UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA PROPUESTA COMPLEMENTARIA DE ENSEÑANZA DEL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE MODELAMIENTO MATEMÁTICO EN EL ELECTIVO DE PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA DESPCRIPTIVA E INFERENCIAL.

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

AUTOR:

SEBASTIÁN ALEXIS OÑATE ALBURQUENQUE

PROFESORA GUÍA:

GIOVANNA VINCENZA TICCHIONE TRONCOSO

SANTIAGO DE CHILE, SEPTIEMBRE DE 2021

2021, Sebastián Alexis Oñate Alburquenque.

Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo y su autor.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres, Zaria y Alexis, quienes dedicaron gran parte de sus esfuerzos para poder seguir este camino y me brindaron la libertad de poder llevarlo a mi manera, los quiero mucho.

También a mi mejor amigo Luis, sus hermanos Nicole y Marcelo, y sus padres Ruth y Gerardo, quienes me alentaron, exigieron, apoyaron y me recibieron en su hogar en los momentos más difíciles de esta etapa como si fuese uno más de su familia.

También a mi amigo, maestro, profesor y padrino Sebastián Aguirre, quien me compartió su visión de la vida y sus conocimientos, quien ha sido un guía y un apoyo en los estudios y en la vida, quien me ha hecho reflexionar en todo momento, quien me apoyó incondicionalmente y siempre tuvo una palabra de aliento para llevar a cabo esta investigación.

También a Nicole, con quien compartí todos estos años de estudios desde el primer momento, quien estuvo en los buenos y malos momentos, quien me apoyó especialmente cuando quise dejar este camino, te quiero pollito.

Finalmente, a la profesora Giovanna, quien condujo de forma grandiosa esta investigación y quien fomentó mi actual pasión por la estadística. Gracias infinitas.

Tabla de contenido

Resumen vi

Introducción 1

1 Capítulo I: Antecedentes y Problemática 3

1.1 Problemática 3

1.2 Planteamiento del Problema 5

1.3 Objetivo de la Investigación 5

1.4 Justificación 6

2 Capítulo II: Marco Teórico 7

2.1 Importancia del aprendizaje de la estadística 7

2.2 Conocimiento del docente de matemática 8

2.3 Habilidad de modelamiento matemático según el marco curricular del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial 10

2.4 Creación de clases 12

2.5 Conceptos básicos para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple 13

2.5.1 Gráfico de dispersión, nube de puntos o diagrama de dispersión 13

2.5.2 Coeficiente de correlación lineal 14

2.5.3 Modelo de regresión lineal simple (MRLS) 16

3 Capítulo III: Marco Metodológico 21

3.1 Tipo de Investigación 21

3.2 Población 22

3.3 Modelo de clase utilizado 22

3.4 Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento 29

4 Capítulo IV: Resultados 33

4.1 Resultados obtenidos sobre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático en la primera evaluación 33

4.2 Resultados obtenidos sobre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático en la segunda evaluación 37

Conclusiones 43

Referencias Bibliográficas 47

Anexos 50

Resumen

El presente estudio se enmarca en la implementación de las nuevas bases curriculares para tercero y cuarto medio en Chile, específicamente en el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial. La nueva propuesta ministerial busca a través de Objetivos de Aprendizaje enseñar nuevos contenidos, desarrollar habilidades y trabajar actitudes que respondan a las necesidades contemporáneas de la sociedad, sin embargo, no ofrece libros de texto a los docentes ni a los estudiantes para apoyar esta labor. Solo se dispone del programa de estudio propuesto por el Ministerio de Educación el cual ofrece un escaso número de actividades a desarrollar.

Uno de los nuevos contenidos que incluye el programa de estudio corresponde al Modelo de Regresión Lineal Simple, para este contenido se propone solo un par de actividades. En el documento se declara que dichas actividades aportan al desarrollo de ciertas habilidades, pero entre ellas no se menciona la de modelamiento matemático.

El trabajo se llevó a cabo bajo una metodología cualitativa en la que se aplicó un modelo de 4 clases y dos evaluaciones a una población de 28 estudiantes que se encontraban cursando el electivo en cuestión. Además, se construyó una rúbrica para estudiar el aporte de las clases en el desarrollo de la habilidad de modelamiento a través de las evaluaciones aplicadas.

Los principales resultados indican que los estudiantes presentaron dificultad para traducir expresiones de lenguaje cotidiano a matemático y viceversa, al trabajar el Modelo de Regresión Lineal Simple a través del modelamiento matemático. Asimismo, se presentó una mejora en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático tras aplicar el modelo de clases.

En conclusión, la propuesta diseñada contribuye al desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático. Además, se obtuvieron características acerca del proceso de modelamiento matemático de los estudiantes entre los que destacan: el modelamiento es un proceso integral, la utilización de operatoria no es intuitiva al modelamiento, entre otras.

PALABRAS CLAVE: Habilidad de modelamiento matemático, Modelo de Regresión Lineal Simple, Desarrollo de habilidades, Educación matemática.

Introducción

En Chile, se vivió un gran cambio en el currículum escolar, cambiaron los aprendizajes comunes a alcanzar por los estudiantes del país desde primero básico hasta cuarto medio. En el año 2019 se implementan las nuevas bases curriculares para 3° y 4° medio que no solo cambian los aprendizajes a alcanzar sino también cambian la estructura en la formación diferenciada de los establecimientos educativos Científico-Humanista, solicitando a estos ofrecer una nueva gama de asignaturas que permitan a los estudiantes mayor libertad de elección, a diferencia del antiguo currículum que los encasillaba dentro un área (Científico o Humanista).

