UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA.

APROXIMACIÓN A LA NEUROPEDAGOGÍA: ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS EN TIMSS 2015 CORRESPONDIENTES AL EJE DE ÁLGEBRA A PARTIR DE LOS CONTENIDOS PROPUESTOS POR EL MINEDUC Y LOS HALLAZGOS HECHOS EN NEUROCIENCIA COGNITIVA

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTOR: KURT MURSELL MONTENEGRO

PROFESORA GUÍA: DRA. ISABEL BERNA SEPÚLVEDA

SANTIAGO DE CHILE, 2021

UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA.

APROXIMACIÓN A LA NEUROPEDAGOGÍA: ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS EN TIMSS 2015 CORRESPONDIENTES AL EJE DE ÁLGEBRA A PARTIR DE LOS CONTENIDOS PROPUESTOS POR EL MINEDUC Y LOS HALLAZGOS HECHOS EN NEUROCIENCIA COGNITIVA

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTOR: KURT MURSELL MONTENEGRO

PROFESORA GUÍA: DRA. ISABEL BERNA SEPÚLVEDA

SANTIAGO DE CHILE, 2021

Autorización

Autorizo la reproducción total o parcial de este trabajo de investigación para fines académicos y su alojamiento en el repositorio institucional SIBUMCE del sistema de Bibliotecas UMCE.

En memoria a un expectador de la educación:

Mi Padre.

Agradecimientos

En primera instancia, agradezco a mi familia, mi madre, padre, hermana, tío, lelo y lela por el apoyo constante a lo largo de mi formación profesional. Nombrar especialmente a mi tía, Claudia Montenegro, quien me motiva día a día a querer ser un excelente profesor, formando personas desde la empatía y el amor. Sin ella, el camino para llegar a presentar este trabajo de tesina hubiera sido mucho más difícil.

Mi pareja, Felipe, repitiéndome diariamente que soy una persona perseverante e inteligente, entregándome su apoyo junto a su familia. Agradezco enormemente el amor que me han entregado y el aliento para terminar mi carrera.

También, agradecer a Franco Hontavilla, uno de mis profesores de Matemática en el Internado, actualmente amigo, que siempre ha estado apoyándome en mis decisiones y aconsejándome en tiempos difíciles, teniendo siempre algún comentario que me ayude a crecer como persona y como profesor en formación.

Agradezco a mis amigas, mujeres maravillosas y dignas de admirar, que siempre están para consolarme en la tristeza y celebrar los éxitos. Paz, Sonia, Nallely, Camila, Nony, Vale y podría seguir haciendo un listado con mujeres que son parte de mi vida y me acompañan desde la amistad; gracias a ustedes estoy en este proceso, gracias por estar siempre apoyándome.

Finalmente, agradecer a mi profesora Guía, Isabel, que durante este proceso me ha permitido conocerla más, una mujer inteligente, amable, apasionada por el estudio, queriendo siempre aprender algo nuevo, siempre exigiendo un mejor trabajo, enseñándome a ser un mejor estudiante y a la vez, un mejor profesor. Espero seguir sus pasos y en un futuro ser un excelente profesional.

IMPORTANTE

En el presente documento se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el alumno” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo aludir conjuntamente a ambos sexos en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

Tabla de Contenidos

LISTA DE ILUSTRACIONES

Resumen

La presente investigación permite adentrarse en los aportes realizados por la Neurociencia Cognitiva para la comprensión del aprendizaje. De este modo, se podrá obtener una visión objetiva y precisa de las causales de falencias que ocurren en la adquisición de determinados objetos. En esta investigación se describen aspectos relevantes del cerebro y las regiones de éste que están involucradas en el proceso de aprendizaje de objetos matemáticos para así abordar de manera efectiva su enseñanza.

Se desarrolla en primera instancia una comparación entre el Currículum Nacional escolar chileno y los resultados del Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) 2015, considerando principalmente el eje de álgebra. Posteriormente, busca relacionar los resultados de esta prueba estandarizada (TIMSS) con los aportes realizados en el área de Neurociencia Cognitiva y en conjunto hacer una revisión crítica del Currículum Nacional escolar chileno desde una perspectiva científica.

En el desarrollo de este trabajo se abordan conceptos como: pensamiento concreto y pensamiento formal, ambos absolutamente necesarios en el proceso de comprensión de objetos algebraicos en adolescentes, puesto que, los jóvenes durante el proceso de su adolescencia transitan entre usar estrategias concretas y estrategias formales en la resolución de ejercicios algebraicos.

Además, se espera que el lector reflexione o profundice en el porqué los estudiantes cometen errores al desarrollar ejercicios matemáticos en la rama de álgebra. Así, poner en conocimiento a los docentes sobre el problema biológico para orientar en la toma de decisiones a la hora de mejoras en los aprendizajes de los estudiantes. La disciplina de Neuroeducación, podría ser un aporte en el desarrollo de nuevas metodologías de enseñanza-aprendizaje (E-A).

Palabras Claves: Neurociencia Cognitiva, Educación, Matemática, Álgebra, TIMSS, Cerebro, pruebas estandarizadas.

Introducción

1.1 Identificación del tema

Actualmente, los profesores de matemática en Chile asumen nuevos desafíos dentro del aula al enseñar contenidos, teniendo en consideración las diversas necesidades educativas de los estudiantes. El docente se ha visto obligado en indagar distintos tipos de metodologías, con la finalidad de lograr que todos los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje (OA) declarados en los programas de estudio. De la búsqueda de una metodología más certera que satisfaga las necesidades de cada estudiante, surgen diversas interrogantes orientadas al factor que más influye dentro del aprendizaje de niños y jóvenes.

Estudios que han publicado científicos e investigadores en relación con la Neurociencia Cognitiva (NC) pueden considerarse como una propuesta que aporta positivamente en las estrategias de adquisición de conocimientos y metodologías de enseñanza de contenidos matemáticos, lo que más adelante se denominará como Neuroeducación. Según Campos (2010) "La neuroeducación viene emergiendo como una nueva línea de pensamiento y acción que tiene como principal objetivo acercar a los agentes educativos a los conocimientos relacionados con el cerebro y el aprendizaje, considerando la unión entre la pedagogía, la psicología cognitiva y las neurociencias".

Contemplando las etapas biológicas que transitan los niños y adolescentes en el período escolar; los factores culturales, sociales, familiares, económicos que marcan parte de la identidad de los alumnos y el medio ambiente donde habitan, la exposición a drogas y psicotrópicos, se puede determinan cuánta atención depositarán en las aulas, cuánto interés e importancia tengan los contenidos para ellos. Conocer el contexto diario de los estudiantes, las etapas por las que están pasando en su niñez o adolescencia puede conducir a determinar qué herramientas pedagógicas aplicar para conseguir un estímulo neuronal más efectivo. La Neuroeducación apunta también a optimizar la experiencia del aprendizaje, por lo que habilita más oportunidades de realizarlo y que este sea más significativo.

Profesionales que trabajan en la disciplina de Neurociencia han realizado investigaciones donde estudian el cerebro y cómo factores tales como: genética, hormonas, cultura, sociedad y otros, afectan el desarrollo de este órgano. Es por esto que exponentes del mundo Pedagógico y de la Neurociencia han planteado la Neuroeducación como una nueva metodología para mejorar las propuestas y experiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje (E-A).

Dado lo anterior, es que la Neurociencia impulsa la construcción de nuevas estrategias y metodologías que permitan potenciar el desarrollo de habilidades y capacidades en estudiantes, teniendo en consideración no sólo los errores comunes que poseen, sino que también una gama de posibilidades que serían causales de dichos errores dándole una explicación científica.

Si el profesor conoce y comprende cómo aprende el cerebro y cuáles son los factores del entorno que favorecen este aprendizaje, dentro de su planificación ofrecerá diversas estrategias y metodologías que permitirán a cada estudiante relacionar el contenido nuevo con el ya adquirido, alcanzando un aprendizaje significativo. Por tanto, es fundamental para los profesores tener conocimiento en torno a cómo aprende el cerebro con el objetivo de mejorar el quehacer docente en función a los nuevos desafíos que enfrentan los estudiantes en Chile. Por lo que es relevante que cada docente esté en constante formación y actualización respecto a los nuevos aportes realizados en la Pedagogía tomando un rol activo dentro de su profesión.

Para Campos (2014) uno de los aspectos a destacar es el criterio que debe tener cada docente para seleccionar y filtrar la información recopilada, diferenciando lo que ya está validado con lo que aún es hipótesis o simplemente es un mito; es por esto que es fundamental la difusión adecuada sobre los aportes que se han realizado respecto a la relación cerebro-aprendizaje.

1.2 Antecedentes del problema

En Chile, desde el siglo XX se han implementado diversas pruebas estandarizadas para evaluar los niveles de desempeño en distintas asignaturas de los estudiantes. Existen tanto pruebas que se realizan a nivel nacional como internacional.

El Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) es aquel sistema de evaluación utilizado por la Agencia de Calidad de Educación que se realiza a nivel nacional que se viene aplicando desde el año 1988 con el propósito de contribuir a la calidad y equidad en la educación. Esta prueba evalúa los objetivos de aprendizajes del Currículum Nacional escolar chileno (CNCH), en asignaturas como Lenguaje y Comunicación, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales, Historia y Geografía, Matemática e Inglés, a través de una medición que se aplica a todos los estudiantes que cursan los niveles evaluados predeterminados. La prueba muestra resultados por eje y reporta los errores comunes que cometen los estudiantes.

En los últimos tres años en la prueba de matemática, los estudiantes que cursan segundo medio han obtenido un puntaje promedio equitativo correspondiente a 265 puntos, pero si analizamos los resultados obtenidos tanto por colegios privados como por colegios públicos, vemos reflejado que históricamente los estudiantes que cursan su etapa escolar en un sistema privado obtienen resultados considerablemente mayores a los estudiantes que pertenecen al sistema público.

Por otro lado, tenemos la prueba Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), evaluación estandarizada liderada por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA), se aplica a nivel internacional y tiene como enfoque evaluar el logro de los aprendizajes en las asignaturas de Matemática y Ciencias Naturales. Esta prueba complementa la información entregada por la prueba SIMCE a través de la comparación de nuestro sistema escolar versus el contexto internacional.

La prueba TIMSS se comienza a aplicar en el año 1985 en periodos de cuatro años a los niveles de cuarto y octavo básico. Esta prueba tiene un rango de 0 a 1.000 puntos y posee un enfoque curricular, donde se espera determinar el grado de dominio de los conocimientos y habilidades en los estudiantes. Países como Singapur, Corea del Sur, Inglaterra, Rusia, Nueva Zelanda, Marruecos, Sudáfrica, Arabia Saudita y otros, fueron parte del proceso TIMSS 2015. De los resultados de este proceso, Singapur y Corea del Sur obtuvieron un mayor rendimiento en Matemática cuyos promedios fueron 621 y 606 puntos respectivamente, mientras que Sudáfrica y Arabia Saudita registraron los más bajos rendimientos en esta prueba, con promedios de 372 y 368 puntos.

En Chile, los estudiantes de octavo básico en el proceso TIMSS 2015 obtuvieron un puntaje de 427 puntos (figura 1.1), siendo un puntaje bajo dentro de la escala TIMSS. Sin embargo, a pesar de estar bajo el promedio ideal, desde el 2003 Chile ha incrementado el puntaje obtenido en cada uno de los procesos en los cuales ha participado, aumentando en total 40 puntos su promedio desde el año 2003 (Informe Nacional, 2017).

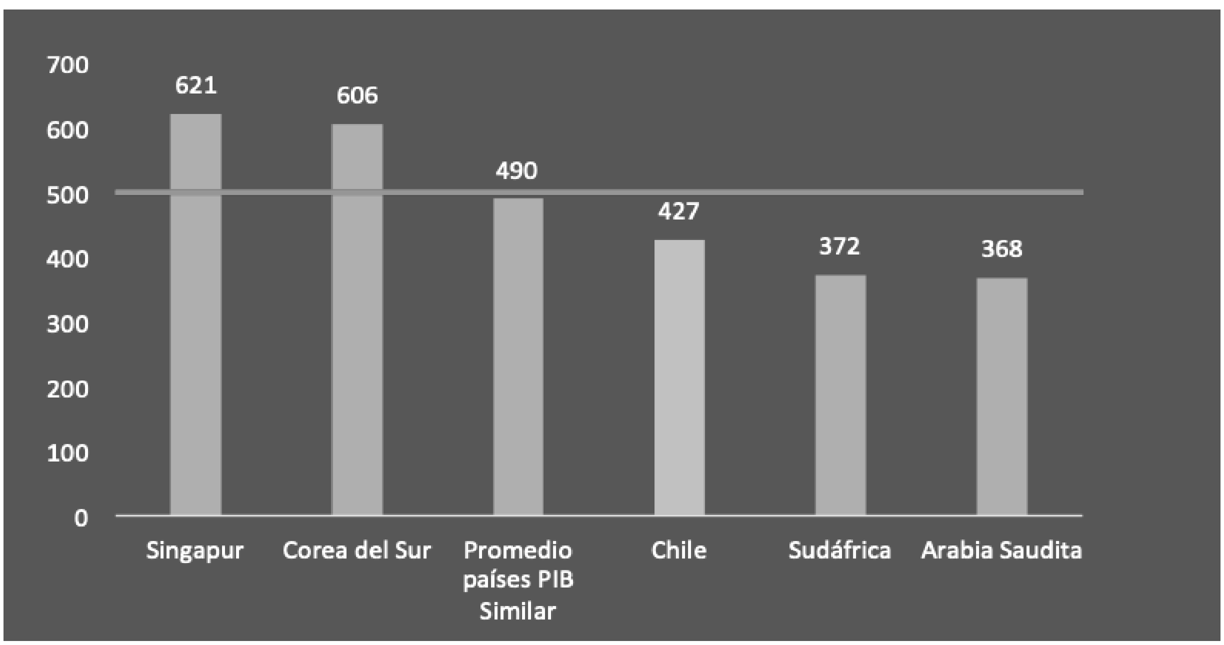


Figura 1. Rendimiento de países seleccionados. Matemática octavo básico. Año 2015.

Si se focaliza en los resultados de los estudiantes chilenos, TIMSS entrega el puntaje promedio obtenido por diferentes ejes evaluados: números, datos y azar, álgebra y geometría. Dentro de estos cuatro ejes, álgebra es el contenido que obtiene un puntaje considerablemente menor en comparación al resto, teniendo un promedio de 413 puntos, mientras que en números

Chile tiene un promedio de 427 puntos, en geometría posee un promedio de 428 puntos y finalmente en datos y azar obtiene 429 puntos en promedio (figura 1.2).

