implementación de nuestra actividad.

Al respecto, se agrega que la complejidad de esta situación de aprendizaje deviene, en parte, de la distancia existente entre la organización, estructura y funcionamiento de la matemática escolar y las características del conocimiento puesto en uso en situaciones, contextos y prácticas específicas. En definitiva, se señala que es necesario tanto cuestionar el supuesto de la transferencia natural entre de la geometría escolar hacia contextos reales como, también, el cómo ésta se concibe y estructura en la escuela.

Contextualizar requiere de traer a la escuela la racionalidad inherente a los conocimientos en sus escenarios de uso. Lo anterior, implica un desafío epistemológico, pues demanda cuestionar la racionalidad imperante en el dME.

Se requiere incorporar en la escuela, actividades en las que aparezca en escena, una geometría con carácter dinámico, y cuyo abordaje descanse sobre la práctica de la comparación. Se considera que, esto puede lograrse incorporando actividades que involucren situaciones dinámicas, tanto en el ámbito de la geometría o como en el de la geometrización de un fenómeno. En estas, se pueden incorporar preguntas basadas en la comparación, preguntas del tipo ¿cómo varían?, ¿cuándo permanecen iguales?, ¿cuándo uno es más grande que el otro?, ¿cuándo es su mitad, doble o cuádruple?, etc. En estas preguntas, un horizonte deseable es propiciar el uso de la transitividad de las relaciones de orden.

Al finalizar esta investigación, y de acuerdo con los resultados obtenidos, se necesita superar la racionalidad estática y el predominio de lo calculatorio de la geometría escolar por una racionalidad con carácter dinámico, cuyo abordaje se sustente en una heurística basada en la comparación (Espinoza, Vergara y Valenzuela, 2017). De esta manera, para responder a los objetivos curriculares relativos a articular la enseñanza de la matemática con la vida cotidiana de los estudiantes, constatamos la necesidad de incorporar al aula de matemáticas problemas que movilicen la racionalidad contextualizada subyacente al uso del conocimiento en contextos específicos (Espinoza, Vergara y Valenzuela, 2017).

Por lo tanto, se puede concluir que la situación de aprendizaje planteada resultó exitosa, logrando incorporar un aporte al dME, y trastocando el currículum nacional.

"***La educación no cambia el mundo, cambia a las personas que van a cambiar el mundo" (Paulo Freire),*** por esto, debe existir una preocupación en nuestro actuar, y en cómo hacemos que las personas vuelvan a mirar su propia realidad después de nuestras clases.

6. Bibliografía

Abrate, R., Delgado, G., & , & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.

Agencia de calidad de la Educacion , M. (Mayo 2021). *Resultados diagnostico integral de aprnedizaje.* Santiago: MINEDUC.

Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). *Ingenería Didáctica en educación matemática.* Bogotá : Grupo Editorial Iberoamérica.

Bermúdez, A., & Lopez- Mesa, J. (2016). Matemáticas para la diversidad: un estudio historico, epistemologico, didactico y cognitivo sobre el perimetro y area. *Revista Investigacion desarrollo innovador*, 77-92.

Cantoral, R. U. (2013). *Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa* . Barcelona : Gedisa, S.A.

Castilla, J. (2016). La expresion matematica de la longitud de la circunferencia en el marco de la enseñanza para la comprensión.

Chevallard, Y. (1982). En Y. Chevallard, *Sur l'ingénierie didactique. Texte préparé pour la deuxième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pág. pag 28). Orleans Juillet.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique.* Grenoble: La Pensée Sauvage19.

Consitucional, D. (21 de Junio de 2021). *Diario constitucional.cl.* Obtenido de https://www.diarioconstitucional.cl/2021/06/21/solsticio-de-invierno-por-que-se-celebra-el-dia-de-los-pueblos-indigenas/

Cordero, F., Gómez, K., Silva, H., & Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar* . Barcelona : Gedisa, S.A.

Del Valle, T., Soto, D., & Mendoza, J. (2016). *La exclusión qie provoca el discurso matemático escolar.El caso de la optimixación y la estabilidad.*

Gamboa , R., & Ballesteros, E. (2009). ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE LA DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática.*, 113- 135.

García , E., & Bobadilla, E. (2020). *Valoración didática de clases sobre la enseñanza de la circunferenia en profesores de educación media del sur de Chile.* Los Lagos: Universidad de los Lagos.

Gómez, K., Silva, H., Cordero, F., & Soto, D. (2014). *Exclusión, opacidad y adherencia. Tres fenomenos del discurso matemático escolar* .

Guerri, V. (1984). *Determinación del radio de la tierra por el método de Eratóstenes.* Nueva revista de eneñanzas medias.

Guerri, V. (1984). *Determinación del radio de la tierra por el método de Eratóstenes* . Nieva revists de enseñanzas medias.

MINEDUC. (2016). *Programa de estudio septimo basico.* Santiago.

Roldan, G., & Rendón, H. (2014). *Estrategias para el estudio del área y el perímetro de figuras planas articulada al modelo socio crítico para los estudiantes d ela institución educativa María de los Angeles Cano Márquez.* Medellín: Universidad de Medellin .

Salinas, A. (2002). Eratóstenes y el tamaño de la Tierra (S. III a.C). *Revista de Geografía Norte Grande*, 29: 143-148.

Senado, R. d. (17 de junio de 2021). *Senado* . Obtenido de Pagina de Senado : https://www.senado.cl/feriado-por-dia-de-los-pueblos-originarios-respaldan-informe-de/senado/2021-06-16/181837.html

Silva, H., & Cordero, O. (2019). La identidad y la adherencia en la formación del matemático educativo en latinoamerica. 969-976.

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión, Una visión socioepistemológica.* México: (Tesis de maestría no publicada).Departamento de matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Soto, D. (2010). El discurso matemático escolar y la exclusión, Una visión socioepistemológica. México: (Tesis de maestría no publicada).Departamento de matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). El discurso matemático escolar y la exclusión.Una visión Socioepistemologica. Bolema: Boletim de educacao matemñatica.

Soto, D., Gomez, K., Silva, H., & Cordero, F. (2012). Exclusión, cotidiano e identidad: una problematica fundamental del aprendizaje de la matemática. *Cinvestav IPN*, 1041- 1048.

Soto, D., Silva, H., & Van-Lamoen, S. (2009). Busqueda del pensamiento matemático en la cosmovisión mapuche. *Cinvestav CLAME*.

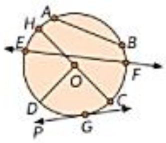
7. Anexos

Anexo A: Ejercicios planteados en documentos curriculares

Lección 12 Círculo y circunferencia

Círculo y circunferencia

1. Identifica un radio y un diámetro de la circunferencia.



radio =

diámetro =

2. Escribe V si la afirmación es verdadera o F si es falsa.

a. ______ Si dos circunferencias tienen el mismo centro son iguales.

b. ______ Un círculo es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

c. ______ Dos puntos de una circunferencia de centro *O* están a la misma distancia de *O*.

d. ______ Si dos circunferencias tienen el mismo radio, son congruentes.

e. ______ El radio siempre tendrá una medida mayor que el diámetro.