Una de estas asignaturas en el área de matemática es el Electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial que busca ofrecer oportunidades de profundización a los estudiantes a través del aprendizaje de nuevos contenidos, el desarrollo de habilidades especificas en el área y la adquisición de actitudes transversales. Sin embargo, al realizar la búsqueda, en los lineamientos curriculares, de material de apoyo que complemente el proceso de enseñanza para el aprendizaje de contenidos, desarrollo de habilidades y actitudes, no se encuentra libro de texto (ni para estudiantes, ni para profesores), tan solo se encuentran el respectivo programa de estudio. Específicamente para el contenido referido a Modelo de Regresión Lineal Simple se ofrecen tan solo dos actividades que no se enfocan en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, habilidad que se vincula directamente con el contenido. A partir de esto surge la necesidad de diseñar una propuesta para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple que complemente las actividades ministeriales existentes.

Para ello, en el primer capítulo se consultan los lineamientos ministeriales que señalan la implementación de la formación diferenciada y que enmarcan el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial. Además, se plantea la importancia de la habilidad de modelamiento matemático y la relación que guarda esta con el Modelo de Regresión Lineal Simple.

En el segundo capítulo se presenta el marco teórico que sustenta esta investigación profundizando en la importancia del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y los alcances de esta a nivel profesional. Luego, se detallan los conocimientos pedagógicos que debe poseer un docente de matemática señalados por Shulman (1987) y Ball (2000), y más

específicamente los conocimientos pedagógicos que debe poseer un docente de estadística según los autores Godino, Batanero y Flores (1999). A continuación, se presenta la habilidad de modelar en matemática y el enfoque curricular que se pretende de esta según el Ministerio de Educación (MINEDUC) para el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial, donde se destacan los procesos claves que componen esta habilidad. Finalmente, se detallan los conocimientos disciplinares básicos sobre el Modelo de Regresión Lineal Simple que requiere el docente de matemática para diseñar una secuencia de clases.

En el tercer capítulo se presenta el enfoque de la investigación que corresponde al paradigma cualitativo. Luego, se describe la población de estudiantes a la cual se aplicará una secuencia de clases diseñada en base a los elementos expuestos en el segundo capítulo. Se presenta el modelo que se utiliza para la confección de las clases, que contiene 4 planificaciones con su respectivo material y 2 evaluaciones. Finalmente, se presenta el diseño y validación de una rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento en la aplicación de las evaluaciones.

En el cuarto capítulo se expone un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en la primera y segunda evaluación, según la aplicación de la rúbrica diseñada para tal objetivo. Además, se presenta a modo general ambas evaluaciones realizadas, junto a comentarios dados por los propios estudiantes sobre el Modelo de Regresión Lineal Simple.

Finalmente, se presentan las conclusiones extraídas a partir de los resultados obtenidos donde se develan características sobre el modelamiento matemático y la contribución de la propuesta al desarrollo de la habilidad de modelamiento. Además, se constata el cumplimiento de los objetivos de la investigación para finalizar con una reflexión respecto al aporte de la investigación.

1 Capítulo I: Antecedentes y Problemática

1.1 Problemática

El marco curricular que rige la formación de los estudiantes en Chile vive un cambio desde el año 2009 con la implementación de la Ley General de Educación (LGE). Estos ajustes responden a la necesidad de actualizar focos curriculares, metas de aprendizaje y características de la sociedad actual en la que vivimos, entre otros. La implementación de las nuevas bases curriculares para tercero y cuarto medio, documento que aún se encuentra en trámite (DECRETO EXENTO N°0876, 2019) y que está aprobado por el Consejo Nacional de Educación el 6 de febrero de 2019 en el Acuerdo N°34, es parte de la etapa final de este proceso de actualización.

Las nuevas bases curriculares para tercero y cuarto medio establecen la existencia de un Plan Común de Formación General y un Plan de Formación Diferenciada. El primero, ofrece "una base común de aprendizaje y favorece la formación integral de los alumnos, que los habilite para desenvolverse en forma responsable, activa y crítica en múltiples ámbitos de su vida" (Plan de estudios para 3° y 4° año medio, 2019, p.4). El segundo, ofrece "oportunidades de profundización y especialización a los estudiantes de acuerdo a sus intereses personales" (Plan de estudios para 3° y 4° año medio, 2019, p.4). Este último se encarga de proponer a las organizaciones educativas una amplia gama de cursos que puedan atender las preferencias e intereses de los estudiantes.

El Plan de Formación Diferenciada Humanista-Científico ofrece 4 asignaturas para el sector de Matemática:

- Límites, Derivadas e Integrales
- Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial
- Pensamiento Computacional y Programación
- Geometría 3D

Para la realización del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial el Ministerio de Educación (MINEDUC) propone un programa de estudio como apoyo para los establecimientos que no tienen un programa propio, mas no ofrece un libro de texto que apoye

la enseñanza. El programa de estudio del electivo distribuye los Objetivos de Aprendizaje (Conocimiento, habilidades y actitudes) en 4 unidades:

- Unidad 1: ¿Qué dicen los gráficos? Análisis crítico de la información.
- Unidad 2: Media muestral, dispersión y correlación.
- Unidad 3: Situaciones o fenómenos que se modelan por medio de las distribuciones binomial y normal.
- Unidad 4: Inferencia estadística.

Cada unidad se subdivide en 4 grandes actividades que segmentan los conocimientos, habilidades y actitudes a tratar.

Al final de la unidad 2 se profundiza en estadística bivariada, contenido abordado parcialmente en el nivel de primero medio mediante tablas de doble entrada, diagrama de puntos y comparación de muestras de dos características. La profundización pretende abordar un nuevo contenido, Modelo de Regresión Lineal Simple (MRLS), pero este contenido no aparece declarado de forma explícita en los lineamientos del programa, más bien aparece a través de las actividades 3 y 4 propuestas en el mismo, que declaran respectivamente en sus propósitos "…se introduce conceptos y herramientas como correlación y el modelo de regresión lineal." (MINEDUC, 2021, p.96) y "Los estudiantes profundizan en la correlación de dos variables y el modelo de regresión lineal…" (MINEDUC, 2021, p.104).