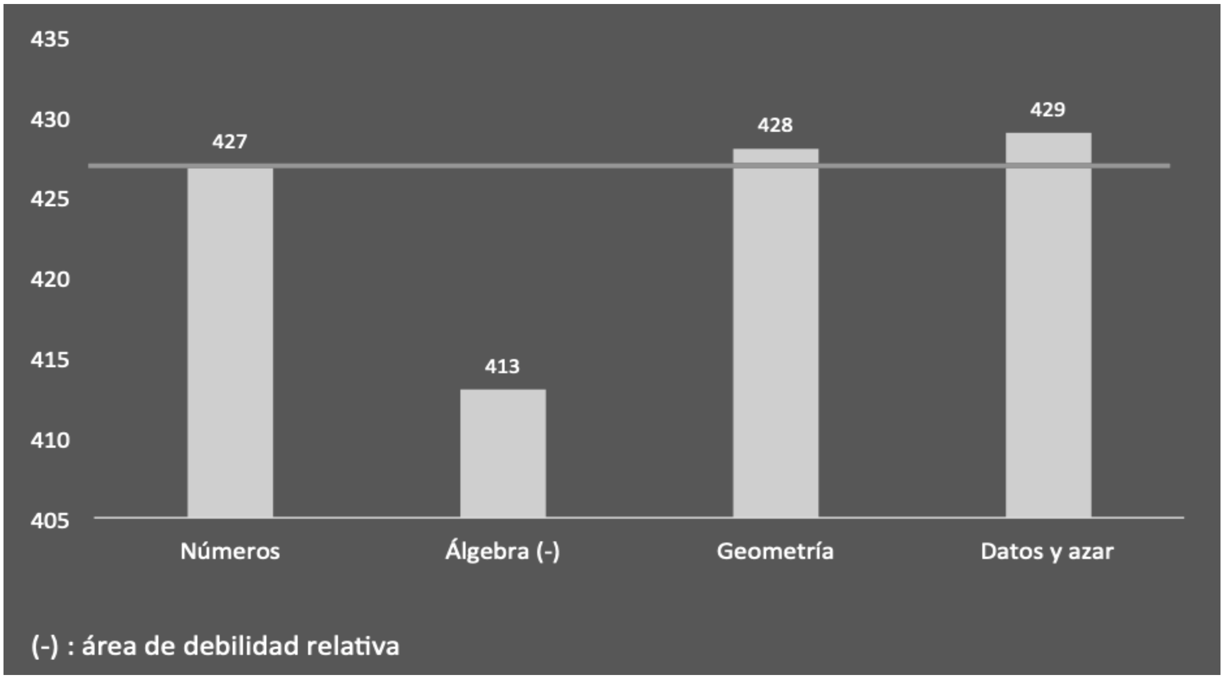


Figura 2.Resultados de octavos básicos según dominios de contenidos en Chile. Año 2015.

Es preciso tener presente que, según los criterios establecidos por esta evaluación estandarizada, existen reparos en la confiabilidad en los resultados que obtuvieron los estudiantes en este proceso, es decir que el IEA asignó puntajes plausibles a ciertos estudiantes, ya que el 18% de los participantes obtuvo un resultado demasiado bajo para ser estimado, es decir, obtuvieron un resultado igual o peor de lo que se conseguiría respondiendo al azar las preguntas de alternativa; destacando que el año 2011 el 15% de los estudiantes que participaron del proceso pertenecían a esta categoría, es decir, que a pesar de que Chile ha incrementado el promedio obtenido, han aumentado la cantidad de estudiantes que no logra el puntaje mínimo esperado (Informe Nacional, 2017).

Dentro de los análisis que realiza TIMSS señalan los factores asociados al rendimiento de los estudiantes, de los cuales se pueden mencionar: repitencia, confianza en el aprendizaje de la asignatura, expectativa de logro educacional y asistencia a Educación Parvularia (ciencias.,2016). Sin embargo, hay investigaciones que hacen referencia a diversos componentes que pueden afectar el rendimiento académico de una persona.

1.3 Problema de investigación

Dado el resultado obtenido en el proceso TIMSS 2015, se puede evidenciar el déficit de dominio que tienen los estudiantes respecto a los contenidos matemáticos, especialmente en el eje de álgebra. Dentro del análisis que hace la IEA, indica que uno de cada tres estudiantes que rinden esta evaluación no alcanza los 400 puntos, es decir, no logra el puntaje mínimo esperado.

Como se alude en la sección anterior, hay factores que se consideran en el análisis de resultados que pueden explicar el puntaje obtenido en este proceso de forma global; a pesar de que el puntaje promedio de octavo básico en matemática sea bajo, surge la necesidad de explicar el porqué en el eje de álgebra los estudiantes obtienen resultados considerablemente menores con respecto a datos y azar, números y geometría.

Gracias a los avances tecnológicos y a los hallazgos que se han hecho en el mundo científico es que hoy en día las ciencias han visibilizado posibles factores que pueden influir en el desempeño académico de un estudiante. Una de las ciencias que ha realizado aportes significativos a la pedagogía es la Neurociencia Cognitiva (NC), la cual ha hecho hallazgos que repercuten significativamente en el proceso de E-A. Sarah – Jayne Blakemore y Uta Frith (2019), por ejemplo, plantean que la corteza motora del cerebro generalmente no se desarrolla por completo hasta los cinco años de un individuo; esto es relevante en la educación preescolar ya que, aquel sector cerebral está relacionado directamente con la coordinación de manos y dedos. Paralelamente, Stanislas Dehaene (2019) expone que, durante el sueño, el cerebro repite entre diez a cien veces lo que aprendió durante el día, por lo que es de vital importancia cumplir con las horas de sueño en cada etapa de una persona.

1.4 Preguntas de investigación

1.4.1 Pregunta general

1.4.1.1 ¿Qué aporte puede realizar la Neurociencia Cognitiva en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos para los estudiantes que cursan la enseñanza básica en Chile?

1.4.2 Preguntas específicas

1.4.2.1 ¿Por qué los estudiantes que cursan niveles evaluados en Chile obtienen bajos resultados en las pruebas estandarizadas?

1.4.2.2 ¿En qué aporta la Neurociencia Cognitiva en la planificación de contenidos a enseñar en cada nivel académico?

1.4.2.3 ¿Qué contenidos matemáticos son apropiados para abordar con los aportes realizados por la Neurociencia Cognitiva para el aprendizaje?

1.4.2.4 ¿Cómo se puede adaptar el Currículum Nacional para satisfacer las necesidades educativas de los estudiantes según los aportes realizados por la Neurociencia Cognitiva?

1.5 Objetivos de la investigación

1.5.1 Objetivo general

1.5.1.1 Diagnosticar la contribución que puede realizar la Neurociencia Cognitiva en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos para los estudiantes que cursan la enseñanza básica en Chile.

1.5.2 Objetivos específicos

1.5.2.1 Revisar los contenidos evaluados en la prueba TIMSS y los contenidos que se enseñan en la educación escolar en Chile, desde primero a octavo básico para la completación de la matriz de análisis.

1.5.2.2 Identificar los aportes de la Neurociencia Cognitiva orientados en el aprendizaje de la matemática que aborden los contenidos detectados deficientes en los aprendizajes de los estudiantes en Chile.

1.5.2.3 Detectar qué contenidos matemáticos del Currículum Nacional escolar chileno tienen resultados deficientes en la prueba TIMSS para un análisis comparativo desde la perspectiva de la Neurociencia Cognitiva.

1.6 Relevancia y justificación del tema

1.6.1 Relevancia práctica

En esta investigación se planea realizar una revisión crítica del esquema planteado por el Ministerio de Educación (MINEDUC) en el proceso de aprendizaje de contenidos matemáticos durante la etapa escolar de los niños y jóvenes en Chile, comparando el plan de estudio de objetos algebraicos con los descubrimientos que se han hecho sobre el desarrollo cognitivo de las personas. De esta manera, se podría entender las falencias que tienen los estudiantes en Chile al momento de resolver ejercicios de álgebra, proyectando mejorar los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas realizadas tanto a nivel nacional como internacional. También, se pretende entender qué es lo que sucede a nivel cerebral, el proceso que viven los estudiantes, logrando adaptar el objeto matemático a tratar durante el desarrollo de una o más clases.

1.6.2 Relevancia teórica

Al realizar esta investigación se pueden mejorar propuestas didácticas para la enseñanza de objetos matemáticos y el enfoque al cual van dirigido las clases que imparten los docentes en Chile. Además, ayuda a divulgar la disciplina de Neuropedagogía a todas las especialidades de pedagogía, incentivando a cada docente en formación y docentes que ejercen su carrera a buscar un causal cerebral del porqué sus estudiantes pueden presentar dificultades al enfrentar ciertos contenidos.

También, la investigación puede ser un aporte significativo para la práctica docente, ya que los problemas que surgen en los estudiantes no necesariamente provienen de un problema cerebral, sino que puede ser un problema cultural, de formación docente u otros no estudiados.

Marco Teórico

2.1 Neurociencia Cognitiva

La Neurociencia es aquella ciencia que estudia el sistema nervioso y sus funciones, se enfoca principalmente en el órgano del cerebro, su estructura y las células que habitan en él. Actualmente, se considera a la Neurociencia como un campo multidisciplinar, en el cual trabajan diferentes especialistas como psicólogos, genetistas, químicos, entre otros (Campos, 2014). Lo que permite ampliar la visión que se tiene sobre el cerebro humano, realizando aportes a otros campos de investigación.

Al presente, podemos identificar al menos cuatro ramas distintas de la Neurociencia: cognitiva, afectiva, social y educacional (Campos, 2014). Gracias a los aportes realizados por estas áreas es que el sistema educativo tiene la posibilidad de mejorar sus estrategias de enseñanza, dándole un campo más amplio de las necesidades que puedan tener los estudiantes. Sin embargo, no todos los aportes realizados por la Neurociencia sirven en el área educativa, por lo que hay que seleccionar los descubrimientos realizados por dicha disciplina.

La Neurociencia Cognitiva (NC) es aquella ciencia que estudia los mecanismos del sistema nervioso central (SNC) subyacentes a la cognición. Se ha creado a través de la aproximación de la Psicología Cognitiva y la Neurociencia (Redolar-Ripoll, 2014), gracias a los avances tecnológicos como las neuroimágenes y las técnicas de estimulación cerebral no invasivas, es que se han podido aproximar estas dos disciplinas.

"Para comprender cómo las personas piensan, se comportan, se sienten, actúan, y se relacionan unas con otras, es también esencial entender cómo los fenómenos de las células individuales llevan a la cognición. Para esto, tienen que combinarse los métodos de la biología celular con técnicas que relacionan la actividad de poblaciones interconectadas de neuronas con la conducta" (Ferreira, 2012).

La NC utilizando el método científico ayuda a la comprensión de la relación entre el cerebro y la mente, considerando diferentes aristas de investigación, desde aspectos celulares hasta funciones mentales como la memoria, el lenguaje y el cálculo. Es por esto, que la Neurociencia actualmente busca dar respuesta a cómo el cerebro procesa la información y envía señales a través del SNC al organismo.

2.2 El cerebro

El cerebro es un órgano que posee un tamaño parecido al de un coco y pesa aproximadamente 1500 gramos; se conforma por dos hemisferios, el izquierdo y el derecho, donde se puede visualizar que están llenos de surcos. Para Blakemore y Frith (2019) el cerebro es uno de los sistemas más complejos en el universo, y aunque estamos empezando a entenderlo, todavía hay un largo camino por recorrer antes de que se pueda entender con precisión cómo funciona en su conjunto. Sin embargo, se conocen algunas partes de la estructura que él posee las cuales se muestra en la figura 3.

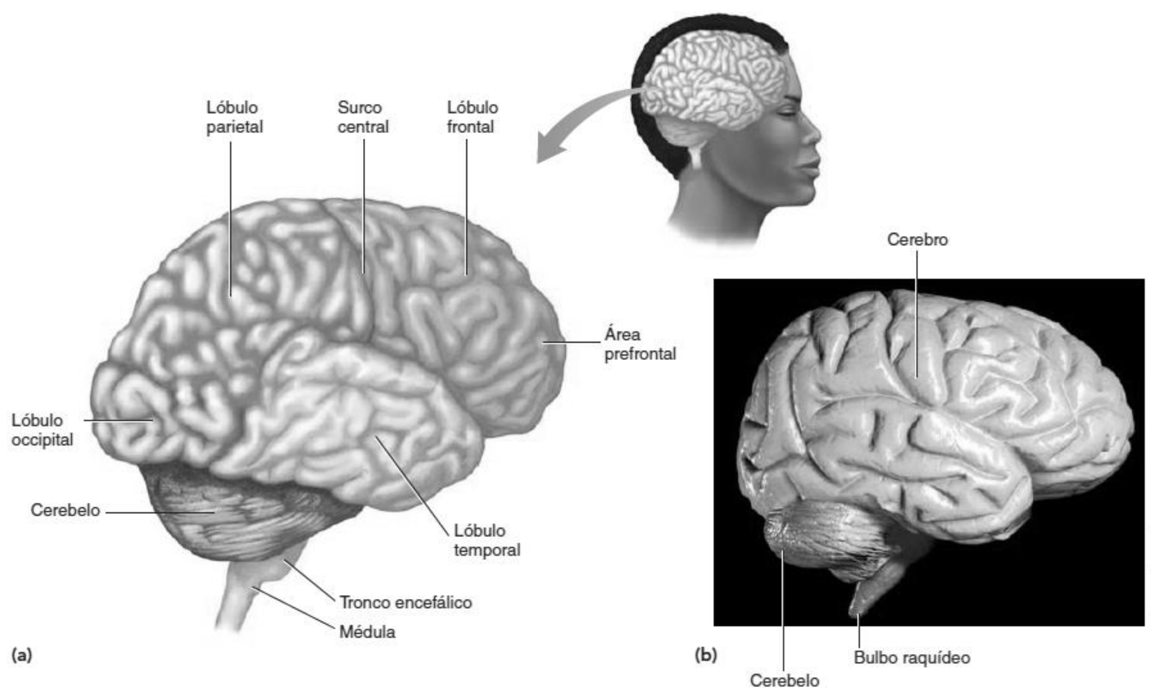


Figura 3. Cerebro humano, vista lateral. Cada hemisferio cerebral se divide en cuatro lóbulos principales: temporal, frontal, parietal y occipital.

El cerebro adulto posee aproximadamente cien mil millones de células denominadas neuronas, las cuales tienen una estructura formada por fibras largas y cortas que se conectan con los somas de otras neuronas, formando en el cerebro alrededor de mil billones de conexiones entre estas células. Cada neurona está conformada por un soma, dendritas, un axón y botones terminales, como se puede apreciar en la figura 4.

El soma corresponde a la parte más voluminosa de la neurona donde se puede encontrar el núcleo de la célula, en él se guarda toda la información que dirige la actividad de la neurona. Además, en este sector, encontramos el citoplasma que rodea el núcleo y prolongaciones cortas que se originan en el soma y se denominan dendritas, las cuales tienen como función recibir impulsos eléctricos de otras neuronas y enviarlas hasta el soma de la célula.

El axón es una prolongación única y larga que puede dividirse, formando ramas denominadas colaterales del axón y que tiene como función sacar el impulso eléctrico desde el soma y conducirlo hacia las ramas terminales. La mayoría de las neuronas poseen un axón que está cubierto por una vaina de mielina, la cual acelera la transmisión de impulsos por el axón. Esta parte de la neurona termina dividiéndose en su extremo, formando lo que denominamos ramas terminales que acaban en terminales sinápticas (Solomon, E; Berg, L. & Martin, D., 2013).