3. Resuelve los siguientes problemas. Justifica con tu desarrollo.

a. Patricio dice que dos circunferencias cualesquiera se pueden intersecar en exactamente dos puntos. Romina, en cambio, dice que pueden intersecarse en infinitos puntos. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

b. ¿En qué casos dos circunferencias se intersecan en infinitos puntos? Dibuja la situación.

c. ¿Es posible que dos circunferencias se intersequen en un solo punto? Dibuja la situación.

Perímetro del círculo

1. Calcula el perímetro de cada rueda.

a.

d = 56 cm

b.

d = 31 cm

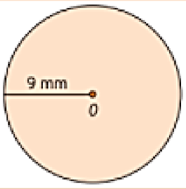
c.

d = 4 cm

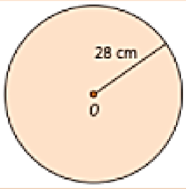
d. ¿Cuántas vueltas dará cada rueda en 1 km de distancia?

Rueda bicicleta	Rueda automóvil	Rueda patineta

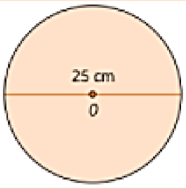
2. Calcula el perímetro de los círculos.



$P=$



$P=$



$P=$

3. Analiza y responde.

a. Si se duplica la medida del radio de una circunferencia, ¿qué sucede con el perímetro?

b. Si se duplica la medida del diámetro de una circunferencia, ¿qué sucede con su perímetro?

c. Si el perímetro de un círculo es 10π cm, ¿cuál es su radio?

4. Resuelve los problemas. Justifica tu respuesta con el desarrollo paso a paso.

a. Marcela confecciona collares. Si la longitud debe ser de 90 cm, ¿cuánto medirá el radio de la circunferencia que se forma al cerrar el collar?

b. En una piscina circular se desea colocar una reja. Si la piscina tiene 8 m de diámetro, ¿cuántos metros de reja se deben comprar?

c. El círculo central de una cancha de fútbol mide 9,5 m de radio. ¿Cuánto mide su contorno?

1. Observa la situación y realiza las actividades propuestas.

Calcular el perímetro de figuras de lados rectos es algo que vienes practicando desde hace algunos años. Sin embargo, para calcular el perímetro de un círculo, tendremos que utilizar otra estrategia.

Materiales
- 4 objetos en los que se observe un círculo
- Lana
- Regla
- Tijeras

a. Sigue los pasos para calcular el perímetro de un círculo.

Paso 1: Mide el diámetro de uno de los objetos solicitados en los materiales utilizando la regla. Asegúrate de que la medida pase por el centro del círculo.

Paso 2: Con la lana, mide el contorno de los objetos (longitud de la circunferencia) y córtala según la medida.

Paso 3: Mide la longitud de la lana cortada con una regla.

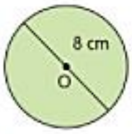
Paso 4: Repite el proceso con los otros 3 objetos.

b. Completa la tabla en tu cuaderno. Utiliza calculadora de ser necesario.

Objeto	Diámetro (d)	Contorno de la circunferencia (P)	$P : d$
■	■	■	■
■	■	■	■
■	■	■	■
■	■	■	■

c. Analiza y describe la relación que existe entre los cocientes. ¿A qué número es cercano?

2. Determina el perímetro de los siguientes círculos. Considera $\pi \approx 3,14$.

a.


b.


c.


¿Por qué crees que se utiliza 3,14 como aproximación de π? ¿Por qué no se usa el número completo?

3. Resuelve los problemas considerando 3,14 para π.

a. Ana desea cambiar la pantalla de su lámpara por otra que tenga las mismas medidas. En la tienda, las pantallas están rotuladas por la medida perimetral de las bases. Si Ana anotó las medidas de la imagen, ¿qué perímetros debería tener su nueva pantalla?

Geografía

b. Analiza la imagen y realiza las actividades propuestas.
- Calcula la medida de la línea del ecuador utilizando la medida aproximada del radio ecuatorial presente en la imagen.
- Determina la medida del diámetro que existe al trazar una circunferencia a través de los polos, sabiendo que el radio polar (desde el centro de la Tierra hasta un polo) mide aproximadamente 6356 km.

c. Una rueda de bicicleta tiene 26 pulgadas diametrales. Si una pulgada equivale aproximadamente a 2,5 cm, ¿cuántas vueltas debiese dar la rueda para recorrer 100 m? Si José logra que la rueda de su bicicleta gire completamente en 3 segundos, ¿cuánto demorará en recorrer 100 m?

Anexo B: Documentos Curriculares

UNIDAD 3	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA 11 Mostrar que comprenden el círculo: › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo. › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo. › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos, de otras asignaturas y de la vida diaria. › Identificándolo como lugar geométrico.	› Identifican la línea del ecuador, paralelos y meridianos en modelos esféricos. › Miden el diámetro y el perímetro de objetos redondos, como vasos con forma cilíndrica, latas, corchos, etc. › Calculan el cociente entre el perímetro y el diámetro de una"π" circunferencia y comparar el resultado con. › Aplican la fórmula $P = d \cdot \pi$ en ejercicios rutinarios y no rutinarios, para resolver problemas que involucran perímetros de círculos, como ecuador, paralelos y meridianos. › Estiman el área del círculo entre $2r^2$ y $4r^2$, descubriendo que también resulta el mismo valor aproximado de a $\approx r^2 \cdot 3$. › Aplican la fórmula $A = r^2 \cdot \pi$ (con $\pi \approx 3{,}14$) en ejercicios rutinarios y en la solución de problemas que involucran áreas de círculos. › Resuelven problema de la vida diaria que implican el cálculo de área de un círculo; por ejemplo: los cultivos en círculos para el ahorro de agua.

Objetivo de Aprendizaje

OA 11

Mostrar que comprenden el círculo:

› Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.
› Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.
› Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.
› Identificándolo como lugar geométrico.

Representar
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar
Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

1. Descubren en globos de plumavit propiedades de la circunferencia y del círculo.
   › Colocan y fijan con alambre plastificado un perímetro alrededor de un globo de plumavit, lo sacan y lo usan para dibujar una circunferencia en el cuaderno.

   › Descubren que el globo pasa por todos "lados" por el alambre.
   › Proyectan el globo de plumavit con un retroproyector, con linternas o con la luz del sol e identifican el círculo en la sombra proyectada.
   › Cortan el globo de plumavit en dos hemisferios y reconocen el círculo en el área del corte. (En vez de cortar un globo entero también se puede utilizar medio globo).

- Descubren que la cinta de cartón, que representa el diámetro, puede caber en el círculo en todas las direcciones.
- Determinan con el cruce de dos cintas del largo del diámetro el centro círculo.
- Con un chinche fijan una cinta en el centro del círculo. Cortan la cinta en la periferia del círculo e identifican la cinta cortada con el radio. Realizan una gira completa y reconocen que la superficie marcada por la cinta es un círculo.

Observaciones al docente

Los resultados de los experimentos oscilarán cerca del valor 3. Para realizar estimaciones del perímetro, del área del círculo y de figuras compuestas como canchas del atletismo, arenas, etc., es suficiente calcular con el valor aproximado de $\pi \approx 3$. Para cálculos más exactos, se usa la aproximación de $\pi \approx 3{,}14$. No se menciona la propiedad de π como número decimal infinito y no periódico.