Con una escasa propuesta de tan solo 2 actividades, una serie de instrucciones para el estudiante, sin indicaciones para el docente, sin ejemplos, sin soluciones ni ejercicios, se pretende abordar el MRLS. Esto genera un problema para los docentes que no dominan el contenido ni las herramientas tecnológicas necesarias para la implementación de las actividades, ya que la utilización de estas se limita a un uso mecanizado. Es decir, para un estudiante o docente que no conoce el MRLS solo se puede limitar a replicar las instrucciones que traen las actividades, pasando por alto la comprensión que hay sobre estas.

Así, existe un déficit con respecto al material de apoyo que entrega el MINEDUC para el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial, ya que los insumos que se ofrecen son insuficientes para lograr a cabalidad los aprendizajes esperados.

Por otra parte, existe una herramienta que no se evidencia en las actividades propuestas para la enseñanza del MRLS y que es trabajada durante toda la escolaridad de los estudiantes, la habilidad de modelamiento matemático. Esta es una de las cuatro habilidades que busca desarrollar el currículum escolar de matemática para que los estudiantes logren el aprendizaje de nuevos conocimientos y adquisición de destrezas que les permitan desenvolverse de la mejor forma posible en lo relacionado con lo escolar y lo laboral durante sus vidas.

El MINEDUC (2016) señala que el objetivo del modelamiento matemático es "lograr que las y los estudiantes construyan una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capturen los patrones clave y los expresen mediante símbolos matemáticos." (p.9). En consecuencia, desarrollar la habilidad de modelamiento matemático les brinda a los estudiantes la capacidad de establecer modelos matemáticos que representen situaciones de la vida. Así el modelar matemáticamente significa un gran aporte al entendimiento del MRLS, ya que guardan estrecha relación entre sí, siendo la habilidad de modelamiento la esencia misma del propio MRLS.

Es a partir de lo anterior que la presente investigación plantea como pregunta central:

1.2 Planteamiento del Problema

- ¿El diseño de una propuesta complementaria de enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple en el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial contribuye al desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático?

1.3 Objetivo de la Investigación

1.3.1.1 Objetivo General

- Diseñar una propuesta complementaria de enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple para contribuir al desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático en el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial.

1.3.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar las habilidades matemáticas utilizadas asociadas a la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple en el programa de estudio del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial.
- Describir conceptos básicos asociados al Modelo de Regresión Lineal Simple.
- Formular planes de clases para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a partir de una secuencia de actividades que contribuyan al desarrollo del modelamiento matemático.
- Ejecutar los planes de clases del Modelo de Regresión Lineal Simple formulados para estudiar el aporte de estos en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático.

1.4 Justificación

Dada la reciente implementación de las bases curriculares para los dos últimos niveles de enseñanza escolar chilena, y la escasa propuesta de material que ofrece el programa de estudios del MINEDUC es que la presente investigación responde a la actual ausencia de herramientas didácticas concretas que sean un apoyo para los docentes en la correcta realización del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial. El proceso de enseñanza para el aprendizaje de este se vuelve eminentemente más difícil, ya que a través de la formación diferenciada se busca ofrecer oportunidades de profundización y especialización para los estudiantes (MINEDUC, 2019), lo que implica abordar contenidos más difíciles de comprender y habilidades cognitivas de nivel superior a desarrollar.

Por otra parte, la investigación pretende conocer una forma de desarrollar la habilidad de modelamiento en el reciente escenario que implica la implementación de las nuevas bases curriculares, ya que es un contexto nuevo, para profesores y estudiantes, que incluye la incorporación de contenidos que antes no se enseñaban a nivel escolar.

2 Capítulo II: Marco Teórico

2.1 Importancia del aprendizaje de la estadística

Aprender estadística es importante porque permite a las personas desarrollar habilidades como obtener y facilitar el acceso a la información, resumirla o sintetizarla, comparar, clasificar y medir información, realizar análisis e inferencias de esta para la toma de decisiones, pronosticar o estimar resultados, pensar de forma crítica, lo que permite adquirir conocimientos para ser partícipes de la sociedad. Según Gal (2002) "*La alfabetización estadística es una habilidad clave que se espera de los ciudadanos en sociedades cargadas de información, y a menudo promocionada como un resultado esperado de la escolarización y como un componente necesario de la aritmética y literatura.*" (p.1), por esto es importante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística, ya que sienta bases necesarias para un adecuado acceso a la sociedad actual que vive una era digital cargada de información a través de distintos canales y con una alta carga de datos estadísticos.

El uso de la estadística trasciende más allá de la formación escolar obligatoria, incluso llega hasta un punto profesional que permite generar parámetros y pruebas que sirven como punto de referencia para establecer qué es lo más frecuente o "normal", qué es lo aceptable y que es lo rechazable. Según Moore (1991) "*La mayor parte de la enseñanza de estadística es enseñanza de servicio, en el sentido de que nuestros estudiantes se están concentrando en algún campo distinto de las matemáticas o la estadística."* (p.14), tales son los casos de la utilización de la estadística en otras áreas como, por ejemplo: la psicometría, área de la psicología experimental que se encarga de la medición y cuantificación de procesos cognitivos. La biología, área de la ciencia que se encarga de estudiar ecosistemas a través de la recolección y análisis de datos. La investigación, proceso orientado a la generación de nuevos conocimientos y así con otras áreas del conocimiento que tengan como base el pensamiento científico, el paradigma imperante en la sociedad.

2.2 Conocimiento del docente de matemática

La formación respecto a la asignatura de matemática de los miles de estudiantes de enseñanza media pertenecientes al sistema educativo chileno está a cargo de los docentes de matemática del país, en su mayoría profesionales preparados especialmente para llevar a cabo esta tarea. Uno de los requisitos que solicita el MINEDUC a los establecimientos educativos, es "tener el personal docente idóneo…" (LGE, 2009, p.19), según señala la misma ley se entiende por docente idóneo de cierto nivel, a aquella persona que posea un título profesional en educación del respectivo nivel y una determinada especialidad, o aquella persona que esté habilitado para ejercer como docente según la ley vigente (títulos en educación no convalidados provenientes del extranjero), o a aquella persona con un título profesional o licenciatura de a lo menos 8 semestres, de una universidad acreditada (LGE, 2009). Por lo que, se entenderá como docente de matemática en educación media (en adelante, docente de matemática) a aquellos profesionales con título en educación (o no) matemática acreditados (o no) por la comisión correspondiente.