Las neuronas, agrupadas en millones dentro de ciertas regiones del tejido cerebral, participan en diferentes funciones cognitivas como el aprender palabras o realizar cálculos numéricos. “Estas células funcionan como pequeñas baterías. Hay una diferencia de voltaje entre el interior y el exterior de la célula, siendo el interior más negativo. Cuando una neurona se activa, descarga un impulso, denominado potencial de acción.” (Blakemore & Frith, 2019) Este proceso consiste en que iones de sodio entran a gran velocidad por poros de la membrana de la célula, invirtiendo brevemente el voltaje a través de la misma. Gracias a esto es que se

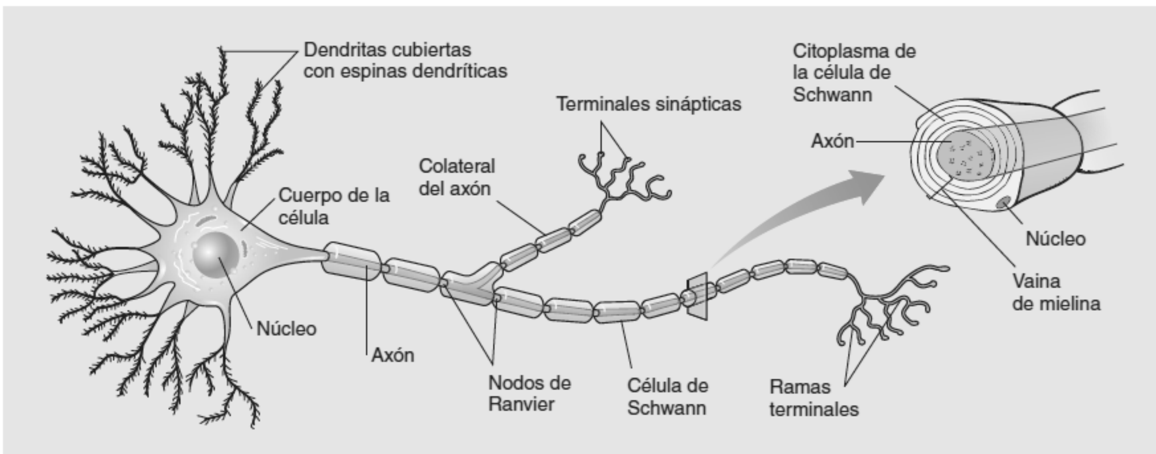


Figura 4.Estructura de las neuronas. Muestra la forma más común que pueda poseer una neurona y las partes que la conforman. Las células de Schwann se envuelven para formar una vaina de mielina alrededor del axón formando su propia membrana plasmática que rodea.

origina la liberación de neurotransmisores (liberación de sustancias químicas) para posibilitar la transmisión de información de una neurona a otra; este proceso comienza en el botón terminal de una neurona, cruzan el espacio sináptico y son aceptadas por receptores de dendritas de otra neurona. A este proceso se le denomina como el lenguaje del cerebro, aquí los potenciales de acción producen la actividad cerebral (Figura 5). La unión entre una terminal sináptica y otra neurona se denomina sinapsis y por lo general existe una pequeña separación entre las dos células que participan del proceso (Solomon et al., 2013).

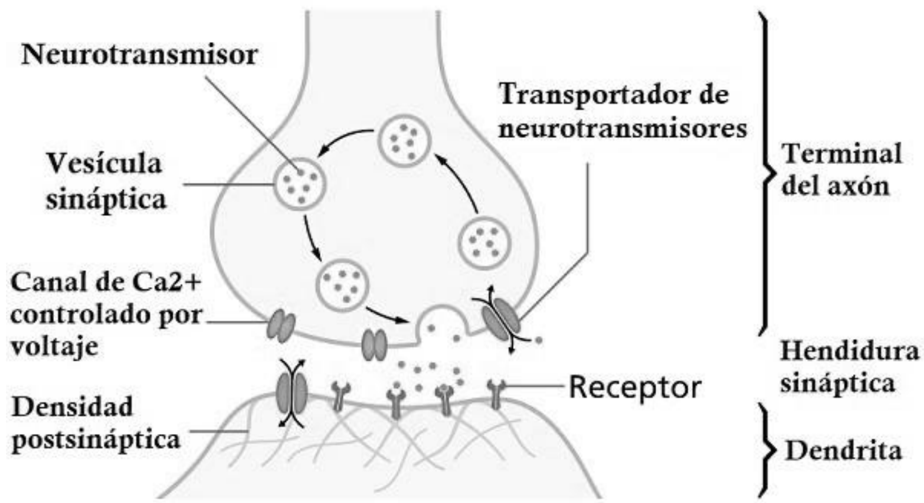


Figura 5. Diagrama del espacio o hendidura sináptica y sus componentes.

Cuando se activa una neurona, esta descarga un potencial de acción. El potencial de acción invierte brevemente el voltaje a través de la membrana, lo que origina la liberación de neurotransmisores desde el botón terminal. Estas sustancias atraviesan el espacio (hendidura) sináptico y son aceptados por receptores de dendritas de otra neurona.

Casi todas las neuronas del cerebro se forman mucho antes del nacimiento, especialmente en el primer trimestre del embarazo. El proceso de formación de neuronas se llama neurogénesis y consiste en la división de células progenitoras, que proveen todas las células nuevas en el cerebro. Debido a esta división, el cerebro produce nuevas células progenitoras, o neuronas, o células de soporte llamadas células glía.

Las neuronas para poder madurar y sobrevivir dentro del cerebro deben desprenderse de las células progenitoras y en este proceso sólo sobreviven la mitad de ellas. Esto se debe a que sólo sobreviven las neuronas que establecen conexiones activas con otras.

El ser humano al momento de nacer posee casi todas las células cerebrales que poseerá en la adultez, a excepción de las zonas del hipocampo y el cerebelo, donde el número de células aumentará notablemente después del nacimiento. Durante el desarrollo humano, el cerebro pasa por diversos períodos de reorganización, es decir, que las conexiones que existen entre las neuronas van cambiando a medida que el cerebro humano se va desarrollando.

Las conexiones neuronales se producen por la necesidad de una persona por adquirir conocimiento y/o por seguir repitiendo algo aprendido (Blackemore & Frith, 2019). En un recién nacido la necesidad de aprender cosas es impresionantemente grande, ya que los conocimientos que poseen son nulos, es por esta razón que a nivel cerebral es que en los recién nacidos tienen una actividad cerebral muy grande, logrando una mayor cantidad de conexiones cerebrales que un adulto. Debido a esto, es que el cerebro genera un exceso de conexiones neuronales, por lo que en un momento de la infancia se produce un proceso de poda, que es un proceso tan importante como el crecimiento inicial de conexiones.

Que en la primera etapa de la infancia se genere un número grande de conexiones neuronales y posteriormente ocurra la poda sináptica para dejar las conexiones que se utilizan constantemente o son conexiones más necesarias para la sobrevivencia humana, no significa que en una etapa más adulta no se puedan generar nuevas conexiones neuronales. Si entendemos bien este proceso, cualquier proceso mental, idea, actividad, recuerdo o hasta las emociones de una persona están asociadas a una conexión neuronal.

La sinaptogénesis o proliferación sináptica es aquel proceso mediante el cual el cerebro forma sinapsis nuevas (conexiones neuronales) y ocurre en gran cantidad en los primeros meses de vida, posterior a este proceso, las conexiones neuronales experimentan lo que llamamos poda sináptica, en la cual disminuyen las conexiones gradualmente. En el cerebro, las densidades sinápticas que se generan en sus diferentes cortezas no alcanzan el mismo nivel en el mismo periodo de tiempo.

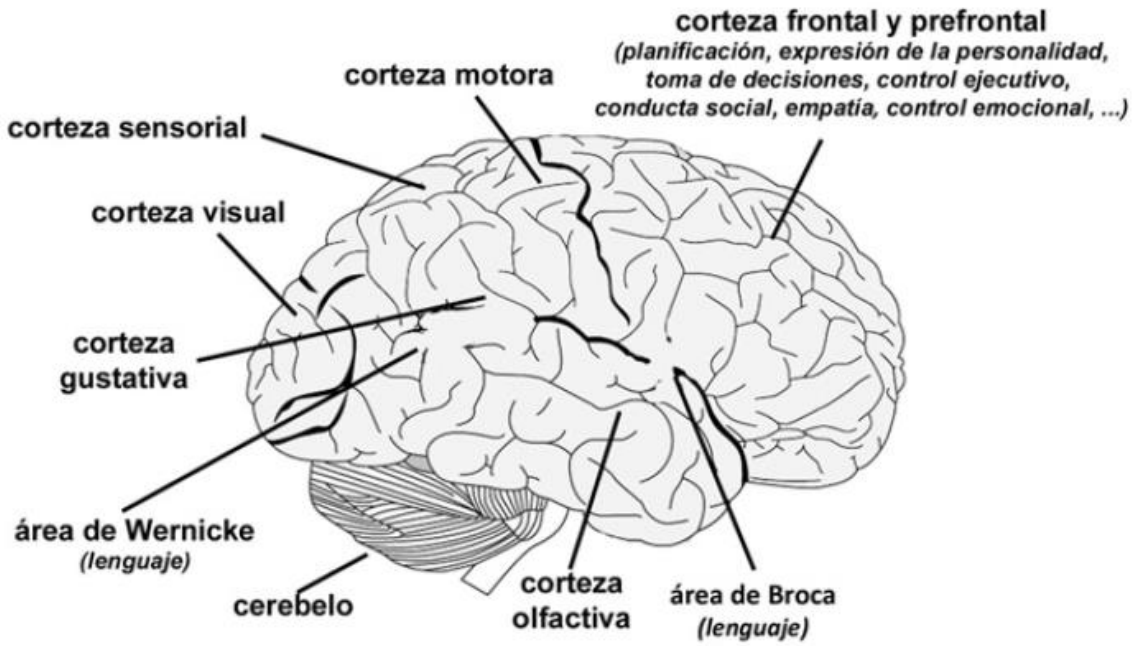


Figura 6. Principales áreas y estructuras del cerebro vistas desde el exterior.

En cada área y estructura del cerebro la sinaptogénesis tiene lugar en diferentes periodos del desarrollo cerebral, por ejemplo, en la capa superior del cerebro, que denominamos corteza, más exactamente en la corteza frontal, aquella que se encarga de la toma de decisiones, control emocional (pero no generadora de emociones) y otras tareas como podemos observar en la figura 6, la sinaptogénesis ocurre mucho después que en la corteza visual, por lo que el proceso de poda sináptica también tarda mucho más en ocurrir.

Diversos estudios que se han hecho sobre el desarrollo cerebral y las estimulaciones que debe recibir el cerebro humano durante la primera infancia para alcanzar un nivel óptimo de madurez en cierta edad muestran que es necesario vivir ciertas experiencias de aprendizaje para desarrollar las áreas del cerebro, de lo contrario este órgano no se desarrollará como corresponde y será inalcanzable la adquisición de aptitudes y habilidades pertinentes a la edad de un niño.

Además, en el cerebro no sólo en la parte superior de éste participan en funciones específicas, al interior del órgano nos encontramos con zonas que generan las actividades que realizamos hasta de manera inconsciente, como lo son las amígdalas, el hipocampo, el hipotálamo y el tálamo (Figura 7).

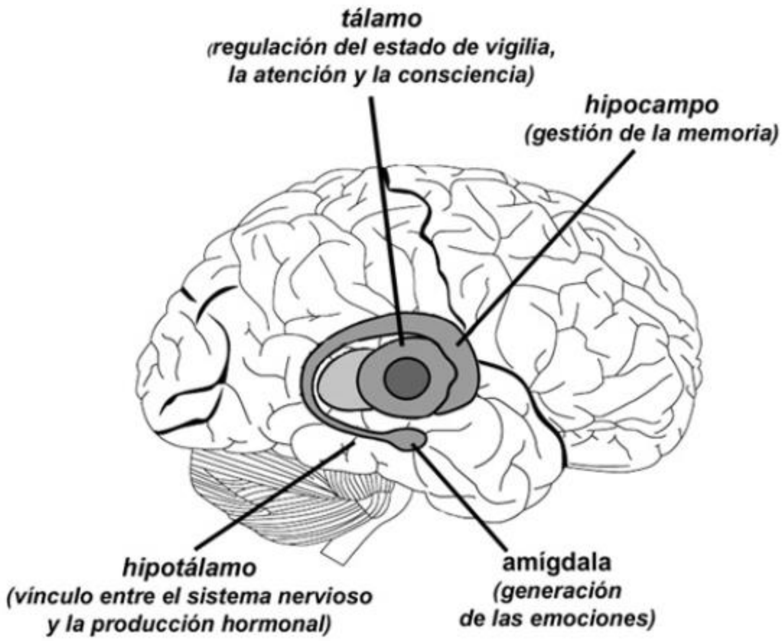


Figura 7. Estructura interna del cerebro, podemos identificar 4 zonas: Tálamo, hipocampo, hipotálamo y amígdala.

El cerebro como se mencionó al comienzo del capítulo es uno de los sistemas más complejos y en esta sección de la investigación se harán referencias a zonas de este órgano que tienen relación con el proceso educativo y la adquisición de conocimientos. Además, el proceso de madurez que debe tener el cerebro para ir desarrollando diversas aptitudes y habilidades que son necesarias e ideales en cierto nivel de desarrollo humano.

2.3 El cerebro matemático

En el campo de investigaciones sobre el cerebro y los elementos que lo componen se utilizan diversas técnicas de estudio para saber el comportamiento y las partes de este órgano que están involucradas ante un estímulo. Los primeros métodos que existieron para estudiar el cerebro consistían en analizar este órgano en animales, exponiendo a estos a diversas situaciones (como taparles un ojo, aislarlos, dejarlos en grupo, etc) para saber cómo afecta en su desarrollo.

En humanos los primeros estudios cerebrales se hicieron con cerebros de difuntos, a las cuales se les extirpaba el órgano y se hacían los análisis correspondientes; otra forma de analizar el cerebro era estudiar el desarrollo y comportamiento de personas que sufrieron un accidente cerebral, afectando alguna de las zonas de éste.

Actualmente, se utilizan diversas herramientas para analizar el cerebro humano sin la necesidad de realizar una intervención quirúrgica. Existen técnicas que permiten evaluar la actividad eléctrica en el cerebro de seres humanos, una de ellas es la electroencefalografía (EEG) y otra es la magnetoencefalografía (MGE). Además, hay técnicas que miden la actividad cerebral a través del flujo sanguíneo y arroja los resultados a través de neuroimágenes; la tomografía de emisión de positrones (TEP) y la resonancia magnética funcional (RMf) son técnicas que detectan el cambio del flujo sanguíneo. Por otro lado, hay técnicas como la estimulación magnética transcraneana (EMT) que estudia los efectos de una alteración temporal del cerebro. Complementariamente a estos métodos de estudio, se han realizado diferentes experimentos en distintas etapas de madurez de una persona, desde la infancia hasta la adultez, con la finalidad de observar, analizar y deducir ciertos patrones que muestren una madurez cerebral en ciertas labores que realizan las personas durante su proceso de formación.

Jean Piaget, famoso psicólogo suizo, afirmó que los bebés no desarrollan habilidades numéricas hasta los cuatro o cinco años, esto se debe a que, según él, los bebés al momento de aplicarles el test de conservación de números[1], resolvían erróneamente lo solicitado. Sin embargo, distintos estudios han demostrado todo lo contrario; se han realizado experimentos donde se demuestra que los infantes tienen la capacidad innata para el procesamiento numérico. Karen Wynn, profesora de psicología y ciencias cognitivas de la universidad de Yale, ha realizado diferentes experimentos que demuestran que infantes de cinco meses poseen esta habilidad; dicho experimento fue denominado como "Evidencia en contra de las cuentas empiristas del origen del conocimiento numérico".

[1] Este test consiste en mostrarle a niños y niñas dos hileras, una de seis vasos y otra de seis botellas. En cada hilera los objetos poseen la misma distancia de separación, por ende, ambas hileras poseen la misma longitud. Luego, se le pregunta a niños y niñas de tres años qué hilera tiene más objetos, a lo cual la mayoría responde que ambas tienen la misma cantidad. Pero si a una hilera le aumentan la distancia entre sus objetos, la respuesta de los niños y niñas cambia, diciendo que la hilera con mayor longitud es aquella con más objetos.

Este experimento implica la creación de un nuevo escenario. En este, se ubica una puerta que se puede bajar y subir, con la finalidad de tapar una parte del escenario al momento en que esta sea elevada; y una puerta lateral, desde la cual se pueden ingresar o retirar muñecos del escenario (con la finalidad de simular la operación suma y resta). De esta manera, al momento de iniciar el experimento hay una cantidad de muñecos sobre el escenario, para luego subir la puerta delantera y agregar o quitar muñecos por la puerta lateral. El objetivo de esto es que el infante, con su capacidad innata, pueda percatarse si se suman o se quitan muñecos en el escenario al momento en que la puerta delantera se baje. Cuando la cantidad de muñecos es la misma, la atención de los infantes sobre el escenario dura un lapso muy corto, en cambio, si se suman o se restan muñecos, la atención que tienen los y las infantes sobre el escenario aumenta considerablemente. Cabe mencionar que esta situación se realizó hasta con seis muñecos con el fin de establecer hasta qué cantidad de conjuntos los infantes tienen la capacidad innata de sumar o restar. (Angulo Cruz, Marin Grisales, & Diaz Lopez, 2016).