2. Efectúan un experimento para determinar la relación entre perímetro y diámetro de un círculo de la siguiente manera:
   - Tienden un pedazo de lana alrededor de objetos de la vida diaria, como tapas, platos, vasos, corchos, etc. Miden el diámetro y anotan las medidas en una tabla.
   - Calculan el cociente entre perímetro y diámetro y lo redondean a la unidad.
   - Determinan el promedio de los resultados del cociente entre $p : d$.

Representar
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar
Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

3. Basados en los experimentos, elaboran la fórmula de aproximación para determinar el perímetro en dependencia del diámetro.

   $\mathbf{p} \approx$ ▬

Argumentar y comunicar
Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

OBJETO	DIÁMETRO **d**	PERÍMETRO **p**	**p : d** REDONDEADO A LA UNIDAD

Anexo C: Priorización curricular.

Visualización de los **OA priorizados** en los Textos escolares 2021

Matemática 7° básico

NIVEL 1 de PRIORIZACIÓN	TEXTO ESCOLAR		
	UNIDAD	LECCIÓN	PÁGINAS
OA 1 Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros: • representando los números enteros en la recta numérica • representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica • dándole significado a los símbolos + y - según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición) • resolviendo problemas en contextos cotidianos	1	1 y 2	8 a 29, 69, 70.
OA 4 Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje: • representándolo de manera pictórica • calculando de varias maneras • aplicándolo a situaciones sencillas	1	5	49 a 58, 69, 71.
OA 8 Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas: • realizando tablas de valores para relaciones proporcionales • graficando los valores de la tabla • explicando las características de la gráfica • resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas	2	8	74, 85 a 98, 107, 108 y 109.

Matemática 7° básico

NIVEL 1 de PRIORIZACIÓN	TEXTO ESCOLAR		
	UNIDAD	LECCIÓN	PÁGINAS
OA 11 Mostrar que comprenden el círculo: • describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo • estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo • aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria • identificándolo como lugar geométrico.	3	12	132 a 145, 177, 178.
OA 16 Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo.	4	16	186 a 198, 223, 224 y 225.
NIVEL 2 de PRIORIZACIÓN			
OA 2 Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas: • utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas • relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales **OA 3** Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).	1	3 y 4	10, 30 a 48, 69, 70 y 71.

Matemática **7° básico**

NIVEL 2 de PRIORIZACIÓN	TEXTO ESCOLAR		
	UNIDAD	LECCIÓN	PÁGINAS
OA 6 Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.	2	7	74, 75 a 81, 84, 107, 108 y 109.
OA 9 Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma: • $ax = b$; $x/a = b$ a, b y $c \in \mathbb{Z}$; $a \neq 0$ • $ax < b$; $ax > b$ $x/a < b$; $x/a > b$ a, b y $c \in \mathbb{N}$; $a \neq 0$	2	9	99 a 105, 107, 109.
OA 13 Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.	3	11	120 a 131, 177, 178.
OA 18 Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo: • estimándolas de manera intuitiva • utilizando frecuencias relativas • relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.	4	18	209 a 213, 221, 223, 224 y 225.

Anexo D: Fichas pedagógicas para la priorización curricular

Fichas pedagógicas nivel 1

FICHA 4

¿Qué aprenderán?

OA 11. Mostrar que comprenden el círculo:

- describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo
- estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo
- aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria
- identificándolo como lugar geométrico

OA k. Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

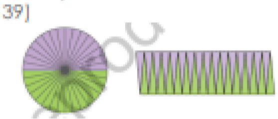
¿Qué estrategias utilizo?

Se sugiere desarrollar la habilidad de **representar**, para esto es necesario precisar sobre el uso del compás y la forma de dibujar un círculo (Texto p. 132), esto permite el desarrollo motriz de los estudiantes y desarrolla el trabajo manual con instrumentos, que es previo al uso de programas computacionales. Se sugiere una presentación breve sobre el número Pi, precisando en su uso y en las respectivas aproximaciones a la unidad, a la décima y la centésima. Se sugiere el uso de objetos concretos con forma circular para descubrir las relaciones entre el diámetro y el perímetro, como también las transferencias de las fórmulas a otros problemas asociados al cálculo de perímetro y área de círculos y circunferencias (Texto p. 134 a 141).

Ejemplificación

Se sugiere comenzar con el uso del compás y la construcción paso a paso del círculo, en este proceso identifique los nombres que son utilizados, la medida que se considera al inicio (6cm) corresponde al radio, la punta del compás marca el centro y la mina dibuja el círculo.

Este procedimiento desarrolla la comprensión del círculo y las partes que lo caracterizan. Se sugiere continuar con objetos y sus mediciones tanto para descubrir la relación entre el diámetro y el perímetro, como para presentar el numero Pi, trabaje la formula del perímetro como el diámetro por Pi y luego descomponiendo como 2 veces el radio por Pi. Se sugiere introducir el área de la circunferencia, realizando el experimento de dividir en sectores más pequeños la circunferencia (Texto p. 139)



¿Cómo puedo verificar si aprendió?

Se sugiere evaluar formativamente la identificación de las partes de un círculo (actividad 2 en p. 133) esto permitirá a los estudiantes comprender las partes de un problema y adquirir el lenguaje propio de la geometría. Evalúe en conjunto los problemas en contexto real, revisando los esquemas o construyendo los dibujos que facilitan el desarrollo del problema (actividad 3 en p. 135 y actividad 5 en p. 140).

Estrategias de evaluación:

Se sugiere utilizar:

Actividades de representación: Se puede solicitar a los estudiantes que realicen creaciones artísticas con círculos y circunferencias utilizando compás, diferentes colores y diferentes radios, el trabajo posteriormente es presentado en forma remota.

Tabla lo que sé/quiero saber/aprendí: cada estudiante construye esta tabla durante la primera clase referida a este OA. En ella completan todo lo que saben y lo que quieren saber sobre la (1) los conceptos de radio, diámetro, círculo, circunferencia, lugar geométrico, (2) el perímetro de circunferencias y el área de círculos (3) aplicaciones a la vida diaria. Al terminar el desarrollo de este OA los estudiantes completan la última columna con lo que aprendieron.

Estrategias de retroalimentación

Se sugiere utilizar:

Preguntas de autoevaluación: Luego de ir introduciendo nuevos conocimientos, se sugiere que a los estudiantes se les pregunte acerca del proceso de sus aprendizajes mediante preguntas metacognitivas tales como: ¿qué fue lo que me resultó más difícil?, ¿cómo lo resolví?, ¿qué puedo mejorar?, etc.