Uno de los dominios en los que se debe enfocar el docente para mejorar su enseñanza, es aquel que contempla a los conocimientos y comprensión de la disciplina que enseña y los conocimientos pedagógicos para organizar su proceso de enseñanza (Marco para la Buena Enseñanza, 2008). Es decir, el docente de matemática debe poseer ciertos conocimientos profesionales, tanto pedagógicos como matemáticos, para llevar a cabo de mejor manera su práctica docente.

Shulman (1987) propone como componentes del conocimiento profesional del docente de matemática los siguientes siete tipos de conocimiento:

- Conocimiento del contenido.
- Conocimientos pedagógicos generales.
- Conocimiento del currículum.
- Conocimiento pedagógico del contenido.
- Conocimiento de los estudiantes y de sus características.
- Conocimiento de los contextos educacionales.

- Conocimientos de los objetivos, las finalidades y los valores educacionales, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

A diferencia de lo que dice Shulman, para Ball (2000) los conocimientos profesionales que posee el docente de matemática y que pone en juego durante su práctica, se pueden clasificar en dos categorías:

- Conocimiento del contenido.
- Conocimiento pedagógico del contenido.

A su vez dentro de estas categorías se encuentran tipo de conocimientos, como lo es en el caso del Conocimiento del contenido donde se señalan tres tipos de conocimientos:

- Conocimiento común del contenido.
- Conocimiento especializado del contenido.
- Conocimiento en el horizonte matemático.

Por otro lado, dentro del Conocimiento pedagógico del contenido se mencionan tres tipos de conocimientos:

- Conocimiento del contenido y los estudiantes.
- Conocimiento del contenido y la enseñanza.
- Conocimiento del currículum.

Shulman trabaja los componentes del conocimiento profesional del docente de matemática desde una visión global e integral, considerando los componentes del conocimiento como un todo, desde los distintos factores que intervienen en la educación tales como el contexto en el que se enseña, los estudiantes a quienes se les va a enseñar, la misión y visión a alcanzar por los establecimientos educacionales, el currículum a alcanzar, la matemática por enseñar y las herramientas pedagógicas que hacen al docente, mientras que Ball relaciona los componentes del conocimiento del docente de matemática directamente con el contenido y los recursos didácticos para la enseñanza de este. Por este motivo se considerará más pertinente para esta investigación los componentes del conocimiento del docente de matemática propuestos por Ball, ya que, ante la problemática expuesta, la investigación se centrará en analizar el resultado de

una propuesta pedagógica ante la falta de herramientas y material para la realización del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial.

No es menor la cantidad de conocimientos disciplinares necesarios que debe poseer un docente de matemática para la ejecución del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial. Al respecto, Godino, Batanero y Flores (1999) distinguen cuatro componentes necesarios, que se desarrollan a lo largo de la formación del docente de matemática, para que cumpla con el objetivo de enseñar Estadística de una manera óptima. Estos son:

- Reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico.
- Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a distintos niveles de enseñanza.
- Estudio de las dificultades errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas.
- Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos.

Tener en cuenta estos elementos será necesario, ya que se articulan con el currículum propuesto por el Ministerio de Educación, en los lineamientos del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial, y la aplicación en el aula.

2.3 Habilidad de modelamiento matemático según el marco curricular del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial

La asignatura de matemática tiene por objetivo desarrollar distintos conocimientos, habilidades y actitudes en los estudiantes que les permitan desenvolverse tanto a nivel personal como social de forma adecuada. Una de las cuatro habilidades que pretende desarrollar el currículum en que se enmarca el electivo de Probabilidades y Estadística es la habilidad de modelar. Al respecto el MINEDUC (2015) señala:

> (...)modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, este modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades

> (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, las alumnas y los alumnos aprenden a usar variadas formas para representar datos, y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. De este modo, las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellas y ellos. (p.98)

En consecuencia, la habilidad de modelar permite realizar una sistematización de la realidad, brindando así la oportunidad de comprender situaciones y problemas propios de la vida de los estudiantes, y de las personas en general, que deben sortear a diario. Por otra parte, la habilidad de modelar es un aporte para la adquisición de más habilidades y actitudes propuestas por el currículum, ya que la comprensión de la realidad a través de la sistematización sienta bases concretas para el desarrollo de nuevas habilidades.

Dentro de los enfoques en que coloca especial énfasis el currículum se distinguen dos que resultan pertinentes a esta investigación: Modelamiento Matemático y Ciudadanía Digital. Respecto al modelamiento matemático el MINEDUC (2019) señala:

> El modelamiento matemático es el proceso que busca integrar la resolución de problemas, la argumentación, el razonamiento matemático y estadístico, así como la representación y el estudio de fenómenos cotidianos y problemas propios de la disciplina o de otras áreas del conocimiento y la cultura. (p.14)

Para el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático el MINEDUC (2016) señala cinco procesos claves. Estos son:

- Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático.
- Aplicar, seleccionar, y evaluar modelos que involucren operatoria.
- Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático.
- Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren patrones y regularidades.
- Traducir expresiones en lenguaje cotidiano y lenguaje matemático y viceversa.

Así pues, modelar matemáticamente significa resolver problemas tanto de la vida real como del mundo matemático a través de números, símbolos y operatorias. (MINEDUC, 2016).

Respecto a la Ciudadanía Digital el MINEDUC (2019) señala:

> "En efecto, entre otras virtudes, los software y aplicaciones digitales especialmente diseñados para aprender Matemática…facilitan el análisis y la visualización de los conceptos o procedimientos en estudio, agilizan el testeo de conjeturas por la vía de comprobar una gran cantidad de casos particulares, y permiten desplazar la atención desde las rutinas de cálculo hacia la comprensión y resolución de un problema que se quiere modelar y resolver." (p.105)

Si bien la matemática se construye a partir de definiciones, conceptos y bases teóricas claramente definidas, utilizar recursos digitales para trabajar la habilidad de modelamiento matemático permite un adecuado uso del tiempo, centrándose en el desarrollo de la habilidad misma cuando es el momento de hacerlo.