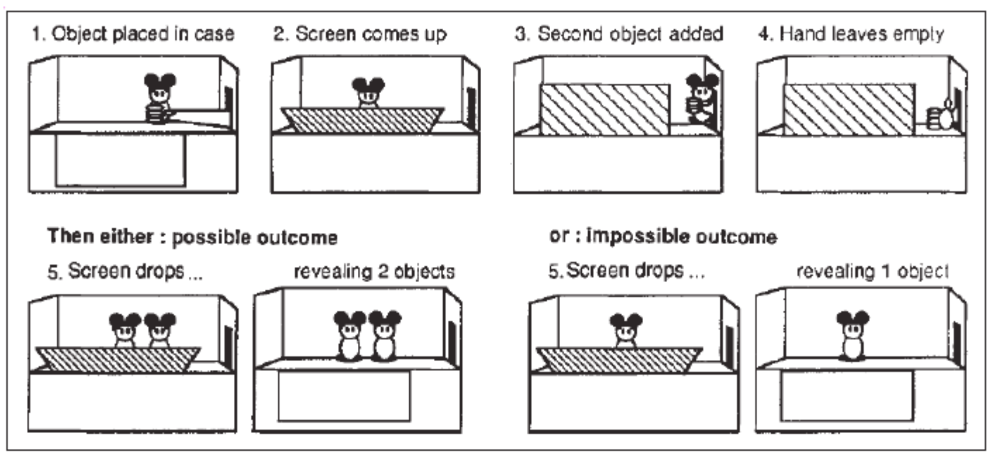


Figura 8. Experimento realizado por Wynn para estudiar la suma de 1+1 en bebés de 5 meses.

"El neurocientífico Stanislas Dehaene ha sugerido que ya antes de nacer el cerebro desarrolla, mediante el control genético, un módulo especializado para identificar números" (Blakemore & Frith, 2019). Dehaene (2009) menciona que gracias a los estudios que hicieron con los Mundurucu (grupo de amazónicos) y la Ley de Weber en el dominio de los números fortalece la hipótesis que la intuición aritmética comienza de un sistema perceptual básico.

Blackemore y Frith (2019) han estudiado y analizado cómo el cerebro reacciona ante el procesamiento de cálculos numéricos, encontrándose con que distintas regiones cerebrales están involucradas en este ejercicio, por lo que han podido identificar regiones que participan en cálculos “aproximados” y cálculos exactos, regiones que están especializadas en la cantidad y otras en la selección de palabras numéricas, identificando que un hemisferio participa más en un proceso que el otro. También, dentro de los resultados han podido identificar diferencias de género en los resultados de los participantes, explicando que la testosterona ayuda al hombre a desarrollar las partes del cerebro que están relacionadas con la habilidad espacial.

El lóbulo parietal (véase figura 1) es aquel sector cerebral que está implicado en el recuerdo de dónde están ciertos objetos y la visión de las personas; se ha demostrado que también está relacionado con el conocimiento de números y sus derivadas. Stanislas Dehaene junto con Laurent Cohen (1997), como resultado de las investigaciones que realizaron con personas que hayan sufrido algún accidente que comprometa el lóbulo parietal, pudieron comprobar que el proceso de realizar cálculos exactos se ubica en el hemisferio izquierdo del cerebro. Además, el lóbulo parietal está estrechamente vinculado con la capacidad de representar cómo los objetos están ubicados en el espacio (representación espacial). Esta capacidad es muy importante, ya que sin ella las personas no lograrían orientarse en su entorno o recordar dónde se encuentran ciertos objetos; por otra parte, la línea de números que utilizamos para realizar cálculos matemáticos (sumar, restar y contar) implica imaginar números y objetos en el espacio.

“…el razonamiento espacial está estrechamente relacionado con el sentido numérico (como en el caso de la recta numérica mental; por ejemplo, Dehaene, 1997) y las operaciones matemáticas en general. Varios estudios de neuroimagen y neuropsicología han demostrado que la relación entre el procesamiento numérico y espacial está profundamente arraigada en la organización de los circuitos parietales para estas capacidades (Hubbard et al., 2005).” (Susac, Bubic, Vrbanc, & Planinic, 2014).

Blackemore y Frith (2019) a través de experimentos con pacientes que tienen el cuerpo calloso dañado (observe figura 9), es decir, tiene a su hemisferio derecho e izquierdo incomunicados (cerebro hendido), han podido confirmar que ambos hemisferios participan en los procesos matemáticos, de hecho, concluyen que el hemisferio derecho se encarga de las estimaciones, mientras que el hemisferio izquierdo participa en el proceso de calcular.

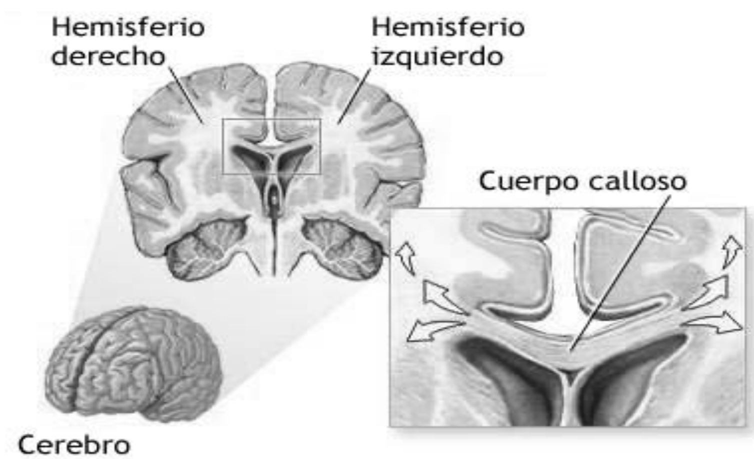


Figura 9. Ubicación del cuerpo calloso en la estructura cerebral.

Los pacientes con cerebro hendido son incapaces de comparar números cuando se les presentan en hemisferios distintos. Sin embargo, cuando los números se presentan en el mismo hemisferio, el paciente no tiene dificultad para compararlos (Blakemore & Frith, 2019). Este mismo hecho demuestra que ambos hemisferios son capaces de reconocer y comparar dígitos. No obstante, cuando las cantidades se muestran con ayuda del lenguaje, el hemisferio derecho no procesa la información en la comparación de cantidades.

Mediante estudios de imágenes se ha confirmado que en el lóbulo parietal inferior muestra actividad tanto en procesos de multiplicación como de comparación de números; y hablando más específicamente, El lóbulo parietal inferior del hemisferio derecho, se activa cuando una persona se enfrenta a sumas, restas y comparación de números (Alonso & Fuentes, 2001).

Cabe destacar que, según Dehaene y Col. (2003), todo cálculo numérico que realiza el cerebro está estrechamente ligado con la capacidad del lenguaje. Los trastornos de lectura afectan al aprendizaje del procesamiento numérico y el cálculo, causando que los malos lectores presenten dificultades en el proceso de calcular o solucionar problemas aritméticos.

Dentro de la Matemática nos podemos encontrar con diferentes ramas, como la aritmética, la geometría, el álgebra, entre otras. La aritmética es aquella rama que estudia los números y las operaciones que se pueden hacer en distintos conjuntos, mientras que el álgebra es aquella rama que manipula de manera general dichas operaciones, a través de letras y números. De esta forma, se puede interpretar que la rama de la aritmética implica un razonamiento más concreto que abstracto, mientras que realizar ejercicios algebraicos se necesita más un razonamiento abstracto que concreto.

Durante el proceso de formación escolar, el álgebra representa aquel primer momento en el que la estudiante se enfrenta a contenidos que fomentan un razonamiento abstracto, por lo cual, hace difícil el proceso de adaptación de enseñanza y aprendizaje que vive el docente con sus estudiantes, ya que el desarrollo educativo que viven es un proceso de enseñanza-aprendizaje que se basa en utilizar un razonamiento operativo concreto (Susac et al.,2014)

De acuerdo con la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget (1976), que se basa en el desarrollo de las personas y los procesos de reorganización que atraviesan sus cerebros, las personas atraviesan por cuatro etapas intelectuales: Sensiomotora, preoperacional, operacional concreta y operacional formal. En cada una de estas etapas los individuos van adquiriendo y desarrollando diferentes habilidades. La primera etapa ocurre entre el nacimiento y los 18 o 24 meses, las personas conocen el mundo a través de la observación. La segunda etapa ocurre entre los dos y siete años, las personas forman conceptos y símbolos para poder comunicarse. La tercera etapa ocurre entre los siete y once años, aquí cada individuo comienza a pensar de forma lógica a través de estrategias concretas. Finalmente, la cuarta etapa, ocurre desde los doce años en adelante, las personas exploran soluciones lógicas a través de estrategias abstractas, es aquí donde se produce un cambio cualitativo en el desarrollo cognitivo de las personas.

Científicos como Anderson, Qin, Sohn, Stenger y Carter realizaron experimentos para entender la comprensión del proceso de resolver problemas complejos, recopilando información mediante las IRMf. Como resultado de sus experimentos encontraron la activación de tres áreas cerebrales: La corteza prefrontal, la corteza parietal posterior y la corteza motora. Dado esto, los autores plantean que a medida que se practica, las etapas de acceso y recuperación de la información resultarían más fáciles, dando pie a la interrogante de a qué edad es apropiado aprender álgebra (Radford & Andre, 2009).

Si las actividades que se escogen de álgebra son bien elegidas, como introducir conceptos algebraicos, se podría comenzar a enseñar a niños desde los 7 y 8 años con la finalidad de que personas entre 10 y 11 años comiencen a ser introducidos al lenguaje algebraico simbólico (Radfor, 2008: Radford, Demers y Miranda, 2009). Asimismo, si el proceso de introducción al álgebra se hace de forma adecuada, estudiantes entre 12 y 13 años podrían comenzar a utilizar sin mayor dificultad el lenguaje algebraico simbólico para resolver problemas de modelación (Radford & André, 2009).

Sin embargo, investigaciones realizadas por Ana Susac, Andreja Bubic, Andrija Vrbanc y Maja Planinic (2014) muestran un ideal distinto al de los autores nombrados anteriormente. Estas autoras concluyen de sus investigaciones realizadas con un grupo adolescentes de Croacia con rango etario entre 13 y 17 años, dónde se les motiva a resolver ecuaciones algebraicas que jóvenes entre 15 y 16 años transitan entre la utilización de estrategias concretas y abstractas sin mayor dificultad.

El estudio que realizaron las investigadoras consistía en dos procesos, ambos de 45 minutos, en la primera sesión los estudiantes se les administraron las matrices progresivas de Raven y una prueba de atención, mientras que en el segundo proceso las estudiantes tuvieron que resolver una prueba computarizada de reordenamiento de tres tipos de ecuaciones. Al finalizar la jornada, completaron un cuestionario para describir los procedimientos que utilizaron en la prueba computarizada.

Dentro de los resultados del experimento, las autoras mencionan que la mitad de los participantes utilizaron estrategias concretas para resolver el reordenamiento de ecuaciones, una de las estrategias más utilizadas fue la inserción de número dentro de estas. Es decir, que al enfrentarse a la resolución de una ecuación con letras, los estudiantes reemplazaron dichas letras por números que cumplieran con la igualdad.

Por otro lado, la otra mitad de los participantes utilizaron estrategias abstractas, es decir, aplicaron reglas durante la resolución de las ecuaciones (utilización de axiomas). Sin embargo, algunos estudiantes cometieron errores en este tipo de procedimiento, ya que al querer "pasar la incógnita al otro lado de la ecuación" tuvieron problemas con aplicar las reglas de multiplicación y división, confundiéndose entre ellas. Esto se puede interpretar que, a pesar de manejar este tipo de estrategia abstracta, a los estudiantes se le es confuso estas reglas y procedimientos.

Estas autoras, proponen que los adolescentes entre 14 y 15 años están en transición de estrategias concretas a abstractas en álgebra, mientras que los jóvenes entre 16 y 17 años alcanzaron un nivel adecuado de razonamiento formal. (Susac et al.,2014).

Cabe mencionar que, al referirse a estrategias formales, las autoras se refieren a la utilización de axiomas (de cuerpo y orden) para la resolución de ejercicios. Por otro lado, las estrategias concretas son aquellas en las cuales los estudiantes reemplazan números en ecuación para verificar la veracidad o falsedad de un ejercicio. Por ejemplo, una de las estrategias concretas sería decir que"$x + 2 = 3$ *es verdadero ya que* $1 + 2 = 3$"se puede decir que el estudiante no utilizó un razonamiento formal, ya que sólo utilizó un número que satisfacía la ecuación. Utilizando el mismo ejemplo para una estrategia formal sería decir "$x + 2 = 3$ *si y sólo si* $x + 2 + (-2) = 3 + (-2)$ *entonces* $x = 1$. *Si* $x = 1$ *entonces la igual es verdadera"*. En este caso, la estudiante estaría utilizando axiomas y propiedades para realizar el ejercicio.

Küchemann (1981) realizó un estudio con adolescentes entre 13 y 15 años, dividiendo preguntas algebraicas en 4 niveles; en el nivel 1 se encontrarán ejercicios tipo "$x + 3 = 8$" donde la incógnita puede ser evaluada inmediatamente. En el nivel 2 son ejercicios tipo "$x =$

$y + 2, con\ y = 2$” donde los adolescentes deberán reemplazar el valor de una incógnita en la ecuación para poder encontrar el valor solicitado. En el nivel 3 la complejidad de los ejercicios aumenta, siendo tipo “$sume\ 4\ a\ 3x$” en el cual los participantes deberán escribir adecuadamente el símbolo de la operación solicitada. Finalmente, en el nivel 4 los ejercicios son de tipo “$multiplicar\ x + 6\ por\ 3$” donde los estudiantes deberán realizar dos operaciones.

Dado los resultados obtenidos de la prueba de álgebra, Küchemann menciona que los niños entre los 13 y 15 años no eran capaces de manejar de manera coherente elementos en los que no se puede evitar el uso de letras como números desconocidos, es decir, elementos del álgebra en lo absoluto.

Comparando lo estudiado por Küchemann y Susac et al. se puede decir que los estudiantes entre 13 y 15 años aún utilizaban estrategias concretas para la resolución de ejercicios, ya que al momento de generalizar para todo número (o concepto) con letras en un ejercicio matemático, éstas presentaban dificultades. Por lo que los niveles 1, 2 fomentarían a la utilización de estrategias concretas, mientras que el nivel 3 ayudaría a la transición entre la utilización de estrategias concretas y estrategias formales para que finalmente, en el nivel 4, los estudiantes logren utilizar de forma adecuada los axiomas y proposiciones en el desarrollo de ejercicios algebraicos.

Por otro lado, Danilo Wagner y Ellen Lucena (2016) en el III congreso internacional de educación inclusiva abordan las relaciones entre el álgebra y la Neurociencia y cómo afecta la lectura en la comprensión de ecuaciones algebraicas. Estos autores citando a Dehaene (2012) explican que el método de alfabetización matemática no es eficiente, ya que primero , en otras palabras, el hemisferio derecho procesa dos veces una misma información, lo que provoca un esfuerzo mayor en la lectura de un enunciado. Además, describen lo observado en la investigación hecha por Scalassari (2007) donde se evidencia que una metodología que se basa en frases como “ despeja la incógnita” no aporta a la resolución de problemas ya que no se estimula adecuadamente el cerebro; destacan la importancia que tiene el hemisferio derecho en la creatividad y visión holística de las situaciones que son primordiales en el significado de ecuaciones.

Estos autores citan a Devlin (2003) explicando que la transición entre la etapa aritmética y la algebraica requiere de una capacidad de abstracción muy alta, que pocas veces los alumnos en su proceso escolar son capaces de desarrollar, y la forma en la cual esta habilidad se puede desarrollar está directamente relacionada con el desarrollo del lenguaje, ya que se necesita crear un propio sistema de manipulación de símbolos.