Anexo E: Ley-21357

22/7/2021 Ley-21357 19-JUN-2021 MINISTERIO DEL INTERIOR Y SEGURIDAD PÚBLICA - Ley Chile - Biblioteca del Congreso Nacional

Biblioteca del Congreso Nacional de Chile / BCN | Ley Chile

LEY 21357 | DECLARA FERIADO EL DÍA DEL SOLSTICIO DE INVIERNO DE CADA AÑO, DÍA NACIONAL DE LOS PUEBLOS INDÍGENAS

MINISTERIO DEL INTERIOR Y SEGURIDAD PÚBLICA

Promulgacion: 17-JUN-2021 **Publicación:** 19-JUN-2021

Versión: Única - 19-JUN-2021

Materias: Pueblos Indígenas, Solsticio de invierno de cada año, Solsticio de invierno, Día Nacional de los Pueblos Indígenas,

Url: https://www.bcn.cl/navegar?i=1161743&f=2021-06-19

Url Corta: http://bcn.cl/2q222

LEY NÚM. 21.357

DECLARA FERIADO EL DÍA DEL SOLSTICIO DE INVIERNO DE CADA AÑO, DÍA NACIONAL DE LOS PUEBLOS INDÍGENAS

Teniendo presente que el H. Congreso Nacional ha dado su aprobación al siguiente proyecto de ley, iniciado en mensaje de Su Excelencia el Presidente de la República, señor Sebastián Piñera Echenique; en moción del Honorable senador señor Francisco Chahuán Chahuán, y en moción de los Honorables senadores señor Jaime Quintana Leal, señora Carmen Gloria Aravena Acuña, y señores José García Ruminot, Francisco Huenchumilla Jaramillo y Felipe Kast Sommerhoff,

Proyecto de ley:

"Artículo único.- Declárase feriado legal el día del solsticio de invierno de cada año en el hemisferio sur, Día Nacional de los Pueblos Indígenas.

Artículo transitorio.- Excepcionalmente, para el año 2021, el feriado legal a que se refiere el artículo único de la presente ley corresponderá al día 21 de junio de dicho año.".

Y por cuanto he tenido a bien aprobarlo y sancionarlo; por tanto, promúlguese y llévese a efecto como Ley de la República.

Santiago, 17 de junio de 2021.- SEBASTIÁN PIÑERA ECHENIQUE, Presidente de la República.- Rodrigo Delgado Mocarquer, Ministro del Interior y Seguridad Pública.- Karla Rubilar Barahona, Ministra de Desarrollo Social y Familia.

Lo que transcribo a Ud. para su conocimiento.- Saluda Atte. a Ud., Juan Francisco Galli Basili, Subsecretario del Interior.

Anexo F: Resultados Diagnóstico Integral de aprendizajes.

Resultados Diagnóstico Integral de Aprendizaje 2021

Mayo, 2021.

¿Qué es el Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA)?

- Es un apoyo directo a los profesores y directores en el contexto actual.
- Herramienta flexible que permite obtener resultados de forma inmediata.
- Evalúa los aprendizajes del curriculum priorizado obtenidos por los estudiantes durante el año escolar anterior (2020) en el contexto de la pandemia.
- ¿Para qué? Para diagnosticar y orientar concretamente a los establecimientos para recuperar los aprendizajes perdidos durante la pandemia y conocer el estado socioemocional de los estudiantes.

¿Qué es el DIA?

- Pruebas de Lectura y Matemática para todos los estudiantes de 2º básico a III medio
- Cuestionario socioemocional de 1ero básico a IV medio
- Informe detallado por curso con orientaciones en base a sus resultados

Su finalidad es orientar la toma de decisiones pedagógicas de directivos, docentes y equipos de apoyo, para planificar el trabajo y acciones que requieran sus estudiantes.

¿Cómo se aplicó el Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA)?

Las condiciones de aplicación de la evaluación fueron diversas en distintos aspectos:

Plataforma		Lugar	Contexto	
Papel y Lápiz		En casa	Con ayuda	Padres
				Internet/libros
				Profesor
Digital	Tablet o celular	Escuela	Sin ayuda	
	Computador	Otro	Simultáneo	En partes

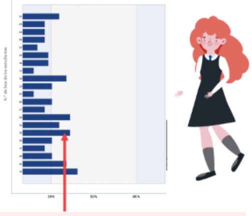
Aspectos clave

- Los establecimientos reciben sus resultados de forma automática e inmediata al momento de terminar la aplicación
- Todos los establecimientos que participaron ya cuentan con sus informes de resultados
- Se elaboraron más de **73.000 informes** con datos de **1.866.503 estudiantes**

Ella es Rosa...

Su curso aplicó la prueba de II medio en Matemática. Nadie de su curso alcanzó 50% de logro.

El DIA indica al profesor en qué tema le fue mejor a Rosa (Geometría). Probabilidades y Estadística es su área más débil.



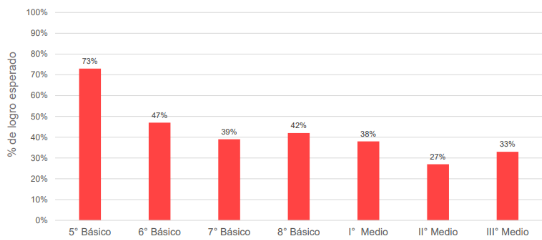
EL DIA indica al profesor donde se ubica Rosa respecto a otros estudiantes de su curso. Obtuvo cerca de 30% de respuestas correctas.

Contexto del diagnóstico socioemocional

- En 2020, el Diagnóstico se enfocó en conocer el impacto del confinamiento desde el punto de vista socioemocional. Así sobre el 55% de los estudiantes de educación media declaró sentirse "aburrido", más del 40% declaró sentirse "mal genio o "enojado"; y sobre un 54% se declaró "con menos ganas de hacer cosas".
- Este año, los cuestionarios del DIA se plantearon con el objetivo general de proveer información a los establecimientos escolares sobre el estado socioemocional de sus estudiantes, para priorizar y tomar acciones.
- A la vez, se pudieron sistematizar las percepciones de los estudiantes respecto de su aprendizaje socioemocional desde una perspectiva personal y comunitaria, con el fin de conocer el nivel de logro alcanzado y la gestión del establecimiento.

Resultados del diagnóstico en Matemática

Los resultados de aprendizaje en Matemática también son **bajos**, con énfasis **a partir de 6° básico**.
Los resultados porcentualmente más bajos al compararlos con Lectura.



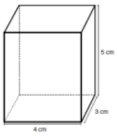
Agencia de Calidad de la Educación

Ejemplos de preguntas

MATEMÁTICA

7° básico

Observa el siguiente paralelepípedo:



¿Cuánto mide la superficie total del paralelepípedo?

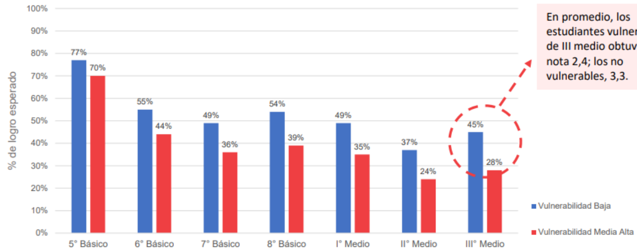
A. 35 cm²
B. 60 cm²
C. 70 cm²
D. 94 cm²

Ejes curriculares	• Medición
Estudiantes que responden correctamente	• 13%

Agencia de Calidad de la Educación

Resultados del diagnóstico en Matemática

Existen **brechas de rendimiento** entre los estudiantes **alta y baja vulnerabilidad**, que se evidencian desde los primeros años de escolaridad. Se observan mayores brechas en cursos superiores.



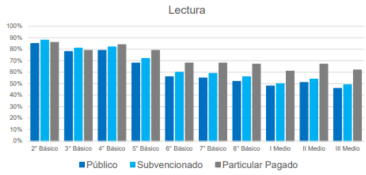
En promedio, los estudiantes vulnerables de III medio obtuvieron nota 2,4; los no vulnerables, 3,3.