La UNESCO (2007) señala: "La brecha digital se perfila como fuente de otras brechas, de modo que quién no está conectado, queda excluido de los beneficios de la sociedad de la información." (p.40), así la utilización de herramientas tecnológicas para el aprendizaje de los estudiantes les permite además una adecuada inmersión y comprensión de la era digital que se vive actualmente.

2.4 Creación de clases

Una de las labores fundamentales de los profesores para llevar a cabo la enseñanza de un determinado Objetivo de Aprendizaje es la planificación. Escamilla (1993) señala que: "La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad." (p. 39). Así, la creación de una propuesta de enseñanza en torno al contenido de MRLS se vuelve beneficiosa y necesaria, ya que le brinda una estructura clara a los estudiantes que permite mayor claridad y sentido de lo que aprenderán.

Respecto a la estructuración de una unidad didáctica, Escamilla (1993) señala que se debe considerar la adecuada organización del contenido y los elementos contextuales del proceso de enseñanza aprendizaje. Esto permite realizar una propuesta didáctica que, por una

parte, regule el aprendizaje estableciendo objetivos de aprendizaje parciales a conseguir, para lograr alcanzar la propuesta. Por otra parte, considere elementos tales como el nivel de los estudiantes, etapa del desarrollo, o la epistemología del conocimiento, entre otros. Elementos que aporten al perfeccionamiento de la creación de trenes de razonamiento y estructuras mentales de los estudiantes (Escamilla, 1993).

En consecuencia, la creación de una propuesta de aprendizaje se vuelve conveniente para la labor de los profesores, ya que permite sentar bases para la planificación de las clases, teniendo que ajustar la propuesta a la realidad educativa de sus estudiantes.

2.5 Conceptos básicos para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple

2.5.1 Gráfico de dispersión, nube de puntos o diagrama de dispersión

Uno de los temas que se busca trabajar en el currículum del Electivo de Probabilidades y Estadística para los niveles de 3° y 4° medio es el Modelo de Regresión Lineal Simple, para abordar este contenido se debe manejar el objeto de gráfico de dispersión, aprendido en niveles anteriores.

Las gráficas son formas visuales de representar conjuntos de datos, puntualmente el gráfico de dispersión permite ilustrar la relación entre variables y visualizar la tendencia de una sobre otra (Gutiérrez, Babativa y Lozano, 2004). Por lo tanto, el gráfico de dispersión es un concepto basal para entender el Modelo de Regresión Lineal Simple a través del modelamiento matemático, ya que es la representación de una situación real (conjunto de datos) a través de lenguaje matemático.

Según Lavalle, Micheli y Rubio (2006) “El gráfico de dispersión o gráfico de la nube de puntos es una representación en un sistema de coordenadas cartesianas de los datos numéricos observados sobre la relación entre dos variables.” (p. 5)

Por otra parte, el texto del estudiante para 1° medio del MINEDUC (2020) señala “Una nube de puntos corresponde a la gráfica de dispersión de un conjunto de pares ordenados en el plano cartesiano, en la que las coordenadas de cada punto corresponden a una variable cuantitativa en estudio.” (p. 147).

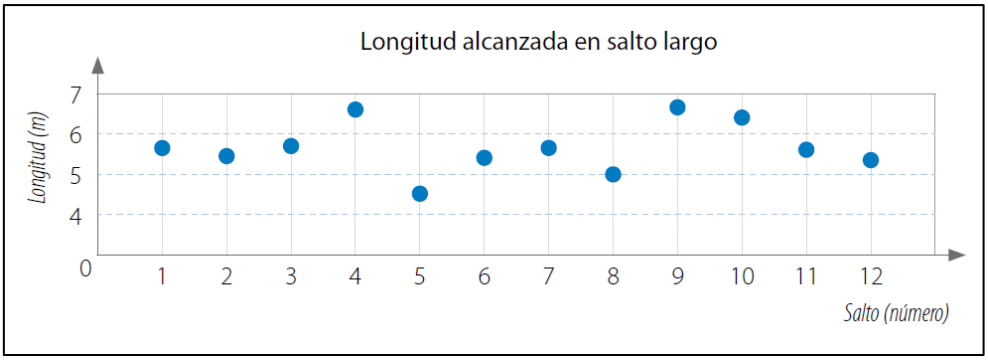


Figura N°1. Ejemplo de gráfico de dispersión expuesto en el texto del estudiante para primero medio

2.5.2 Coeficiente de correlación lineal

Una vez visualizada la relación de una situación real a través del gráfico de dispersión y tras comparar varios de estos, se vuelve intuitiva la idea de observar si una secuencia de datos se dispone linealmente (como lo es el caso que atiende esta investigación). Por lo que se hace indispensable introducir una medida que "señale cuán lineal es la disposición de los datos en el diagrama de puntos". Meyer (1992) define el coeficiente de correlación como un valor que mide el grado de asociación lineal entre dos variables. El coeficiente de correlación lineal muestral se calcula del siguiente modo:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

Con:

- $S_{xy} = \left(\frac{(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+(x_2-\bar{x})(y_2-\bar{y})+..+(x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})}{n}\right)$
- $S_x = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+..+(x_n-\bar{x})^2}{n}}$
- $S_y = \sqrt{\frac{(y_1-\bar{y})^2+(y_2-\bar{y})^2+..+(y_n-\bar{y})^2}{n}}$

Donde:

- n : Es la cantidad total de pares de datos observados.
- x_i : Son los valores que toma la variable independiente x. $(i = 1, 2, \dots, n)$

- y_i : Son los valores que toma la variable dependiente y. $(i = 1, 2, \dots, n)$
- $\bar{x}$: Es la media aritmética o promedio de la variable x.
- $\bar{y}$: Es la media aritmética o promedio de y.