Finalmente, concluyen que los estudiantes presentan dificultades en el manejo y utilización de símbolos algebraicos en la resolución de ejercicios, ya que los docentes no utilizan estrategias que se ajusten al procesamiento que hace cada hemisferio cerebral, provocando un gasto de energía mayor por parte de los estudiantes, llevando el foco de atención al cansancio y no a la pregunta principal del ejercicio. Además, en otras investigaciones de otros autores citados por Wagner y Lucena (2016), identifican que los estudiantes presentan dificultades al reescribir proposiciones utilizando lenguaje algebraico, es decir, no logran transponer contenidos, ejercicio fundamental en el proceso de E-A; destacando que el lenguaje algebraico presupone un mayor poder de representación, dado su grado de abstracción, puesto que el álgebra también es un lenguaje. Planteando la hipótesis de que la dificultad de aprender álgebra puede radicar en la mala comprensión de la aritmética.

2.4 Enseñanza y aprendizaje en matemática

Se entenderá enseñanza como aquel proceso en el cual exista una transmisión de conocimientos, experiencias o hábitos de una persona a otra que no los posea. En el contexto educativo, por lo general el profesor es quien se encarga de transmitir conocimientos, experiencias y hábitos a cada una de sus estudiantes.

Las actividades de aprendizaje implican una serie de acciones dirigidas a la construcción de conocimientos, desarrollo de habilidades y formación de actitudes. En el contexto escolar, el objetivo de las actividades de aprendizaje varía según el nivel educativo al cual nos estemos refiriendo, pero en todos los niveles coincide que los objetivos principales del aprendizaje es la integración activa de los estudiantes al mundo social y cultural, la apropiación de saberes e instrumentos para aportar a la construcción de la sociedad siendo partes de ella.

En el contexto escolar, el proceso de enseñanza y aprendizaje es aquella interacción entre varias personas, en este proceso la docente tiene la labor de organizar y conducir el aprendizaje, de tal manera que los estudiantes tengan un rol protagónico en el desarrollo de la clase, haciéndolos sentir motivación en hacer las actividades planteadas por la docente.

Diversos exponentes del área pedagógica han planteado teorías y modelos que ayuden en este proceso de enseñanza y aprendizaje para lograr el propósito de este. Algunas de estas teorías o modelos son la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, la teoría APOE y la teoría del espacio de trabajo geométrico (ETG), entre otras.

2.4.1 Enfoque pedagógico

2.4.1.1 Enseñanza de la Matemática

Como se mencionó anteriormente, existen diversas teorías que nos brindan y sugieren métodos de enseñanza que permitan generar un ambiente adecuado dentro del aula de clases y lograr un aprendizaje esperado.

Borusseau (1986), investigador, matemático y profesor francés, postuló la teoría de situaciones didácticas, en la cual podemos identificar tres elementos primordiales: la docente, la estudiante y el medio didáctico. A gran escala, lo que propone Brousseau es que el docente facilite el medio didáctico para que la estudiante construya su conocimiento y reciba devoluciones sobre su construcción y mejorar su aprendizaje, mediante una situación didáctica y una a-didáctica.

"Brousseau no plantea situaciones didácticas para favorecer una enseñanza-aprendizaje tradicional, su voluntad es crear una teoría que permita explicar las situaciones del aula, que potencie una adecuada interrelación entre el docente, el estudiante y un saber.” (Chavarría, 2006).

Lo que plantea Brousseau es un proceso de enseñanza-aprendizaje donde los estudiantes logren construir un aprendizaje significativo a través de distintas etapas de la clase, dividiendo ésta en un inicio, desarrollo y cierre.

Otras teorías, como la APOE y la ETG consideran el desarrollo cognitivo de los estudiantes. La teoría APOE está basada en las ideas de Piaget sobre la teoría de abstracción reflexiva, mediante este método describe cómo un individuo realiza el análisis cognitivo de conceptos matemáticos. Esta teoría considera cuatro estructuras mentales: acciones, procesos, objetos y esquemas; y los procesos por los cuales estas estructuras se logran: Interiorización, coordinación, encapsulación y tematización (Delgadillo).

‟...en general los trabajos realizados con APOE han mostrado que los individuos tienen grandes dificultades para lograr una construcción estática de conceptos y nociones matemáticas” (Roa-Fuentes & Oktaç, 2012)

Finalmente, en la teoría ETG que habla de la enseñanza de la geometría, se identifican tres tipos de geometrías y de la enseñanza de estas. Esta teoría considera componentes cognitivos en ciertos procesos; “Desde el punto de vista cognitivo, hay ciertos procesos que están asociados al ETG, como lo son: visualización, construcción y prueba, relacionándose con las componentes del ETG conformando un espacio de trabajo dinámico y cognitivo.” (Delgadillo). En esta teoría se conforma un espacio de trabajo dinámico y cognitivo, en el cual se consideran dos planos: cognitivo y de las componentes.

2.4.1.2 Aprendizaje de la Matemática

Existen diversas teorías didácticas que proponen un método para el proceso de E-A y lograr construir nuevos conocimientos, pero el déficit que tienen estas teorías didácticas es la identificación del problema y dar su posible solución, sin cuestionarse en profundidad el porqué del error. Para saber guiar el aprendizaje de los estudiantes es primero que el docente sepa en qué cometen errores los estudiantes al momento de aprender sobre un objeto matemático.

Es común observar que los estudiantes cometan errores al momento de aprender, por ejemplo, el cuadrado de binomio; por lo general la mayoría de los estudiantes relaciona $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ y son en estos casos donde el docente tiene que planear una estrategia pedagógica para abordar y corregir este error, por lo que deberán incluir en sus planificaciones criterios de diagnóstico, corrección y superación en el proceso de aprendizaje.

"Mediante combinación de resultados empíricos con algunos supuestos acerca de estructuras mentales y ciertas leyes generales del procesamiento humano de la información, es posible predecir algunos patrones comunes de error." (Rico, 1995).

Es trabajo de los docentes identificar estos patrones comunes de error para utilizarlos a su favor en la enseñanza de objetos matemáticos, de esta forma le permite anticiparse a las posibles respuestas de sus estudiantes y seleccionar ejemplos que guíen el trabajo dentro del aula intencionando la equivocación por parte de los estudiantes, de esta manera el estudiante aprende de su error y busca distintas estrategias para abordar el objeto matemático enseñado.

Además de la metodología de ensayo y error, existen otras más que ayudan al profesor a planificar las clases y lograr que los estudiantes sean participantes activos en el proceso de E-A, identificando al estudiante como actor principal en este proceso y es quien deba ir construyendo conocimientos, dejando al profesor como guía en este proceso de construcción. Es por esto, que el docente debe tener presente en todo minuto que es el estudiante quien desarrolla un papel principal en la E-A de objetos matemáticos.

2.5 Neuropedagogía

La Neuropedagogía o Neuroeducación es aquella ciencia de la educación que une los aportes realizados por la Neurociencia Cognitiva, la Psicología Cognitiva y la Pedagogía. Gracias a los aportes realizados por la Neurociencia Cognitiva, se puede entender el funcionamiento del cerebro; los posibles factores, tanto internos como externos, que pueden intervenir en el desarrollo de éste y planear, en base a esto, mejoras para el proceso de E-A.

La Neuroeducación se estableció como disciplina por Hideaki Koizumi en 1999, quien la describió como una ciencia transdisciplinar de los procesos del desarrollo y hasta hace poco, se prestó atención sólo a los procesos de aprendizaje estudiados por la Neurociencia Cognitiva, pero nunca relacionándola con la educación.

“Si hablamos de medios apropiados para una innovación o transformación de la educación y de la práctica pedagógica, corresponde en primer lugar entender qué será transformado. El ser humano está dotado no solamente de habilidades cognitivas, de razón, sino también de habilidades emocionales, sociales, morales, físicas y espirituales, todas ellas provenientes del más noble órgano de su cuerpo: el cerebro.” (Campos, 2010).

Gracias a esta disciplina es que los docentes hoy en día tienen la posibilidad de maximizar el aprendizaje de habilidades y capacidades de sus estudiantes. Es por esta razón, que es de suma importancia que los profesores tengan acceso al conocimiento relacionado con el funcionamiento del cerebro y poder relacionarlo con la Pedagogía. El desafío que tienen los docentes en la actualidad es saber cómo funciona el cerebro para mejorar las propuestas y experiencias de aprendizaje.

En efecto, los aportes realizados por la Neuroeducación permiten relacionar los sentimientos, las emociones y todo aquel proceso cognitivo de los estudiantes con las realidades que los docentes se enfrentan en el aula. Se conoce que la ansiedad y el estrés interfieren negativamente en el proceso de aprendizaje de un estudiante, también, que el entorno sociocultural es un factor que interviene plenamente en el desarrollo cerebral y en la adquisición de habilidades y aptitudes en una persona. La Neuropedagogía nos permite saber que para lograr un aprendizaje significativo es necesario ir relacionando los contenidos matemáticos con otras áreas, activando diferentes áreas cerebrales, implicando un aprendizaje transversal. Asimismo, concientiza la diversidad existente entre personas desde una mirada biológica.

“Aunque el cerebro de todo ser humano esté programado genéticamente para aprender, procesar, consolidar y recordar un aprendizaje, y los sistemas y funciones involucrados en este proceso también sean los mismos en los seres humanos con un desarrollo normal, sería importante que el educador considerara que el alumno además de aprender de manera visual, auditiva, lingüística y lógica, tiene la capacidad de aprender de manera reflexiva, impulsiva, analítica, global, conceptual, perceptiva, motora, emocional, intrapersonal e interpersonal.” (Campos, 2010).

Gracias a la Neuroeducación los docentes pueden asociar factores que no son visibles en el aula al desempeño académico de una persona como lo son los estados anímicos. Según Bueno (2019) El estrés es uno de los factores que influye en el proceso de E-A. Por ejemplo: el estrés afecta al cerebro, provocando que la atención de una persona se focalice en una posible amenaza, sin embargo, Bueno diferencia el estrés puntual con el estrés crónico, mencionando que el generar estrés puntual es formativo, ya que así las personas aprenden a manejar este estado, pero el problema es cuando este estado se transforma en crónico, ya que éste altera el equilibrio neuroquímico del cerebro, provocando alteraciones permanentes en las conexiones neuronales, especialmente en la amígdala cerebral; paralelamente, el estrés impide que se establezcan redes suficientemente amplias en los aprendizajes de los estudiantes.

Teniendo en consideración lo planteado en el párrafo anterior, las emociones y sentimientos de una persona (como el estrés) pueden perjudicar el proceso de E-A. Si los docentes tienen en consideración que los estudiantes aprenden de diversas formas; que los sentimientos y emociones influyen significativamente en el proceso de E-A y las necesidades educativas existentes dentro de un grupo de estudiantes, las propuestas de trabajo hechas por profesores sería mucho más certera, lo que podría lograr cumplir con los aprendizajes esperados.

Marco Metodológico

3.1 Tipo de investigación

En este trabajo se busca explicar los resultados obtenidos en la prueba internacional TIMSS a través de una mirada científica, argumentando los posibles errores de los estudiantes mediante los aportes realizados en la NC; recopilando información de diversos documentos que permitan evidenciar la importancia del aprendizaje y comprensión de hallazgos sobre el cerebro como base del proceso de E-A, destacando la importancia que tiene en la asignatura de Matemática, ya que es una de las ciencias donde más se necesitan habilidades cognitivas para la comprensión de ésta.

Esta investigación es de carácter descriptiva, ya que permite especificar un determinado fenómeno. Este tipo de investigación concede un análisis crítico de los objetos de estudio, permitiendo explicar los resultados obtenidos por los estudiantes en TIMSS 2015, específicamente en el eje de álgebra, debido que, el promedio de puntaje que obtuvo Chile es significativamente menor al promedio mundial; esto a través de las contribuciones realizadas por la neurociencia cognitiva.

3.2 Paradigma de investigación

En esta investigación se obtendrán resultados no numéricos que se adquirirán mediante las matrices de análisis elaboradas y descritas en el siguiente capítulo, por lo cual es de índole cualitativa. Este tipo de paradigma recoge los postulados de sujetos, para proceder a su respectiva interpretación teniendo en consideración el contexto del postulado. Además, los objetos de estudios en estas investigaciones suelen estar relacionados con comprender, interpretar y transformar.

En este paradigma se intenta acortar la brecha entre el lector y el objeto de investigación, (en este caso, los descubrimientos que se han hecho sobre el aprendizaje de contenidos algebraicos dentro de la NC) a través de la lógica, realizando un estudio y análisis del tema abordado dentro de su propio contexto.

Dado lo anterior, es que este trabajo puede servir como acercamiento entre el mundo de la educación Matemática y las Neurociencias, eliminando las brechas existentes entre ambas disciplinas y complementando la formación docente, por lo que debería mejorar el proceso de E-A de objetos matemáticos.

3.3 Metodología

La metodología que se utilizó en este trabajo de tesina es el diseño documental, ya que se habla de una investigación descriptiva-cualitativa en donde se recoge información de diversos documentos, entendiéndose como cualquier material de índole permanente, que aporte a la explicación del problema planteado inicialmente; tanto documentos del área educativa como del área de las ciencias cognitivas.

Como es necesaria la recopilación de datos de diversas fuentes bibliográficas, se buscó bibliografía con características particulares, como documentos relacionados con la enseñanza de la matemática, investigaciones realizadas por neurocientistas que expliquen el desarrollo cerebral y el proceso que tiene el cerebro a lo largo de la vida, particularmente en cómo la madurez cerebral tiene relación con las habilidades matemáticas que se van adquiriendo durante la etapa escolar, específicamente en el eje de álgebra. Además, se analizó las propuestas curriculares hechas por el MINEDUC desde primero a octavo básico, los contenidos evaluados en la prueba TIMSS y documentos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos con un enfoque neurocientífico mediante matrices de análisis que permitirán recoger, contrastar y analizar los datos rescatados.

3.4 Técnica de recolección de datos

En el desarrollo de esta investigación se utilizaron dos tablas, las cuales son denominadas matrices de análisis, aplicadas en la revisión del CNCH correspondiente a la enseñanza básica en Chile y a los contenidos evaluados en la prueba TIMSS. El objetivo de estas matrices de análisis fueron recopilar, ordenar y contrastar información de diversos documentos bibliográficos para lograr adecuadamente vincular los aportes realizados por la NC y los resultados obtenidos en la prueba de Matemática para octavo básico.

A continuación, se describe brevemente cada matriz y cómo estas fueron elaboradas.

> 3.4.1 Matriz Indicadores de evaluación: Este instrumento de recopilación de datos consiste en elaborar una tabla que permitirá recopilar los Indicadores de evaluación (IE) que están relacionados con los objetivos de aprendizaje (OA) de cada unidad, durante la enseñanza básica según el CNCH, permitiendo contrastar de mejor manera cada indicador y asociarlos con alguna pregunta de la prueba TIMSS.

> 3.4.2 Matriz Comparativa: Esta técnica consiste en elaborar una tabla que permita asociar un(os) IE con la pregunta de la prueba TIMSS que está siendo analizada.

Además, se realizó una revisión del CNCH, precisamente en los contenidos vistos durante la enseñanza básica en Chile correspondientes al eje de álgebra. Simultáneamente se revisaron los contenidos evaluados en la prueba TIMSS, con la finalidad de conocer los dominios que deberían comprender los estudiantes en Chile según la IEA.

Análisis e interpretación

En la presente sección se utilizaron datos extraídos de documentos bibliográficos, como: resultados y análisis del proceso TIMSS 2015 en octavo básico y aportes realizados por neurocientistas vinculados con la relación cerebro-aprendizaje y cómo estos contribuyen en el proceso de E-A de objetos matemáticos. Esperando poder analizar errores comunes que identifica la didáctica de Matemática mediante los hallazgos hechos en la Neurociencia Cognitiva (NC). Luego, se relacionan posibles factores reconocidos por la NC con los errores cometidos en el desarrollo de la prueba de Matemática, para finalmente poder vincular dichos aportes neurocientistas con la enseñanza de objetos algebraicos.