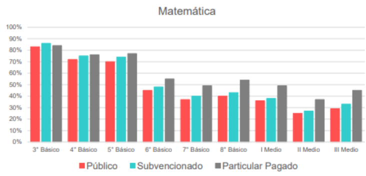
Agencia de Calidad de la Educación

Resultados según dependencia administrativa

En general, los estudiantes de establecimientos particulares pagados que participaron en el diagnóstico, obtuvieron mejores resultados académicos que los estudiantes de establecimientos públicos y subvencionados.

Sin embargo, a partir de 6to básico en todas las dependencias los resultados son insuficientes.





Agencia de Calidad de la Educación

Conclusiones preliminares

- El interés y compromiso de los establecimientos por participar del Diagnóstico, especialmente en los colegios municipales, fue muy alto, siendo usado ampliamente en las comunidades.
- Los estudiantes muestran interés por mantenerse vinculados con sus establecimientos, especialmente, los estudiantes menores. Destaca positivamente, que **la gran mayoría de los estudiantes muestran alto interés por retomar la forma tradicional de vincularse con sus pares y profesores**, y tienen altas expectativas respecto de lo que pueden lograr este año.
- En tanto se trata de un Diagnóstico, los resultados nacionales **no son satisfactorios en ningún nivel, siendo muy preocupantes a partir de 6° básico**.
- También se observan **brechas de rendimiento** en Lectura y Matemática, entre los estudiantes de **alta y baja vulnerabilidad** de los cursos mayores.
- Esta información permite focalizar y orientar la política pública y los esfuerzos públicos y privados.

Anexo G: Carta a evaluador experto

Santiago de Chile, junio 2021.

Estimado evaluador:

Me dirijo a usted para solicitar la validación de los instrumentos a utilizar en la investigación de tesina para optar al grado de Licenciado en Educación Matemática y Pedagogía en Matemática en la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE). Esta investigación tiene como objetivo diseñar una propuesta de enseñanza para la significación de perímetro de la circunferencia, para trascender de la memorización de la fórmula matemática y llegar a la apropiación de las nociones en contexto con la medición de la tierra realizada por Eratóstenes, fortaleciendo el uso ancestral del sol a través de la teoría socio- epistemológica para estudiantes de 7mo básico.

Uno de estos instrumentos corresponde a una situación de aprendizaje "El perímetro de la Tierra", el cual es un diseño de clase sobre el cálculo que hizo Eratóstenes del perímetro de la tierra, bajo el alero de la teoría socio epistemológica. Los otros instrumentos por validar son los videos utilizados para la motivación del aprendizaje y la planificación de las sesiones en que se trabajará dicha situación. El fin de utilizar estos instrumentos es la implementación de una situación de aprendizaje donde los estudiantes se vean involucrados con elementos físicos concretos e identifiquen la matemática que hay tras ellos, para así lograr que signifiquen el concepto de perímetro y relaciones el radio y diámetro.

Los instrumentos se han enviado adjuntos a esta evaluación. En un archivo Word se encuentra la guía de trabajo y las planificaciones, mientras que los enlaces de YouTube serán adjuntados a los respectivos correos de los evaluadores.

Para validar los siguientes instrumentos solicitamos contestar la evaluación que viene a continuación:

I. **Situación de aprendizaje:** Corresponde al diseño de una situación de aprendizaje que permita la motivación y resignificación hacia los conceptos de perímetro de la circunferencia.

II. **Vídeo para la implementación:** Consiste en un vídeo explicativo del descubrimiento que hizo Eratóstenes para medir la tierra.

III. **Planificaciones para la enseñanza:** Es la planificación de la sesión que trabajaremos con los estudiantes en la que se explicita el objetivo de la clase, además de explicar con claridad el contenido que se abordará, la manera en que esto sucederá y algunas respuestas que se esperan de los estudiantes.

Quedo a la espera de sus comentarios.

Nombre validador: Luis Gonzalo Martínez Riquelme

Por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones casillas que identifiquen su preferencia que se presentan:

I. **Situación de aprendizaje: El perímetro de la tierra**

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Las actividades motivan a los estudiantes a participar, interactuar y socializar sus respuestas					X	
Las actividades propician espacios para la retroalimentación.						X
Las preguntas propuestas facilitan la argumentación y la discusión en torno al contenido matemático				X		
Existe claridad, cohesión y coherencia entre las preguntas y las actividades, a modo de que estas sean comprendidas por todos los estudiantes				X		
El diseño de la situación de aprendizaje es adecuado para que los estudiantes la puedan manipular, completar y responder durante las sesiones				X		

La cantidad de actividades y preguntas es adecuada considerando el tiempo de implementación.						X

	Evaluación general de la situación de aprendizaje			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de la situación de aprendizaje			X	

Observaciones y recomendaciones en general de la situación de aprendizaje	
Motivos por los que se considera no adecuada y/o adecuada.	Si bien existe una secuencia clara entre las actividades, estas no tributan de manera determinante al contenido del video, donde el tema central de este último es la relación del ángulo central y la longitud del arco de circunferencia. Para ello, las actividades debieran construirse de modo que el estudiante, por medio de una naranja, que funge como modelo a escala de la Tierra, pueda responderse él mismo cómo determinar el perímetro del ecuador de la Tierra, o de un círculo máximo cualquiera (geodésica), para luego proceder a observar cuál fue la idea de Eratóstenes.
Motivos por los que se considera no pertinente/o pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se puede mantener el objetivo y los indicadores, pero cambiar la secuencia de actividades, de modo que las preguntas dirigidas al estudiante lo orienten a pensar cómo determinar la longitud del Ecuador de la Tierra. Para ello, es posible realizar las siguientes actividades: - Mantener la actividad 1 sobre el ángulo formado por las manecillas del reloj. - Mantener T2.M1. - Elaborar una nueva actividad que permita a los estudiantes determinar la longitud de arcos de circunferencia para distintos ángulos centrales. Por

	ejemplo, tomar una circunferencia de radio 12 cm y determinar la longitud de un arco cuyo ángulo central sea: 90°, 180°, 270°, 60°, 120°, 72°. - Introducir la actividad de la naranja. Por ejemplo, se les puede solicitar el “tamaño” de la naranja. Aquí se puede discutir sobre qué significa que una naranja sea más grande que otra, donde podrán surgir respuestas relacionadas con la comparación de los radios, de los diámetros o del perímetro de una circunferencia máxima, que es justamente apuntar al Ecuador terrestre. Pedir explícitamente que determinen el perímetro de una circunferencia máxima a través de la lana y la regla. (Aquí está uno de los indicadores de evaluación) - Crear una nueva actividad donde esta vez se les diga que imaginen la Tierra como una naranja y que piensen en cómo determinar el perímetro del Ecuador. Esta actividad solo puede contener preguntas para discutir. ¿Cómo determinarías el perímetro? ¿Qué estrategia utilizarías? ¿Qué rol jugaría el sol?, etc. En realidad, es reestructurar T3M1 - Proyectar el video y T3M2. Aquí está el segundo indicador de evaluación. - Diseñar nueva actividad donde se entregue la fórmula para medir el arco de una circunferencia de radio r en función del ángulo central medido en grados. Aquí es posible entregar la fórmula y desarrollar un par de ejercicios de habilidad resolver problemas. (Por ejemplo, se podría determinar la distancia entre Alejandría y Siena (pensándolo como un arco) dando el radio promedio de la Tierra, en km, y el utilizar el ángulo encontrado por Eratóstenes). - Colocar tiempo estimado a las actividades.