Dentro de las propiedades del coeficiente de correlación se destaca que es un valor adimensional que oscila entre -1 y 1 (Walpole, 2012). La siguiente tabla presenta algunos valores referenciales que indican la fuerza de la correlación según Roy, Rivas, Pérez y Palacios-Cruz (2019).

Tabla N°1. Interpretación del Coeficiente de Correlación

Valor	**Fuerza de la correlación**
0	Correlación Nula
Hasta ± 0,2	Correlación Débil
Hasta ± 0,5	Correlación Moderada
Hasta ± 0,8	Correlación Fuerte
±1	Correlación Perfecta

Respecto al signo del coeficiente de correlación Triola (2018) señala dos casos. Si r oscila entre 0 y 1 ($0 < r \leq 1$) la correlación es positiva, ya que a medida que aumentan los valores de la variable independiente x, aumentan los valores de la variable dependiente y. Si r oscila entre -1 y 0 ($-1 \leq r < 0$) la correlación es negativa, ya que a medida que aumentan los valores de la variable independiente x, disminuyen los valores de la variable dependiente y.

A continuación, se presentan gráficos de dispersión que representan algunas de estas correlaciones (Triola, 2018):

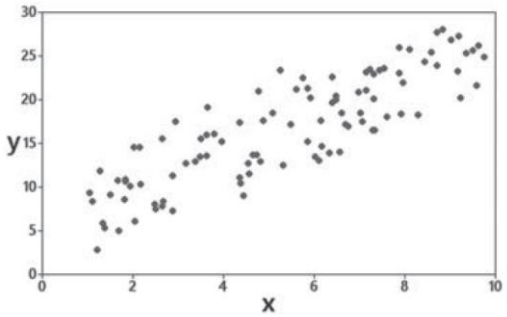


Gráfico N°1. Correlación positiva fuerte con un $r = 0{,}859$

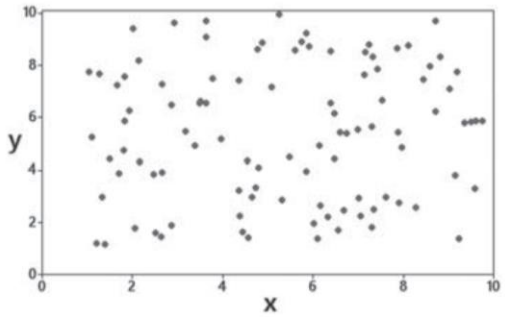


Gráfico N°2. Correlación nula con un $r = 0{,}074$

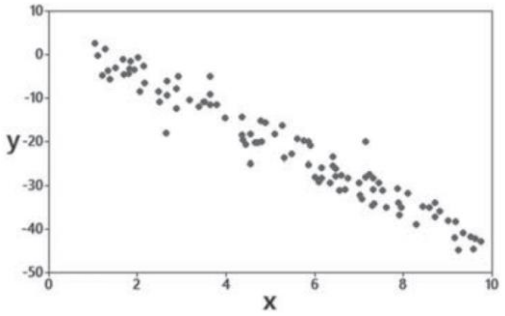


Gráfico N°3. Correlación negativa perfecta con un $r = -0{,}971$

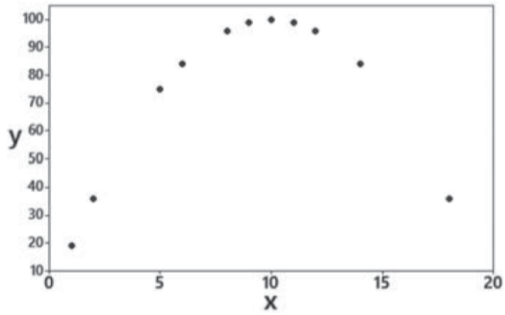


Gráfico N°4. Correlación positiva débil con un $r = 0{,}330$

2.5.3 Modelo de regresión lineal simple (MRLS)

Existen situaciones reales en la vida cotidiana que involucran la medición de variables, y por ende obtención de pares de datos, tales como diferencia de peso en personas que tengan la misma altura, diferentes notas en una prueba de estudiantes que estudiaron la misma cantidad de horas, entre otras. Según Walpole (2012) el Modelo de Regresión Lineal Simple busca desarrollar un método de estimación o de pronóstico de una variable dependiente $\boldsymbol{y}$ en función

de una variable independiente $\boldsymbol{x}$, siendo una forma razonable de relacionarlas la relación lineal $y = \beta_0 + \beta_1 x$, donde β_0 es la intersección y β_1 la pendiente.

Si esta relación entre las variables es exacta y no contiene componentes aleatorios o probabilísticos, es decir, dado un valor de $\boldsymbol{x}$ se produce siempre el mismo valor de $\boldsymbol{y}$, se denomina relación determinista (Walpole, 2012). Por otra parte, si la relación no es exacta y dado un valor $\boldsymbol{x}$ no siempre produce el mismo valor de $\boldsymbol{y}$ la relación se considera de naturaleza probabilística, tal y como ocurre en muchos fenómenos de la ciencia y de la vida cotidiana (como los mencionados anteriormente).

La estadística se centra así en estudiar los casos de relación entre variables de naturaleza probabilística en los que exista un componente aleatorio, consideraciones no medibles o incomprensibles a los científicos, en el modelo que involucra la relación entre las variables (Walpole, 2012).

Dado que la relación lineal $y = \beta_0 + \beta_1 x$ es una representación simplista de una realidad que es desconocida y mucho más compleja, se considera para el planteamiento de un modelo estadístico, que represente un ideal del sistema que generó los datos, la inclusión del componente aleatorio a través de una variable aleatoria denominada error aleatorio.