Para mejorar el vínculo entre la NC y el trabajo realizado por profesores de Matemática en la enseñanza de objetos algebraicos se seleccionó todo hallazgo que esté estrechamente ligado con el desarrollo o adquisición de un pensamiento matemático-abstracto, es decir, toda contribución que esté ligada con el Álgebra; dado que, como los hallazgos que se han realizado en la disciplina de NC pueden ser vinculados con procesos de E-A en diversas asignaturas, no explicaría el problema central de esta investigación con la profundidad que se desea.

En el desarrollo de este capítulo se encontrará en primera instancia la matriz de recopilación de Indicadores de Evaluación (IE), tabla en la cual se reúnen todos los indicadores propuestos en el CN que evalúan las habilidades y aptitudes adquiridas en el eje de álgebra, con la finalidad de mejorar la selección de IE que puedan ser asociados con las preguntas de la prueba TIMSS analizadas por la Agencia de Calidad de la Educación de Chile.

Posteriormente, se presenta una matriz comparativa en donde se compilan: preguntas nombradas anteriormente junto a los niveles de escolaridad, objetivos de aprendizaje (OA) e indicadores de evaluación (IE), que se vinculan con la pregunta que se analiza en la tabla y, por último un resumen del respectivo análisis, donde se entregan los factores que pueden originar los errores cometidos en cada pregunta que se aluden en NC.

Para comprender mejor el análisis de la tabla 4.1.1 se ilustrarán los datos cuantitativos obtenidos por la agencia de la Calidad de la Educación de Chile a través de gráficos de torta. De esta forma, lograr diferenciar entre los errores de origen conceptual, errores de interpretación y/o dificultades argumentativas.

4.1. Matriz de recopilación de indicadores de evaluación (IE)

A continuación, se presenta la tabla 4.1.1: Matriz indicadores de evaluación (IE) en la cual se reúnen los indicadores propuestos por el MINEDUC presentados en el CNCH, que estén orientados a evaluar las aptitudes y habilidades adquiridas por los estudiantes en el eje de álgebra durante la enseñanza básica. Dicha información se recopiló de la página del CNCH, en la sección de asignaturas - educación general - Matemática, revisando todos los niveles de enseñanza básica.

Este instrumento de recopilación de datos tiene como objetivo filtrar los IE de Matemática en enseñanza básica para seleccionar adecuadamente en la tabla 4.1.2: Matriz Comparativa todo indicador que esté relacionado con la pregunta analizada.

Simultáneamente, se busca visualizar las aristas que tiene el MINEDUC al momento de generar y proponer los indicadores de evaluación para objetos algebraicos, tanto de forma simbólica, pictórica, semiótica y/o abstracta.

Por último, al finalizar la recopilación de indicadores de evaluación, se relacionó el contenido de la tabla con citas hechas en el marco teórico que vinculen la NC con el proceso de E-A de objetos algebraicos en la enseñanza básica en Chile.

Tabla 4.1.1: Matriz de recopilación de IE

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
Primero Básico	11	**IE 1.** Identifican y describen patrones repetitivos que tienen de 1 a 3 elementos.
		IE 2. Reproducen un patrón repetitivo, utilizando material concreto y representaciones pictóricas
		IE 3. Extienden patrones de manera concreta.
		IE 4. Identifican los elementos que faltan en un patrón repetitivo.
		IE 5. Crean patrones, utilizando material dado y/o software educativo.
		IE 6. Identifican y describen patrones repetitivos que tienen de 1 a 4 elementos.
		IE 7. Reproducen un patrón repetitivo, utilizando materiales concretos y representaciones pictóricas.
		IE 8. Extienden patrones de manera simbólica.
		IE 9. Identifican los elementos que faltan en un patrón repetitivo.
		IE 10. Crean patrones, utilizando material dado y/o software educativo.
	12	**No presenta Indicadores de Evaluación.**
Segundo Básico	12	**IE 1.** Identifican números que se repiten en secuencias numéricas.
		IE 2. Identifican patrones numéricos en la tabla del 100, la recta numérica y el calendario.
		IE 3. Explican mediante ejemplos, la regla usada para un patrón numérico dado.

<table>
<tr><th>Nivel</th><th>Número OA CNCH</th><th>Indicadores asociados a OA del CNCH</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="2"></td><td>IE 4. Crean un patrón numérico, usando una regla y la explican (en el ámbito del 0 al 100).</td></tr>
<tr><td>IE 5. Determinan en patrones crecientes el número que falta en una situación pictórica y simbólica, fundamentando la solución.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">13</td><td>IE 1. Determinan y registran dos igualdades o desigualdades dadas, con el uso de una balanza para verificar su resultado.</td></tr>
<tr><td>IE 2. Comparan y registran igualdades o desigualdades con el uso de símbolos ($>, <, =$) en forma pictórica y simbólica.</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Tercero Básico</td><td rowspan="7">12</td><td>IE 1.Describen la regla de un patrón repetitivo dado, incluyendo el punto de partida, e indican cómo sigue el patrón.</td></tr>
<tr><td>IE 2. Identifican la regla de un patrón de crecimiento ascendente/descendente y extienden los 4 pasos siguientes del patrón.</td></tr>
<tr><td>IE 3. Ubican y explican varios patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en una tabla de 100, de forma horizontal, vertical y diagonal.</td></tr>
<tr><td>IE 4. Comparan patrones numéricos de conteo de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, de 25 en 25 y de 100 en 100 en forma ascendente/descendente.</td></tr>
<tr><td>IE 5. Representan un patrón ascendente/descendente dado en forma concreta, pictórica y simbólica.</td></tr>
<tr><td>IE 6. Crean y representan un patrón de crecimiento. ascendente/descendente en forma concreta, pictórica y simbólica, y describen la regla aplicada.</td></tr>
<tr><td>IE 7. Solucionan un problema, utilizando patrones de crecimiento ascendentes/descendentes.</td></tr>
</table>

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		IE 8. Identifican y describen patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en el entorno.
		IE 9. Identifican, describen la regla y completan partes faltantes de un patrón de crecimiento ascendente/descendente dado.
		IE 10. Describen la regla de un patrón repetitivo dado, incluyendo el punto de partida, e indican cómo sigue el patrón.
		IE 11. Identifican la regla de un patrón de crecimiento ascendente/descendente y extienden los 4 pasos siguientes del patrón.
		IE 12. Ubican y explican varios patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en una tabla de 100, de forma horizontal, vertical y diagonal.
		IE 13. Comparan patrones numéricos de conteo de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, de 25 en 25 y de 100 en 100 en forma ascendente/descendente.
		IE 14. Representan un patrón ascendente/descendente dado en forma concreta, pictórica y simbólica.
		IE 15. Crean y representan un patrón de crecimiento ascendente/descendente en forma concreta, pictórica y simbólica, y describen la regla aplicada.
		IE 16. Solucionan un problema, utilizando patrones de crecimiento ascendentes/descendentes.
		IE 17. Identifican y describen patrones de crecimiento ascendentes/descendentes en el entorno.

Nivel	***Número OA CNCH***	***Indicadores asociados a OA del CNCH***
		IE 18. Identifican, describen la regla y completan partes faltantes de un patrón de crecimiento ascendente/descendente dado.
	13	**IE 1.** Describen y explican una operación inversa con ayuda de las relaciones numéricas en una "familia de operaciones", por ejemplo, 6, 7 y 13 en forma concreta, pictórica y simbólica: $6 + 7 = 13 \rightarrow 7 + 6 = 13$ $13 - 7 = 6 \rightarrow 13 - 6 = 7$
		IE 2. Resuelven una ecuación, aplicando estrategias como: ○ ensayo y error ○ "utilizar la operación inversa" en forma concreta, pictórica y simbólica.
Cuarto Básico	13	**IE 1.** Determinan elementos faltantes en listas o tablas.
		IE 2. Descubren un error en una secuencia o una tabla y lo corrigen.
		IE 3. Identifican y describen un patrón en tablas y cuadros
		IE 4. Realizan movidas en la tabla de 100, en forma concreta o pictórica.
		IE 5. Varían un patrón dado y lo representan en una tabla
		IE 6. Usan software educativo para generar o variar patrones numéricos.
	14	**IE 1.** Modelan ecuaciones con una balanza, real o pictóricamente; por ejemplo: $x + 2 = 4$
		IE 2. Modelan inecuaciones con una balanza real que se encuentra en desequilibrio; por ejemplo: $2 + x < 7$

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		IE 3. Modelan ecuaciones e inecuaciones de un paso, concreta o pictóricamente, con una balanza y además con software educativo.
		IE 4. Resuelven adivinanzas de números que involucran adiciones y sustracciones.
Quinto Básico	14	**IE 1.** Extienden un patrón numérico con y sin materiales concretos, y explican cómo cada elemento difiere de los anteriores.
		IE 2. Muestran que una sucesión dada puede tener más de un patrón que la genere. Por ejemplo: la sucesión 2, 4, 6, 8, …puede tener como patrón los números pares consecutivos, o podría ser continuada como 2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7,… y en este caso podría tener un patrón de cuatro números pares consecutivos y cuatro números impares consecutivos.
		IE 3. Dan ejemplos de distintos patrones para una sucesión dada y explican la regla de cada uno de ellos.
		IE 4. Dan una regla para un patrón en una sucesión y completan los elementos que siguen en ella, usando esa regla.
		IE 5. Describen, oralmente o de manera escrita, un patrón dado, usando lenguaje matemático, como uno más, uno menos, cinco más.
		IE 6. Describen relaciones en una tabla o un gráfico de manera verbal.
	15	**IE 1.** Expresan un problema mediante una ecuación donde la incógnita está representada por una letra.
		IE 2. Crean un problema para una ecuación dada.

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		IE 3. Obtienen ecuaciones de situaciones imaginadas sin resolver la ecuación.
		IE 4. Resuelven una ecuación simple de primer grado con una incógnita que involucren adiciones y sustracciones.
		IE 5. Evalúan la solución obtenida de un problema en términos del enunciado del problema.
		IE 6. Explican estrategias para resolver problemas, utilizando ecuaciones.
Sexto Básico	09	**IE 1.** Establecen relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.
		IE 2. Crean representaciones pictóricas de las relaciones que se dan en una tabla de valores.
		IE 3. Usando la relación entre los valores de una tabla, predicen los valores de un término desconocido y verifican la predicción.
		IE 4. Formulan una regla que se da entre los valores de dos columnas de números en una tabla de valores.
		IE 5. Identifican elementos desconocidos en una tabla de valores.
		IE 6. Describen patrones en una tabla de valores dados.
		IE 7. Crean una tabla de valores para registrar información y destacar un patrón cuando se resuelve un problema.
	10	**IE 1.** Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un rectángulo.
		IE 2. Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de un rectángulo.
		IE 3. Usan letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación.

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		IE 4. Describen la relación entre los valores en una tabla, usando una expresión en que intervienen letras.
		IE 5. Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.
	11	**IE 1.** Determinan soluciones de ecuaciones que involucran sumas, agregando objetos hasta equilibrar una balanza.
		IE 2. Expresan números en una forma que involucren adiciones o sustracciones con números. Por ejemplo: expresan 17 en la forma $2 \cdot 8 + 1$, o 25 en la forma $3 \cdot 9 - 2$.
		IE 3. Expresan números en una forma que involucren adiciones o sustracciones con números y con incógnitas. Por ejemplo: expresan 19 en la forma $4 \cdot x + 3$.
		IE 4. Resuelven ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1. Por ejemplo: resuelven la ecuación $5 \cdot x + 4 = 39$, expresando 39 en la forma $5 \cdot x + 4$, y mediante correspondencia 1 a 1 determinan el valor de x.
		IE 5. Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.
Séptimo Básico	06	**IE 1.** Representan patrones de manera pictórica y simbólica.
		IE 2. Relacionan expresiones algebraicas con patrones dados.
		IE 3. Expresan patrones geométricos con términos algebraicos; por ejemplo: "tres unidades al norte (n) y dos unidades al este (e)" con

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		$3n + 2e$, relacionando con puntos y gráficas en el plano cartesiano.
		IE 4. Relacionan expresiones del lenguaje natural con términos algebraicos; por ejemplo: "el doble de..." o "la mitad de..." con $2x$ o $\frac{x}{2}$, etc.
		IE 5. Representan expresiones algebraicas sencillas de manera concreta (metáfora de máquinas), pictórica (medidas de figuras) y simbólica.
		IE 6. Resuelven problemas de la vida cotidiana que pueden ser resueltos con ecuaciones.
	07	**IE 1.** Representan la adición y la sustracción de variables por la unión y la separación de símbolos pictóricos.
		IE 2. Representan la conmutatividad y la asociatividad de la adición en forma concreta o pictórica.
		IE 3. Reducen expresiones algebraicas en perímetros de figuras geométricas.
		IE 4. Aplican la conmutatividad y la asociatividad de la adición para reducir expresiones algebraicas.
	08	**IE 1.**Reconocen cambios en la vida cotidiana que se desarrollan en forma directamente proporcional.
		IE 2. Completan y elaboran tablas de valores que pertenecen a proporcionalidades directas.
		IE 3. Confeccionan gráficos que pertenecen a proporcionalidades directas.
		IE 4. Reconocen cambios en la vida cotidiana que se desarrollan en forma inversamente proporcional.

Nivel	***Número OA CNCH***	***Indicadores asociados a OA del CNCH***
		IE 5. Explican la diferencia entre proporcionalidad directa e inversa.
		IE 6. Reconocen la proporcionalidad directa e inversa en tablas de valores, gráficos y situaciones reales.
		IE 7. Resuelven problemas mediante la proporcionalidad correspondiente.
	09	**IE 1.** Representan transformaciones equivalentes mediante modelos concretos de balanzas: agregar o sacar objetos.
		IE 2. Resuelven ecuaciones e inecuaciones en ejercicios rutinarios, aplicando transformaciones equivalentes.
		IE 3. Modelan situaciones de la vida diaria con ecuaciones de la forma $ax = b$ o $\frac{x}{a} = b, a \neq 0$.
		IE 4. Modelan situaciones de la vida diaria con inecuaciones de la forma $ax < b;\ ax > b;\ \frac{x}{a} < b;\ \frac{x}{a} > b, a \neq b, a \neq 0.$
		IE 5. Representan la solución de las ecuaciones o inecuaciones en la recta numérica.
Octavo Básico.	06	**IE 1.** Modelan concreta o pictóricamente (área de rectángulos) la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma: $(a + b) \bullet c = ac + bc, (a + b) \bullet (c + d) = ac + ad + bc + bd.$
		IE 2. Transforman productos en sumas y sumas en productos, en ejercicios rutinarios.
		IE 3. Elaboran expresiones algebraicas a base de composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D.