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	
Apruebo el instrumento con reparos	X
Rechazo el instrumento	

II. Video para la implementación

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
El video se presenta en los tiempos adecuados de la situación de aprendizaje.				X		
El material audiovisual es coherente y se encuentra directamente relacionado con lo que aparece en la situación de aprendizaje, siendo un apoyo para los estudiantes				X		
La información que entrega el vídeo es coherente con el objetivo de la clase y situación de aprendizaje						X
El lenguaje utilizado en los videos es claro y adecuado al contexto de los estudiantes						X
La extensión de los videos es la adecuada y permite mantener la atención en la actividad trabajada						X

Evaluación general de los Videos			
Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**

Validez del contenido del Video		X		

Observaciones y recomendaciones en general del Video	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	X
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

III. Planificaciones para la enseñanza

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones:	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

(**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)						
Los objetivos planteados son coherentes con las actividades realizadas						X
Los indicadores de logros son pertinentes con los objetivos de la planificación						X
Es clara y detallada, de forma que otros docentes puedan implementar la situación de aprendizaje					X	
La secuencia en que son presentadas las actividades es adecuada			X			
Los tiempos considerados son adecuados con la cantidad de actividades presentes en la situación de aprendizaje					X	

	Evaluación general de la Planificación			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de la planificación			X	

Observaciones y recomendaciones en general de la Planificación:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	
Apruebo el instrumento con reparos	X
Rechazo el instrumento	

ANEXO X : Mariela Salgado

Nombre validador: Mariela Carvacho Bustamante

Por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones casillas que identifiquen su preferencia que se presentan:

I. <u>Situación de aprendizaje: El perímetro de la tierra</u>

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6** x

Las actividades motivan a los estudiantes a participar, interactuar y socializar sus respuestas						
Las actividades propician espacios para la retroalimentación.					x	
Las preguntas propuestas facilitan la argumentación y la discusión en torno al contenido matemático					x	

x

Existe claridad, cohesión y coherencia entre las preguntas y las
Actividades, a modo de que estas sean comprendidas por todos los
Estudiantes

x

El diseño de la situación de aprendizaje es adecuado para que los
Estudiantes la puedan manipular, completar y responder durante las sesiones

x

La cantidad de actividades y preguntas es adecuada considerando el tiempo de implementación.

Validez de la situación de aprendizaje

Evaluación general de la situación de aprendizaje			
Excelente	**Buena** x	**Regular**	**Deficiente**

Observaciones y recomendaciones en general de la situación de aprendizaje

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Motivos por los que se considera no adecuada y/o adecuada.	
Motivos por los que se considera no pertinente/o pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	No es correcto decir "perímetro de la tierra", puede ser perímetro de la circunferencia terrestre o la medida de la línea ecuatorial. T1M1 creo que es confuso decir "mover las perillas del reloj y llegará al número 12" T3M1 medir la tierra es ambiguo. Se puede medir el área de la superficie de la tierra o la longitud de la línea del ecuador o meridiano de greenwich…..¿qué se quiere medir? ¿Qué se entiende por teoría geométrica? T3M2 En el dibujo la parte de afuera el 50 parte del perímetro de la circunferencia T4M1 ¿La lana es para usarla en el contorno de la naranja?

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	

Apruebo el instrumento con reparos	x
Rechazo el instrumento	

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Facultad de Ciencias Básicas

Departamento de Matemática

II. <u>Video para la implementación</u>

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
El video se presenta en los tiempos adecuados de la situación de aprendizaje.	x					
El material audiovisual es coherente y se encuentra directamente relacionado con lo que aparece en la situación de aprendizaje, siendo un apoyo para los estudiantes	x					

La información que entrega el vídeo es coherente con el objetivo de

x

la clase y situación de aprendizaje

El lenguaje utilizado en los videos es claro y adecuado al contexto

x

de los estudiantes

La extensión de los videos es la adecuada y permite mantener la x

atención en la actividad trabajada

	Evaluación general de los Videos			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez del contenido del Video	x			

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Facultad de Ciencias Básicas

Departamento de Matemática

Observaciones y recomendaciones en general del Video	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento Apruebo el instrumento con reparos	x
Rechazo el instrumento	

III. <u>Planificaciones para la enseñanza</u>

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Los objetivos planteados son coherentes con las actividades realizadas			x			
Los indicadores de logros son pertinentes con los objetivos de la planificación				x		
Es clara y detallada, de forma que otros docentes puedan implementar la situación de aprendizaje La secuencia en que son presentadas las actividades es adecuada					x x	

Los tiempos considerados son adecuados con la cantidad de actividades presentes en la situación de aprendizaje				x		

	Evaluación general de la Planificación			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de la planificación		x		

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Facultad de Ciencias Básicas

Departamento de Matemática

Observaciones y recomendaciones en general de la Planificación:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	No es correcto decir perímetro de la tierra La medida de ángulo parte del hecho de dividir la circunferencia en 360º. Por eso no es correcto deducir que el ángulo completo mide 360, es al revés, se parte del 360. En la parte de cierre, ¿qué quiere decir por el contorno de la tierra?. No hay un contorno, es toda una superficie. Eso puede generar confusión. Respecto a los indicadores de evaluación, no me quedan claros los observables. Por ejemplo la importancia del sol, ¿por qué usted lo considera relevante respecto al objetivo?

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	
Apruebo el instrumento con reparos	X
Rechazo el instrumento	

Nombre validador: Gonzalo Espinosa

Por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones casillas que identifiquen su preferencia que se presentan:

I. Situación de aprendizaje: El perímetro de la tierra

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

Las actividades motivan a los estudiantes a participar, interactuar y socializar sus respuestas					x	
Las actividades propician espacios para la retroalimentación.						x
Las preguntas propuestas facilitan la argumentación y la discusión en torno al contenido matemático						x
Existe claridad, cohesión y coherencia entre las preguntas y las actividades, a modo de que estas sean comprendidas por todos los estudiantes					x	
El diseño de la situación de aprendizaje es adecuado para que los estudiantes la puedan manipular, completar y responder durante las sesiones						x
La cantidad de actividades y preguntas es adecuada considerando el tiempo de implementación.				x		

	Evaluación general de la situación de aprendizaje			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de la situación de aprendizaje		x		

Observaciones y recomendaciones en general de la situación de aprendizaje	
Motivos por los que se considera no adecuada y/o adecuada.	Adecuada al nivel y temática a trabajar. Se observa que puede lograrse el objetivo propuesto. Considero que debe profundizarse en la medición de ángulos sobre la esfera (naranja o plumavit) y para eso no hay mucho espacio en la propuesta. Al menos no observo preguntas dirigidas a eso. *se debe cuidar la diferencia entre circunferencia y esfera. Por otro lado, la medición de Eratostenes corresponde a una aproximación de la medida real. La situación presentada también conlleva aproximaciones
Motivos por los que se considera no pertinente/o pertinente	De lo anterio, considero que es pertinente la actividad y motivadora para gran parte de los estudiantes.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	He incluido algunos comentarios en la propuesta y planificación sobre precisión en conceptos y aspectos del lenguaje. Puede agregarse alguna actividad sobre la medición de ángulos

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	
Apruebo el instrumento con reparos	x
Rechazo el instrumento	

II. Video para la implementación

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
El video se presenta en los tiempos adecuados de la situación de aprendizaje.						x
El material audiovisual es coherente y se encuentra directamente relacionado con lo que aparece en la situación de aprendizaje, siendo un apoyo para los estudiantes						x
La información que entrega el vídeo es coherente con el objetivo de la clase y situación de aprendizaje						x

El lenguaje utilizado en los videos es claro y adecuado al contexto de los estudiantes						x
La extensión de los videos es la adecuada y permite mantener la atención en la actividad trabajada						x

	Evaluación general de los Videos			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez del contenido del Video	x			

Observaciones y recomendaciones en general del Video	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Incluir conceptos de ángulos entre paralelas, secantes y razón en la activación de conocimientos previos, pues son asuntos que el video contempla.