Así, el Modelo de Regresión Lineal Simple se define como

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

Donde:

- Y : variable dependiente
- β_0 : parámetro desconocido del coeficiente de posición del modelo
- β_1 : parámetro desconocido de la pendiente del modelo
- x : variable independiente
- ϵ : error aleatorio

Este modelo es de naturaleza conceptual y supone que la variable aleatoria ϵ distribuye con $E(\epsilon) = 0$ y $Var(\epsilon) = \sigma^2$. Además, en la práctica los parámetros del modelo β_0 y β_1 son desconocidos y los valores ϵ reales no son observables por lo que no se puede trazar la verdadera recta de regresión, pero se puede suponer que ahí está (Walpole, 2012).

Dado lo anterior es que se requiere estimar los parámetros del modelo dando origen así a la recta de regresión ajustada, una recta de regresión estimada de la verdadera recta de regresión lineal. Triola (2018) define la recta de regresión ajustada como: “la línea recta que “mejor” se ajusta al diagrama de dispersión de los datos” (p. 489)

Se define como

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

Donde:

- $\hat{y}$: valor estimado o pronosticado
- b_0 : valor estimado de β_0
- b_1 : valor estimado de β_1

Este modelo es el que se utiliza en la práctica sobre un conjunto de datos concretos para obtener estimaciones de una variable dependiente en función de otra independiente que busca el Modelo de Regresión Lineal Simple.

La siguiente figura permite visualizar la diferencia entre una recta de regresión ajustada y una recta de regresión verdadera hipotética sobre un conjunto de datos hipotéticos (Walpole, 2014).

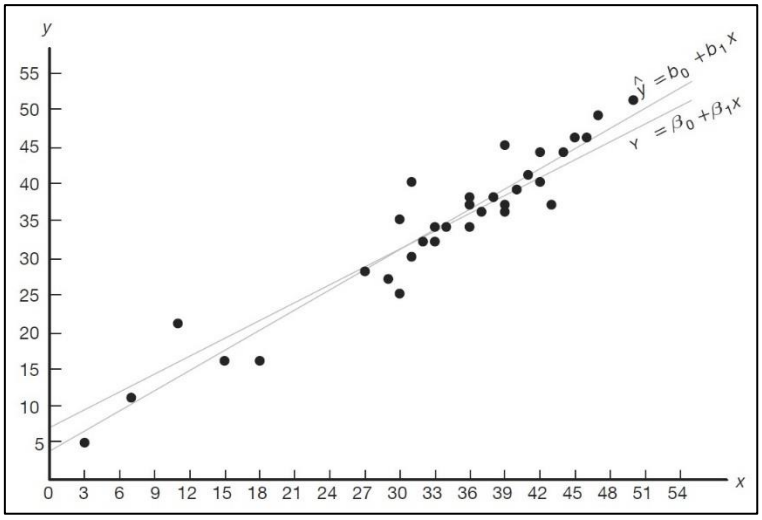


Figura N°2. Recta de regresión ajustada y recta verdadera hipotética de regresión sobre un conjunto de datos

El método más frecuente en estadística que permite ajustar la recta de regresión (o bien trazar la recta de regresión estimada) y que por ende permite obtener b_0 y b_1 se denomina método de mínimos cuadrados. Triola (2018) señala "…el criterio para determinar la línea que es mejor que todas las demás se basa en las distancias verticales entre los puntos de datos originales y la línea de regresión." A partir de estas denominadas distancias verticales nace el concepto de residual $\boldsymbol{e}$.

Se define para cada dato como

$$e_i = y_i - \hat{y}_i,\ i=1, 2, \ldots, n$$

Donde

- y_i : valor real u original del dato i-ésimo
- $\hat{y}_i$: valor estimado obtenido a partir de la línea de regresión del dato i-ésimo

El método de mínimos cuadrados consiste en obtener b_0 y b_1 de tal manera en que la suma de los residuales sea la mínima, es decir, la suma de las distancias entre cada valor real y su respectivo estimado sea la mínima.

Para obtener los estimadores se realiza un proceso de minimización a través de diferenciación de la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - b_0 - b_1 x)^2$$

con respecto a cada estimador.

Una vez obtenidos los coeficientes b_0 y b_1 del modelo, para ajustar un Modelo de Regresión Lineal Simple a un conjunto de datos, se debe verificar previamente una serie de supuestos. Carrasquilla, Chacón, Núñez, Gómez, Valverde y Guerrero (2016) señalan 5 supuestos del MRLS:

- Linealidad: La relación existente entre $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ es lineal.
- Homogeneidad: El valor promedio del error es cero.
- Homocedasticidad: La varianza de los errores es constante.
- Independencia: Las observaciones son independientes.
- Normalidad: Los errores siguen una distribución normal.

Estos supuestos no se mencionan ni se comprueban a nivel escolar, pero se dan por cumplidos.

3 Capítulo III: Marco Metodológico

3.1 Tipo de Investigación

La presente investigación busca atender el problema que emerge con la implementación del nuevo curricular para tercero y cuarto año medio, la escasez de material docente para abordar el objetivo de aprendizaje que incluye la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal que involucre el modelamiento matemático, una habilidad curricular inherente a este contenido. El objetivo de este estudio es diseñar una propuesta de enseñanza del MRLS que se centre en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático por lo que la investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo. Respecto a este enfoque Cortes e Iglesias (2004) señalan que:

> "…es una vía de investigar sin mediciones numéricas, tomando encuestas, entrevistas, descripciones, puntos de vista de los investigadores, reconstrucciones de los hechos, no tomando en general la prueba de hipótesis como algo necesario. Se llaman holísticos porque a su modo de ver las cosas las aprecian en su totalidad, como un todo, sin reducirlos a sus partes integrantes. Con herramientas cualitativas intentan afinar las preguntas de investigación. En este enfoque se pueden desarrollar las preguntas de investigación a lo largo de todo el proceso, antes, durante y después. El proceso es más dinámico mediante la interpretación de los hechos, su alcance es más bien el de entender las variables que intervienen en el proceso más que medirlas y acotarlas. Este enfoque es más bien utilizado en procesos sociales." (p.10)

Entendiendo la educación como un fenómeno de carácter social es que el enfoque cualitativo se vuelve el más adecuado para realizar una investigación en el ámbito educativo, ya que como señalan Cortes e Iglesias este enfoque es el utilizado en procesos de esta índole.