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		IE 4. Representan composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D, basándose en expresiones algebraicas.
		IE 5. Desarrollan y reducen términos algebraicos que incluyen sumas y productos, en ejercicios rutinarios.
	07	**IE 1.** Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos, y descubren que todos los pares de valores tienen el mismo cociente ("constante de proporcionalidad").
		IE 2. Descubren el concepto de función mediante la relación de proporcionalidad directa.
		IE 3. Descubren que la inclinación (pendiente) de la gráfica depende de la constante de la proporcionalidad.
		IE 4. Representan la noción de función de manera concreta (utilizando metáforas de máquinas), pictórica o simbólica.
		IE 5. Elaboran las tablas de valores y gráficos correspondientes, basados en ecuaciones de funciones lineales f$(x) = a \bullet x$ $(y = a \cdot x)$.
		IE 6. Representan la linealidad $$f(kx) = kf(x) \wedge f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$ en tablas y gráficos.
		IE 7. Identifican la pendiente del gráfico Δy de la función $f(x) = a \bullet x$ *con* Δx el factor a.
		IE 8. Verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \bullet x$.
		IE 9. Modelan situaciones de la vida cotidiana o de ciencias con funciones lineales.
	08	**IE 1.** Representan pictóricamente, mediante balanzas, ecuaciones de la forma:

Nivel	***Número OA CNCH***	***Indicadores asociados a OA del CNCH***
		$$ax = b; \frac{x}{a} = b \text{ con } a \neq 0; ax + b = c;$$ $$\frac{x}{a} + b = c \text{ con } a \neq 0; ax = b + cx; a(x+b) = c;$$ $$ax + b = cx + d$$
		IE 2. Identifican las actividades "agregar a la balanza" con la adición y "sacar de la balanza" con la sustracción.
		IE 3. Modelan transformaciones equivalentes con actividades que mantienen el equilibrio de la balanza.
		IE 4. Modelan situaciones que requieren de una ecuación o inecuación para responder a un problema.
		IE 5. Resuelven ecuaciones de la forma: $$ax = b; \frac{x}{a} = b \text{ con } a \neq 0; ax + b = c;$$ $$\frac{x}{a} + b = c \text{ con } a \neq 0; ax = b + cx; a(x+b) = c;$$ $$ax + b = cx + d$$ en ejercicios rutinarios.
		IE 6. Resuelven problemas cotidianos, utilizando ecuaciones e inecuaciones.
	09	**IE 1.** Representan inecuaciones de manera concreta (balanzas en estado de desequilibrio), pictórica o simbólica.
		IE 2. Reconocen que una transformación equivalente de una inecuación no debe alterar el sentido de la desigualdad.
		IE 3. Verifican en la recta numérica que la multiplicación (división) de una inecuación con un número negativo invierte el sentido de los símbolos $<, >$.
		IE 4. Resuelven inecuaciones de la forma $ax + b < c$ o

Nivel	*Número OA CNCH*	*Indicadores asociados a OA del CNCH*
		en ejercicios rutinarios.
		IE 5. Resuelven problemas de la vida cotidiana que tienen una base fija y cambio constante, mediante ecuaciones e inecuaciones de la forma mencionada.
	10	**IE 1.** Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante.
		IE 2. Elaboran, basados en los gráficos, la ecuación de la función afín: $f(x) = a \bullet x + b$.
		IE 3. Determinan las regiones en el plano cartesiano cuyos puntos $\mathrm{P}(x, y)$ representan soluciones (x, y) de las inecuaciones: $y < a \bullet x + b$ o $y > a \bullet x + b$.
		IE 4. Diferencian modelos afines, lineales y de proporcionalidad inversa.
		IE 5. Modelan situaciones de la vida diaria o de ciencias con funciones afines.
		IE 6. Identifican, en la ecuación funcional, el factor a con la pendiente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la recta y el sumando b con el segmento entre el punto de intersección del gráfico con el eje vertical y el origen O (0,0)
		IE 7. Elaboran gráficos de funciones afines a y b dadas o con dos puntos dados y verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la $f(x) = a \bullet x + b$.
		IE 8. Resuelven problemas de la vida diaria o de ciencias que involucran el cambio constante expresado mediante ecuaciones recursivas de la forma $f(x + 1) - f(x) = c$.

Ya recopilada la información, se puede mencionar que en la escolaridad chilena se considera adecuado enseñar contenidos algebraicos desde primero básico (estudiantes entre 6 – 7 años). Sin embargo, los indicadores de evaluación muestran que las habilidades a desarrollar se basan en estrategias concretas, es decir, utilizando números para resolver problemas. No es hasta cuarto básico (estudiantes entre 10 - 11 años), en el OA 14, donde los IE 1 y 2 comienzan a utilizar simbología para referirse a una incógnita dentro de una ecuación. Si se basa en lo que dice Küchemann, los estudiantes comenzarían a resolver ejercicios del nivel 1 en cuarto básico, que concuerda con la tercera etapa de la teoría de desarrollo cognitivo de Piaget, etapa de operaciones concretas (7 – 11 años), aquí se espera que los estudiantes sean capaces de resolver problemas concretos de forma lógica. Más adelante, en quinto básico, se puede observar la incorporación de estrategias que promueven el pensamiento abstracto (OA14 - IE5 y el OA15 - IE1), para después lograr que los IE busquen en su totalidad el uso de estrategias abstractas para la resolución de problemas.

Finalmente, de séptimo básico en adelante, se comienza a utilizar mayoritariamente, estrategias formales correspondientes al nivel 3 y 4 planteados por Küchemann y a la cuarta etapa de la teoría de desarrollo cognitivo de Piaget. Cabe destacar que los estudiantes que cursan el nivel de séptimo básico poseen entre 12 y 13 años.

4.2 Matriz Comparativa

En la tabla 4.1.2 denominada matriz comparativa se recopilan preguntas analizadas por la Agencia de Calidad de la Educación de Chile de la prueba de Matemática para octavo básico en TIMSS 2015, algunos niveles con sus respectivos OA-IE propuestos por el MINEDUC en el CNCH que fueron reunidos en la tabla 4.1.1 e hipótesis elaboradas por neurocientíficos respecto a la relación cerebro-aprendizaje en la adquisición de conocimientos matemáticos.

El objetivo de esta matriz es relacionar, contrastar y comparar preguntas de la prueba TIMSS y sus respectivas respuestas con algunos IE vistos en la tabla 4.1.1 con el propósito de buscar entre los aportes realizados en NC alguna explicación de los errores que comenten los estudiantes durante la resolución de cada pregunta.

Esta tabla se conforma por cuatro secciones: primero, una de las preguntas analizadas por la Agencia de Calidad de Educación de Chile. Segundo, se encuentra la sección "Asociación con el CNCH" que se divide en tres subsecciones (Nivel - Nº OA – IE) que consiste en asociar las propuestas hechas por el MINEDUC con la pregunta analizada. Tercero, Gráficos de torta que representan los datos cuantitativos obtenidos por la Agencia de Calidad de Educación de Chile identificando la categoría de error para mejorar el análisis a realizar en la presente matriz, es decir, indicar errores de origen conceptual, de interpretación y/o dificultades argumentativas. Finalmente se encuentra la sección "comentarios" en la cual se describen los errores comunes que comenten los estudiantes al resolver el ejercicio que identifica la Agencia de Calidad de Educación. Además, en la última sección de la tabla, se relacionan los errores cometidos por los estudiantes con hipótesis elaboradas por neurocientíficos que describan el proceso cerebral por el cual transitan los niños y jóvenes que logre explicar las falencias cometidas en el desarrollo de la pregunta.

Tabla 4.2.1: pregunta 1

<table>
<tr><th colspan="4">Pregunta 1</th></tr>
<tr><td colspan="4">Figura 4.2.1

$-3, 6, -12, 24, \ldots$

Escribe una regla de manera que si conoces cualquier término de esta secuencia puedas encontrar el siguiente término.

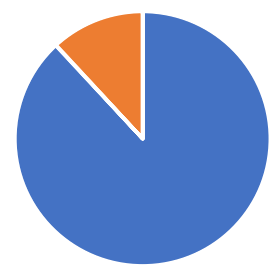
Regla:</td></tr>
<tr><th colspan="3">Asociación con el CNCH</th><th rowspan="2">Gráfico.</th></tr>
<tr><th>Nivel.</th><th>Nº OA</th><th>Indicador de evaluación</th></tr>
<tr><td>Quinto Básico.</td><td>14</td><td>IE 4. Dan una regla para un patrón en una sucesión y completan los elementos que siguen en ella, usando esa regla.</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>Sexto Básico.</td><td>10</td><td>IE 5. Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Séptimo Básico.</td><td rowspan="2">06</td><td>IE 1. Representan patrones de manera pictórica y simbólica.</td></tr>
<tr><td>IE 2. Relacionan expresiones algebraicas con patrones dados.</td></tr>
<tr><th colspan="4">Comentarios</th></tr>
<tr><td colspan="4">De los errores que cometieron los estudiantes al resolver este ejercicio se destacan los siguientes: ordenan los números de forma creciente o decreciente en la recta numérica y/o utilizan inadecuadamente las operatorias suma y multiplicación (Agencia de Calidad de Educación, 2016).
Estos errores se pueden aludir a que el 88% de los estudiantes utilizaron estrategias concretas envés de formales para resolver el problema. Antes de plantear un patrón, expresarlo con letras, comprobar la veracidad de la secuencia y validar el patrón planteado, los estudiantes utilizaron números arábicos para la resolución del ejercicio.
Por otra parte, el 12% de los estudiantes presentaron dificultades argumentativas, problema asociado con la comprensión lectora.</td></tr>
</table>

Tabla 4.2.1: pregunta 2

<table>
<tr><th colspan="4">Pregunta 2</th></tr>
<tr><td colspan="4">Figura 4.2.2

Escribe una expresión en términos de x para el área de la parte **sombreada** de la figura.

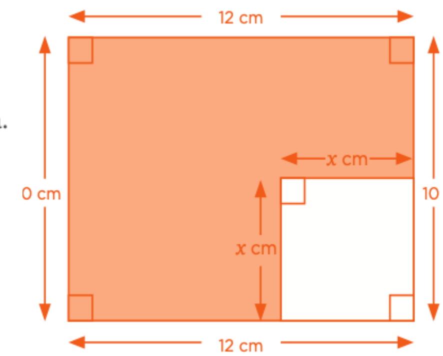
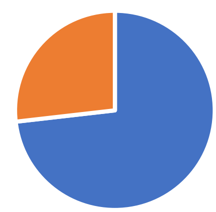
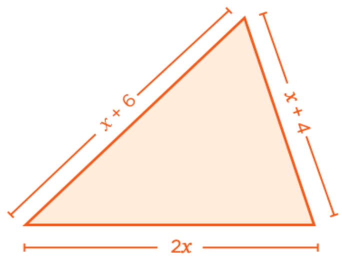
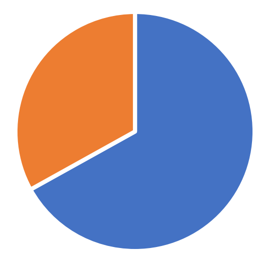
Respuesta: ________________ cm^2

</td></tr>
<tr><th colspan="3">Asociación con Currículum Nacional</th><th rowspan="2">Gráfico.</th></tr>
<tr><th>Nivel.</th><th>Nº OA</th><th>Indicador de evaluación</th></tr>
<tr><td>Sexto Básico.</td><td>10</td><td>IE 2. Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de un rectángulo.</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Octavo Básico.</td><td rowspan="2">06</td><td>IE 3. Elaboran expresiones algebraicas a base de composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D.</td></tr>
<tr><td>IE 4. Representan composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D, basándose en expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><th colspan="4">Comentarios</th></tr>
<tr><td colspan="4">Las estrategias que utilizaron los estudiantes que llevaron a responder erróneamente la pregunta fueron: calcular el perímetro, semi perímetro o suma de los lados de la figura, determina erróneamente la fórmula para encontrar el área, calculan el valor de “x”, determinan el área de la figura completa (Agencia de calidad de Educación, 2016).
Los estudiantes al resolver este ejercicio, uno de los errores que cometieron al plantear la fórmula del área fue escribir la fórmula del perímetro, por lo que da a entender que no conocen realmente el significado de cada fórmula. Por otro lado, los estudiantes que utilizaron estrategias formales, las utilizaron inadecuadamente, ya que no respondieron lo solicitado, encontrando el valor de la incógnita o el área completa de la figura, aplicando inadecuadamente las propiedades.
En este problema los estudiantes deberían realizar dos operaciones, primero encontrar el área de figura poligonal convexa mayor y el área de la figura poligonal convexa menor y después calcular la diferencia de áreas. Correspondería a una pregunta nivel 4 y que debería responder una persona que ya se encuentra en su última etapa de desarrollo cognitivo.</td></tr>
</table>

Tabla 4.2.1: pregunta 3

Pregunta 3			
Figura 4.2.3  La suma de las medidas de los lados de este triángulo es de 30 cm. A. Escribe una ecuación que te permita encontrar el valor de *x*. Ecuación: B. ¿Cuál es la medida del lado MAYOR del triángulo, en centímetros? Respuesta: ___________ cm.			
Asociación con Currículum Nacional			***Gráfico.***
Nivel	***Nº OA***	***Indicador de evaluación***	
Quinto Básico.	5	**IE 4.** Resuelven una ecuación simple de primer grado con una incógnita que involucren adiciones y sustracciones.	
		IE 6. Explican estrategias para resolver problemas, utilizando ecuaciones.	
Sexto Básico.	1	**IE 4.** Resuelven ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1. Por ejemplo: resuelven la ecuación $5 \cdot x + 4 = 39$, expresando 39 en la forma $5 \cdot x + 4$, y mediante correspondencia 1 a 1 determinan el valor de x.	
		IE 5. Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.	
Séptimo Básico.	7	**IE 3.** Reducen expresiones algebraicas en perímetros de figuras geométricas.	
		IE 4. Aplican la conmutatividad y la asociatividad de la adición para reducir expresiones algebraicas.	
Octavo Básico.	6	**IE 3.** Elaboran expresiones algebraicas a base de composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D.	
		IE 4. Representan composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D, basándose en expresiones algebraicas.	
Comentarios.			
Dentro de los errores que cometieron los estudiantes podemos mencionar los siguientes: sólo encontrar el valor de *"x"*, sumar los lados del triángulo sin plantear una ecuación, plantear erróneamente la ecuación (Agencia de calidad de Educación, 2016). A pesar de que los indicadores de evaluación que se puedan relacionar con esta pregunta fomentan el uso de estrategias formales para la resolución del ejercicio, las estudiantes cometieron los mismos errores que en las preguntas analizadas anteriormente, utilizaron estrategias concretas, como sumar las expresiones algebraicas, para encontrar la respuesta correcta.			

Globalizando lo visto en las tablas anteriores, se puede observar que los estudiantes en Chile cometen errores similares a los presentados en el experimento de Susac et al. en Croacia, "Dentro de los resultados del experimento, las autoras mencionan que la mitad de las participantes utilizaron estrategias concretas para resolver el reordenamiento de ecuaciones, una de las estrategias más utilizadas fue la inserción de número dentro de estas"(Susac et al., 2014)

Los errores observados en estos resultados se deben a que los estudiantes utilizaron desarrollos donde razonaron de forma concreta envés de abstracta, a pesar de que el rango etario de los estudiantes que rinden la prueba TIMSS en octavo básico varía entre 13 y 14 años, por lo que deberían desarrollar y adquirir estrategias formales.

Esto puede significar que a pesar de que los estudiantes se les enseñe álgebra desde temprana edad y se estimule el proceso de transición entre un pensamiento concreto a uno abstracto, en 8vo básico siguen viviendo ese proceso de transición, estando aún muy situado en el pensamiento concreto.

Dicho lo anterior, es que es de suma importancia que los docentes manejen adecuadamente las partes del cerebro que se activan en cada tarea. Considerando que el hemisferio derecho e izquierdo se estimulan de maneras distintas, pero que cada uno de ellos se encarga de decodificar y entender un estímulo externo para entender un todo, los docentes mejorarían el impacto de su trabajo en el aprendizaje de los estudiantes.

A pesar de que los estudiantes que participaron en TIMSS 2015 se encontraban en un proceso de transición entre estrategias concretas (dependiendo más de éstas) y formales, explicando errores de resolución, no hay que omitir los errores argumentativos y de origen conceptual. Estos errores pueden atribuirse a metodologías de enseñanza de contenidos matemáticos, que fomenten y ejerciten de forma inadecuada la comprensión lectora.

Para mejorar la enseñanza de objetos algebraicos y lograr oportunamente la alfabetización numérica se tiene que tener en consideración cómo el cerebro entiende cada estímulo. Si los docentes utilizaran ejemplos y ejercicios que activaran provechosamente el cerebro, minimizando el desgaste de energía, los estudiantes entenderían las preguntas que se les realizan y responderían lo solicitado, disminuyendo (en el caso esperado) los errores de origen conceptual y argumentativos.