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	x
Apruebo el instrumento con reparos	

Rechazo el instrumento	

III. Planificaciones para la enseñanza

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = en desacuerdo más que en acuerdo; **4** = de acuerdo más que en desacuerdo; **5** = de acuerdo; **6** = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Los objetivos planteados son coherentes con las actividades realizadas						x
Los indicadores de logros son pertinentes con los objetivos de la planificación					x	
Es clara y detallada, de forma que otros docentes puedan implementar la situación de aprendizaje					x	
La secuencia en que son presentadas las actividades es adecuada						x
Los tiempos considerados son adecuados con la cantidad de actividades presentes en la situación de aprendizaje						x

	Evaluación general de la Planificación			
	Excelente	**Buena**	**Regular**	**Deficiente**
Validez de la planificación		x		

Observaciones y recomendaciones en general de la Planificación:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Debe cuidar la realción entre circunferencia y esfera, así también como la consideración de aproximaciones o estimaciones de valores.
Motivos por los que se considera no pertinente	Es pertinente
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Precisar la solicitud de los materiales y las indicaciones para manipular estos materiales. Es diferente trabajar con una naranja a trabajar con una esfera de plumavit.

Marque la opción escogida con una X

Apruebo el instrumento	x
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Anexo H: Situación de aprendizaje

"LA TIERRA Y LA MEDIDA DE LA LÍNEA ECUATORIAL"

Situación de aprendizaje a utilizar en la investigación de la tesina para optar al grado de Licenciado en Educación Matemáticas

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

TAREA 1| MOMENTO 1| ACTIVACIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS

T1 M1.1 Según donde estén las manecillas del reloj, podemos identificar los grados de los ángulos, si es el giro positivo o negativo.

a) ¿Cuánto mide el ángulo representado?

b) ¿Qué es un ángulo recto?

c) Si rotaran las perillas del reloj hasta llegar al número 12, ¿A qué ángulo correspondería? ¿Qué estrategia utilizaste para medir este ángulo?

TAREA 2| MOMENTO 1|ACTIVANDO CONOCIMIENTOS PREVIOS

T2.M1. Recordando lo aprendido.

a) ¿Cómo se calcula el perímetro de la circunferencia?

b) ¿Sabes a qué corresponde este símbolo π?

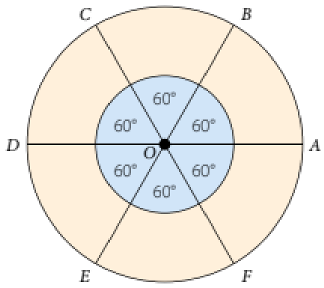
T3.M1. Te has preguntado…

a) **¿Cómo midieron por primera vez la línea ecuatorial de la tierra?**

b) **O ¿Cómo desarrollaron tantos teoremas, fórmulas que ocupamos hasta el día de hoy solo con el SOL y sus proyecciones con la sombra?**

T3.M2. Ponte de pie y observemos…

a) **Si una circunferencia se divide en 6 partes iguales, se representaría de la siguiente forma.**

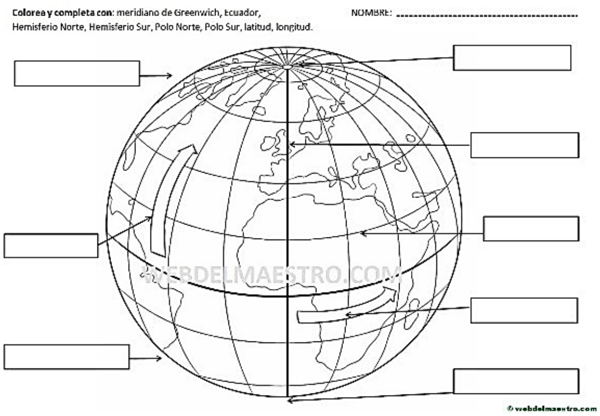


Ahora bien, si el arco AB midiera 10 cm, ¿Cuánto mediría el perímetro total de la circunferencia?

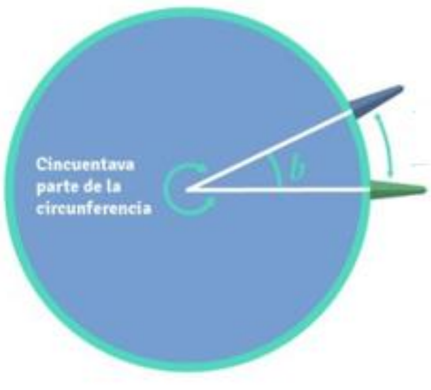
a) **Ve la sombra que estas proyectando ¿Será la misma si salimos al patio donde llega el sol directo? ¿Cambiara esta sombra a medida que avanza la hora?¿Cuál será la proporcionalidad? Ve el siguiente video con mucha atención para aprender más sobre esto y nuestra historia.**
https://youtu.be/UeIQnjOEGUY

a) ¿Qué cosas le llamaron la atención de video presentado? ¿Por qué no se proyectaba sombra en el día del solsticio de verano?

b) ¿Qué es la línea Ecuatorial que se describe en el video? ¿Puedes identificarla en el siguiente esquema? Coloca los nombres de los paralelos y meridianos. Luego hazlo sobre tu naranja.



T3.M2. Veamos nuestras naranjas y comparémosla con la del compañero. ¿Se puede identificar cual naranja es más grande que la otra? Anota la medida que te de la distancia desde la cascara al centro de la naranja.