Recordando lo expuesto por Scalassari (2007) un enfoque que se centre en lo procedimental no aporta conocimientos suficientes para resolver problemas de ecuaciones, ni estimula correctamente el hemisferio derecho del cerebro, en el cual hay que estimular la visión holística de las situaciones (proceso esencial en el concebimiento de lo que realmente significan las ecuaciones).

Por otro lado, otra cuna de errores, como se menciona en el marco teórico, es el incorrecto aprendizaje de objetos aritméticos, contenidos que son esencialmente necesarios para comenzar a formar y entender un lenguaje algebraico.

Es fundamental que en la formación inicial docente general básica, considere la importancia de entender en profundidad la axiomática de números reales con el objetivo de enseñar adecuadamente en los primeros cursos de escolaridad en Chile objetos aritméticos. Además de los posibles factores que se hace referencia en párrafos anteriores que pueden repercutir en el aprendizaje de los estudiantes, un factor que puede reflejarse en los errores de origen conceptual, es que el estudiante aprehenda erróneamente objetos aritméticos.

Uno de los errores que cometieron los estudiantes fue encontrar el valor de x, cuando en realidad la pregunta solicita otro dato. Esto se puede deber al mal aprendizaje del símbolo =, caracterizándolo como un igual envés de un equivalente; malinterpretando tanto el significado de x como del símbolo. Visualizando el tipo de error, se puede mencionar las equívocas estrategias utilizadas por docentes en la resolución de ejercicios y la poca validez de los procedimientos realizado.

Conclusiones

Con la información recopilada, seleccionada y redactada en el presente documento se pueden nombrar distintos aportes realizados en la NC para el proceso de E-A de la Matemática. Uno de los aportes de esta ciencia con respecto a las horas de sueño indica que este factor influye en el rendimiento académico, ya que en la horas de sueño el cerebro procesa entre diez a cien veces lo aprendido durante el día (Dehaene, 2019). Otro aporte a destacar, es que una persona a medida que crece va desarrollando la capacidad de adquirir nuevas habilidades y destrezas, como la lecto-escritura (Blackemore & Frith, 2019). Además, es preciso tener presente la importancia del desarrollo del proceso cognitivo por el cual atraviesan los estudiantes, de esta manera se podrá seleccionar de forma adecuada las estrategias para enseñar cada contenido, ya sean estrategias pictóricas, simbólicas y/o abstractas.

Enfocándose específicamente en los aportes que se realizan en la NC a la enseñanza de objetos algebraicos es el trabajo que realiza cada hemisferio del cerebro para poder comprender un ejercicio matemático. En primera instancia se tiene al hemisferio izquierdo, el cual se encarga de los cálculos y aproximaciones numéricas, mientras que el hemisferio derecho se encarga de codificar el lenguaje y/o símbolos a los cuales las personas se ven enfrentadas. Por lo cual, es de relevante utilizar adecuadamente cada estímulo en los estudiantes para optimizar el desgaste energético, es decir, que cada estímulo aporte en los conocimientos de los estudiantes para la resolución de ejercicios algebraicos eludiendo la pérdida de atención. Esto permite proponer a los profesores innovar en nuevas metodologías de enseñanza orientadas a beneficiar la alfabetización matemática, para que así los niños y jóvenes comprendan desde un inicio las preguntas a las cuales son expuestos.

Como se estudia en el capítulo de análisis y interpretación, gran parte de los estudiantes que participó en el proceso TIMSS 2015 recurren a estrategias concretas para la resolución de ejercicios o, utilizaban inadecuadamente axiomas o proposiciones en las preguntas pertenecientes al eje de álgebra, mostrando el déficit de dominio de estrategias abstractas.

Recordando a Devlin (2003) la transición entre la aritmética al álgebra requiere un nivel de abstracción que no es habitual que un estudiante desarrolle, y dicha habilidad está estrechamente ligada con el desarrollo del lenguaje, ya que requiere entender el mundo y asignarle significado a los símbolos que lo codifican.

En virtud de lo señalado, se puede afirmar que existen factores distintos a los nombrados por la IEA que influyen en el resultado obtenido en esta prueba estandarizada, como el proceso de transición entre el razonamiento concreto y el formal. En octavo básico los estudiantes aún se encuentran en esta transición de razonamiento matemático, donde recurren más a estrategias concretas que formales, por lo que abordan inapropiadamente ejercicios algebraicos. Se puede conjeturar que los docentes no utilizan adecuadamente las herramientas metodológicas que permiten el desarrollo del pensamiento abstracto, pues los estímulos seleccionados para lograr esta transición de razonamientos en los estudiantes, no generan la estimulación correcta de cada hemisferio a la hora de interpretar problemas algebraicos, produciendo un desgaste innecesario de energía. Es por esto que es importante tener presente la compleja articulación neurológica del cerebro y la recepción de los estímulos externos en él, en cómo los hemisferios se relacionan para construir las expresiones algebraicas considerándolas como propias facetas.

Puede que existan más factores que influyan en el resultado que obtienen los estudiantes en las pruebas estandarizadas, lo cual brinda la posibilidad de diversas investigaciones que complementen la presente para lograr explicar en gran parte el desempeño académico de los estudiantes en Chile.

A la vez, Como resultado de este trabajo de investigación, se puede mencionar que, con la NC y con los hallazgos que han realizado en esta área, es relevante el tipo de problemas matemáticos que se seleccionan para la enseñanza y ejercitación, para favorecer el razonamiento abstracto en los estudiantes e interiorizar adecuadamente los objetos algebraicos.

Respecto al MINEDUC y los IE que propone, se puede decir que incorpora las habilidades evaluadas en TIMSS 2015; Es por esto que, un posible plan de mejora es modificar las actividades propuestas para el profesor, actualizando los ejercicios propuestos, velando por la necesidad de lograr adecuadamente el cambio de estrategias concretas a estrategias formales y de esta manera los estudiantes alcancen el anhelado razonamiento formal.

Finalmente, cabe destacar que este trabajo no fue elaborado por expertos en Neuroeducación ni mucho menos por profesionales o estudiantes que tengan relación con la Neurociencia Cognitiva. Sin embargo, lo realizado en esta tesina busca recopilar todo aquello perteneciente a las áreas nombradas anteriormente que esté relacionado con el proceso de E-A de objetos matemáticos, especialmente los que pertenecen a la rama de álgebra. Paralelamente, visibilizar la Neuropedagogía como disciplina que puede realizar grandes aportes para la labor docente y como fuente de información que permita a los docentes entender las necesidades educativas de cada persona.

Proyecciones y sugerencias

En consecuencia, de lo estudiado en este trabajo de tesina, la información recopilada y la conclusión elaborada, se evidencia la necesidad de realizar más investigaciones sobre la transposición entre la aritmética y el álgebra y la actividad cerebral existente en este proceso. Actualmente las investigaciones realizadas en esta área son relativamente recientes y escasas, por lo que motiva a profundizar con mayor exactitud en este tema.

Sin embargo, los aportes realizados hasta hoy evidencian la necesidad existente que en la formación inicial docente se contemple la enseñanza del proceso cognitivo de las personas, para fortalecer y mejorar las herramientas pedagógicas y de especialidad que tenga cada profesor en Chile. En este trabajo se habla particularmente de la relación que tiene nuestro proceso cognitivo con la enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos, particularmente objetos de la rama de álgebra, sin embargo, como se menciona en el marco teórico, todas las funciones y partes del cerebro humano están relacionadas entre ellas y cada una es necesaria para el desarrollo de actividades que realicen las personas. Es por esto, que todos los docentes que trabajen en instituciones educacionales o en la creación de material pedagógico, independiente de la especialidad, maneje los conceptos básicos del desarrollo cognitivo y las partes que lo conforman, de esta manera se podría planificar y crear material pedagógico que sea atractivo para los estudiantes y mejorar las calificaciones obtenidas en evaluaciones, mientras se midan habilidades y no contenidos.

Así mismo, para mejorar la formación inicial docente que entregan las universidades chilenas a cada uno de sus estudiantes, una opción para acercar a cada especialidad al aprendizaje sobre el cerebro, sus partes y funciones, es que se realicen prácticas en conjunto con estudiantes de Educación Diferencial. Así, no solamente el estudiante que no es especialista en procesos cognitivos se enriquece con conocimientos que son fuera de su especialidad, sino que también el estudiante de educación diferencial aprende sobre distintas asignaturas, como matemática, lenguaje, ciencias, historia, etc. Ya que actualmente, todos los establecimientos educaciones que pertenecen a una corporación deben brindar a sus estudiantes el proyecto de integración escolar, donde profesores diferenciales asisten a las clases y ayudan a estudiantes que necesiten entender mejor el tema tratado. Dado lo anterior, es que uno de los beneficios a futuro de la propuesta, es mejorar el trabajo colaborativo entre docentes, logrando cumplir realmente la transversalidad del aprendizaje.

Bibliografía

Agencia de Calidad de educación (2016*). Estudio preguntas abiertas Matemática TIMSS 2015: ¿Qué podemos aprender de las equivocaciones de estudiantes de 8° básico en matemática?. Santiago de Chile. CL*: archivos.agenciaeducación.

Agencia de Calidad de la Educación (2016). *Resultados TIMSS 2015*. http://archivos.agenciaeducacion.cl/presentacion_nacional_de_resultados_TIMSS_2015.pdf

Agencia de Calidad de la educación (2017). *Informe Nacional TIMSS 2015*. http://archivos.agenciaeducacion.cl/informe_nacional_de_resultados_TIMSS_2015.pdf

Alonso, D., & Fuentes, L. J. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de neurología*, *33*(6), 568-576.

Angulo Cruz, M., Marin Grisales, J. P., & Diaz Lopez, G. (Junio de 2016). *Algunos aspectos fundamentales del número y la aritmética: una indagación cualitativa*. Pereira, Pereira, Colombia.

Blakemore, S.J., & Frith, U. (2019). *The learning brain* (J. Soler, Trad.). Barcelona, ES: Planeta, S.A. (Obra original publicada en 2005).

Brousseau G. (1988): *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La pensée Sauvage.

Campos, A. L. (2010). *Neuroeducación: Uniendo las neurociencias y la educación en la búsqueda del desarrollo humano*. *La educ@ción*, 3.

Campos, A. L. (2014). *Los aportes de la neurociencia a la atención y educación de la primera infancia*. Bolivia: Cerebrum.

Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.

de Souza Gomes, D. W. *ÁLGEBRA E NEUROCIÊNCIA: UM BREVE DIÁLOGO ACERCA DE SUAS RELAÇÕES.*

Dehaene S, Cohen L. *Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic*. Cortex 1997; 33: 219-50.

Dehaene, S. (24 de Noviembre de 2019*). Stanislas Dehaene, "Nobel de neurociencia", desmontó mitos acerca de cómo aprende el cerebro y explicó cuál es el método más eficaz*. (M. Fernandez, Entrevistador)

Delgadillo, E. M. (s.f.). *Paradigmas y Espacio de trabajo geométrico*. Chile.

Ferreira, T. J. (2012). *Neurociencia + pedagogía = neuropedagogía: Repercusiones e implicaciones de los avances de la neurociencia para la práctica educativa*. Sevilla, España.

Gómez, I. (1996). *Enseñanza y aprendizaje*. *Candidus.*, 54-59.

http://archivos.agenciaeducacion.cl/WEB_TIMSS_MATEMATICAS_8_2015.pdf

i Torrens, D. B. (2019). *Neurociencia para educadores: Todo lo que los educadores siempre han querido saber sobre el cerebro de sus alumnos y nunca nadie se ha atrevido a explicárselo de manera comprensible y útil*. Ediciones Octaedro.

Inhelder, B., and Piaget, J. (1958). *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence.* New York: Basic. doi: 10.1037/10034-000.

Küchemann, D. (1981). "Algebra," in *Children's Understanding of Mathematics: 11–16*, ed. K. M. Hart (London: John Murray), 102–119.

Ministerio de educación (2019). Currículum Nacional. *currículumnacional.cl*. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Educacion-General/Matematica/

Piaget, J. (1976). *Piaget's Theory*. Heidelberg: Springer Berlin.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. ZDM. *The international Journal on Mathematics Education 40* (1), 83-96.

Radford, L. Demers & S. Miranda, I. (2009) *Processus d'abstraction en mathématiques*. Ottawa, Canada: Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, Imprimeur de la Reine Pour I'Ontario.

Radford, L., & Andre, M. (2009). CEREBRO, COGNICIÓN Y MATEMÁTICAS. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 215-250.

Redolar-Ripoll, R. (2014). *Neurociencia Cognitiva*. Barcelona, España: Medica Panamericana.

Rico, L. (1995). Errores y Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas. Luis Rico. En J. Kilpatrick, P. Gomez, & L. Rico, *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (págs. 69 - 108). Bogotá.

Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (julio de 2012). *Validación de una descomposición genética de transformación lineal: un análisis refinado por la aplicación del ciclo de investigación de la teoría APOE*. Mexico.

Solomon, E.; Berg, L. y Martin, D. (2013). Biología. CENGAJE, Learning. Señalización Neuronal (860 – 881). Señalización neuronal.

Susac A, Bubic A, Vrbanc A and Planinic M (2014) *Development of abstract mathematical reasoning: the case of algebra. Front. Hum. Neurosci.* 8:679. doi: 10.3389/fnhum.2014.00679.

Fuentes de las ilustraciones

Ciencias., R. T. (2016). *archivos.agenciaeducación (Figura 1.1 y 1.2).* Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/presentacion_nacional_de_resultados_TIMSS_2015.pdf

Solomon, E.; Berg, L. y Martin, D. (2013). *Biología (Figura 2.2.1 y 2.2.2)*. Recuperado de libro Biología.

Martos Silván, C. (2021). *Potencial de acción: propagación y fases (Figura 2.2.3)*. Recuperado de https://www.lifeder.com/potencial-de-accion/

Bueno, D. (2018). *Neurociencia para educadores (Figura 2.2.4 y 2.2.5)*. Recuperado de libro Neurociencia para educadores: Todo lo que los educadores siempre han querido saber sobre el cerebro de sus alumnos y nunca nadie se ha atrevido a explicárselo de manera comprensible y útil.

Agencia de Calidad de educación (2016). *Estudio preguntas abiertas Matemática TIMSS 2015: ¿Qué podemos aprender de las equivocaciones de estudiantes de 8° básico en matemática? (Figura 4.2.1; 4.2.2 y 4.2.3)*.Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/WEB_TIMSS_MATEMATICAS_8_2015.pdf

Anexos

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Sistema de Bibliotecas UMCE

IDENTIFICACIÓN DE TESIS/INVESTIGACION

Título de la tesis, memoria o seminario.:	Aproximación a la Neuropedagogía: Análisis de errores cometidos en TIMSS 2015 correspondientes al eje de álgebra a partir de los contenidos propuestos por el Mineduc y los hallazgos hechos en Neurociencia cognitiva.
Fecha:	12 de abril del 2021.
Facultad:	Ciencias Básicas.
Departamento:	Matemática.
Carrera:	Pedagogía en Matemática.
Título y/o grado:	Licenciado en Educación Matemática.
Prof. guía/patrocinante:	Prof. Dra. Isabel Berna Sepúlveda.

AUTORIZACIÓN

Autorizo a través de este documento la reproducción total o parcial de este trabajo de investigación para fines académicos y su alojamiento en el repositorio institucional SIBUMCE del Sistema de Bibliotecas UMCE.

Kurt Mursell Montenegro.

Nombre/Firma **Nombre/Firma** **Nombre/Firma**

Nombre/Firma **Nombre/Firma** **Nombre/Firma**

Santiago de Chile, 12 **de** abril **de 20**21

Imprima mas de una autorizacion en el caso de que los autores excedan la cantidad de firmas para este documento.