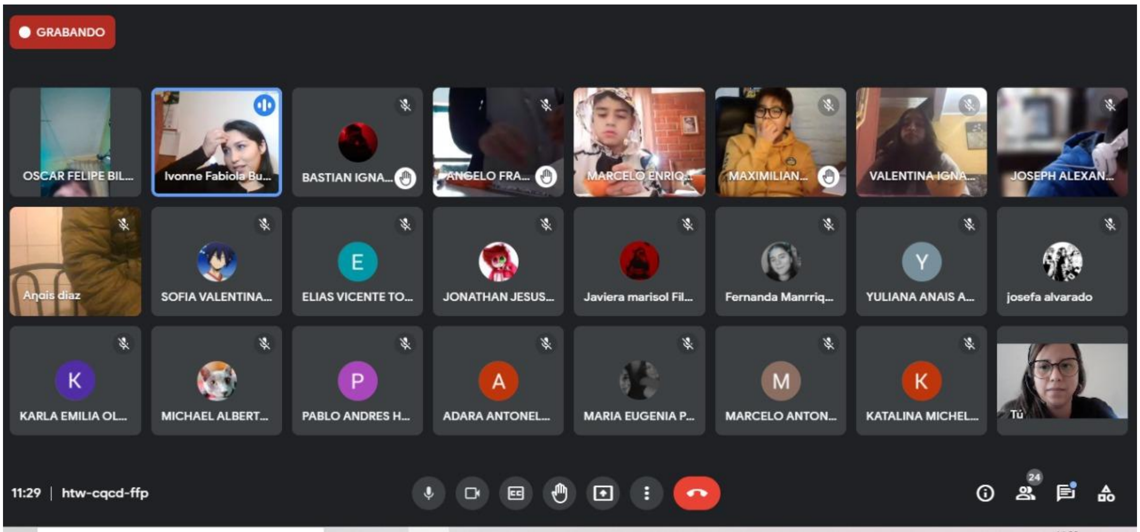
Cincuentava parte del perímetro de la circunferencia.

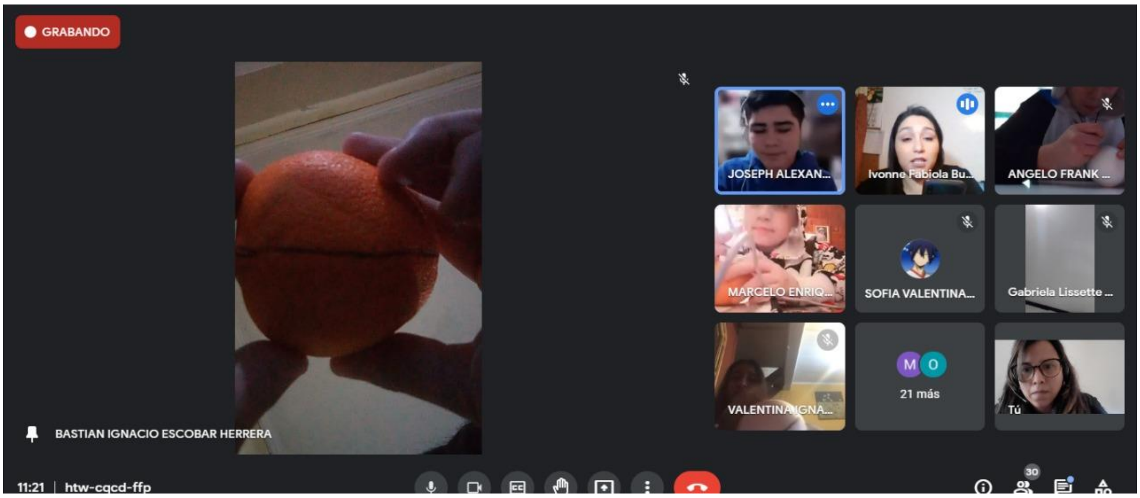
T4.M1.

a) **Eratóstenes encontró la siguiente proporcionalidad, él dijo que el ángulo que encontró correspondía a una cincuentava parte de la tierra, entonces la distancia en estadios que había entre Alejandría y Siena correspondía a una cincuentava parte de la medida completa de la tierra. ¿Lo que ustedes hicieron ahora se podría haber realizado con la tierra, extendiendo una lana por toda su línea Ecuatorial? ¿Por qué?**

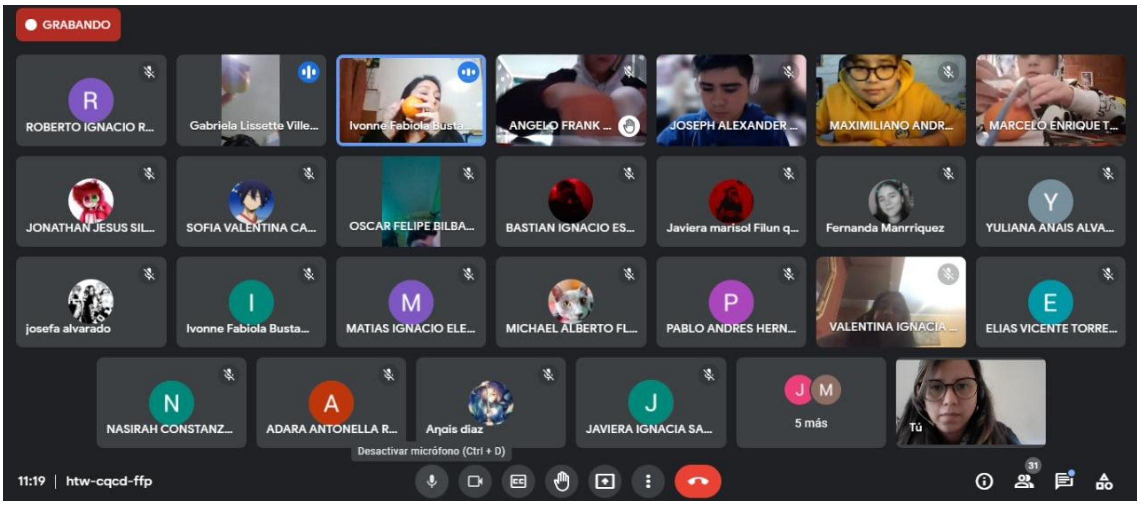
b) **¿Qué cosas los humanos han descubierto solo con la ayuda del sol? ¿Qué importancia ha tenido en Chile por ejemplo en los últimos años?**

Anexo I: Imágenes implementación




GRABANDO
JOSEPH ALEXAN...
Ivonne Fabiola Bu...
ANGELO FRANK ...
MARCELO ENRIQ...
SOFIA VALENTINA...
Gabriela Lissette ...
VALENTINA IGNA...
M O
21 más
Tú
BASTIAN IGNACIO ESCOBAR HERRERA
11:21 | htw-cqcd-ffp
30


GRABANDO
Ivonne Fabiola Bu...
VALENTINA IGNA...
ANGELO FRA...
SOFIA VALENTINA ...
MAXIMILIAN...
JOSEPH ALEXAN...
MARCELO ENRIQ...
14 más
Tú
josefa alvarado ha abandonado la reunión
OSCAR FELIPE BILBAO AGUILERA
11:30 | htw-cqcd-ffp
23


GRABANDO
R
ROBERTO IGNACIO R...
Gabriela Lissette Ville...
Ivonne Fabiola Busta...
ANGELO FRANK ...
JOSEPH ALEXANDER ...
MAXIMILIANO ANDR...
MARCELO ENRIQUE T...
JONATHAN JESUS SIL...
SOFIA VALENTINA CA...
OSCAR FELIPE BILBA...
BASTIAN IGNACIO ES...
Javiera marisol Filun q...
Fernanda Manrriquez
Y
YULIANA ANAIS ALVA...
josefa alvarado
I
Ivonne Fabiola Busta...
M
MATIAS IGNACIO ELE...
MICHAEL ALBERTO FL...
P
PABLO ANDRES HERN...
VALENTINA IGNACIA ...
E
ELIAS VICENTE TORRE...
N
NASIRAH CONSTANZ...
A
ADARA ANTONELLA R...
Anais diaz
J
JAVIERA IGNACIA SA...
J M
5 más
Tú
Desactivar micrófono (Ctrl + D)
11:19 | htw-cqcd-ffp
31