Además, los autores señalan que el enfoque cualitativo permite la recolección de información a través de una diversidad de instrumentos que se sitúan más bien a un nivel descriptivo, lo que permite obtener la información de una forma más pura y natural. Es importante obtener la información de este modo, ya que como los principales actores que intervienen en el contexto áulico son estudiantes, cada uno experimenta la realidad desde su

perspectiva e intentar estandarizar la obtención de la información desvirtúa la esencia de la misma.

Por otro lado, la investigación se desarrolló bajo un diseño de Investigación-Acción. Stringer (1999. Citado por Hernández, Fernández y Baptista, 2014) señala:

> ” Las tres fases esenciales de los diseños de investigación-acción son: observar (construir un bosquejo del problema y recolectar datos), pensar (analizar e interpretar) y actuar (resolver problemáticas e implementar mejoras), las cuales se dan de manera cíclica, una y otra vez, hasta que todo es resuelto, el cambio se logra o la mejora se introduce satisfactoriamente” (p.497)

3.2 Población

En esta investigación la población de estudio está compuesta por estudiantes de cuarto año medio que se encontraban cursando el Electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial el primer semestre del año 2021 en el Liceo Amanda Labarca de Vitacura. El grupo curso estaba compuesto por un total de 29 estudiantes pertenecientes a los tres cursos del nivel, que se distribuyen entre 14 mujeres y 15 hombres, donde la edad de los estudiantes está entre los 17 y 18 años.

A tal población se le aplicó el siguiente modelo de clase:

3.3 Modelo de clase utilizado

Tras identificar las habilidades matemáticas asociadas a la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple en el programa de estudio del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial y describir los conceptos básicos asociados al Modelo de Regresión Lineal Simple se formularon planes de clases diseñados para desarrollar la habilidad de modelamiento matemático.

Se planificaron cinco clases en torno al contenido en estudio, en resumen, en la primera de estas se aborda el gráfico de dispersión y una noción de coeficiente de correlación. En la

segunda clase, se plantea una evaluación formativa para monitorear si los estudiantes comprenden la noción de MRLS. En la tercera clase, se precisa el coeficiente de correlación y causalidad entre variables. En la cuarta clase, se formaliza el MRLS. Finalmente, en la quinta clase se evalúa la propuesta elaborada.

En el diseño de las clases se incorporaron los 5 procesos claves señalados por el MINEDUC:

- Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático.
- Aplicar, seleccionar, y evaluar modelos que involucren operatoria.
- Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático.
- Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren patrones y regularidades.
- Traducir expresiones en lenguaje cotidiano y lenguaje matemático y viceversa. (MINEDUC, 2014)

Para la organización de los planes de clases se utilizó el siguiente formato de tabla.

Tabla N°2. Formato de tabla utilizado para la elaboración de la planificación de las clases

Profesor practicante:	
Profesor guía:	**Profesor tutor:**
Fecha:	
Unidad:	**Asignatura:**
Tiempo disponible:	**Nivel:**
<u>Objetivos de aprendizaje</u> **Objetivo de Aprendizaje Curricular:** **Habilidad curricular:** **Actitud curricular:**	
Título de la sesión:	
Objetivo de la clase: **Conocimientos:**	
Recursos:	

Indicadores de evaluación:
Secuencia Didáctica
Inicio (Tiempo asignado): **Desarrollo (Tiempo asignado):** **Cierre (Tiempo asignado):**

En el Anexo N°1 se adjuntan las planificaciones de las clases mencionadas.

Debido a la pandemia mundial por COVID-19 que transcurre al momento de realizar la investigación es que la modalidad y las condiciones de trabajo de los estudiantes se vio ajustada a la situación sanitaria del país semana a semana. Es por esta razón que las clases fueron preparadas utilizando Microsoft PowerPoint y llevadas a cabo utilizando la plataforma *Zoom*.

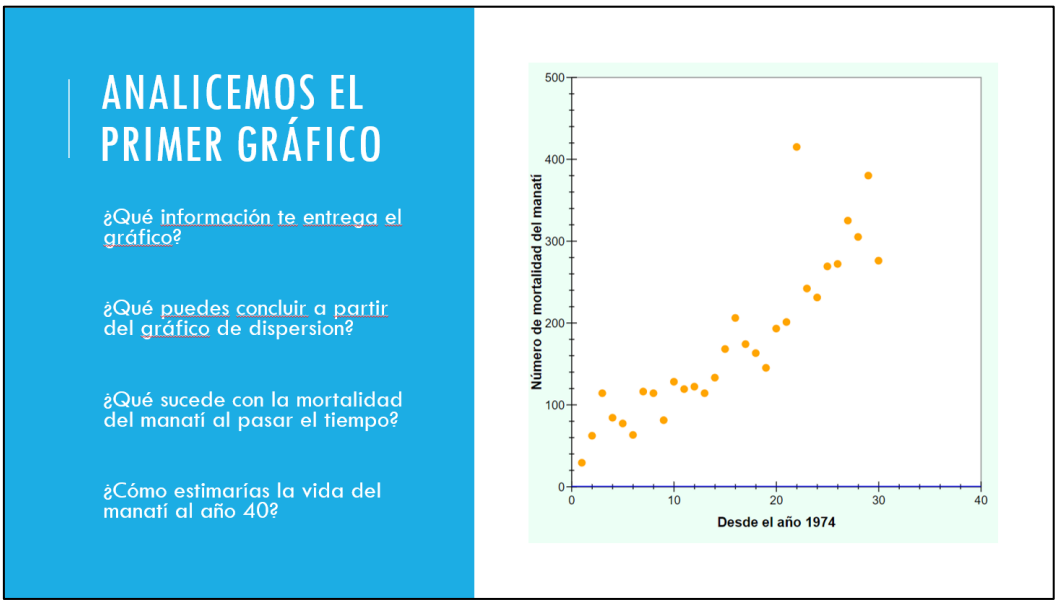


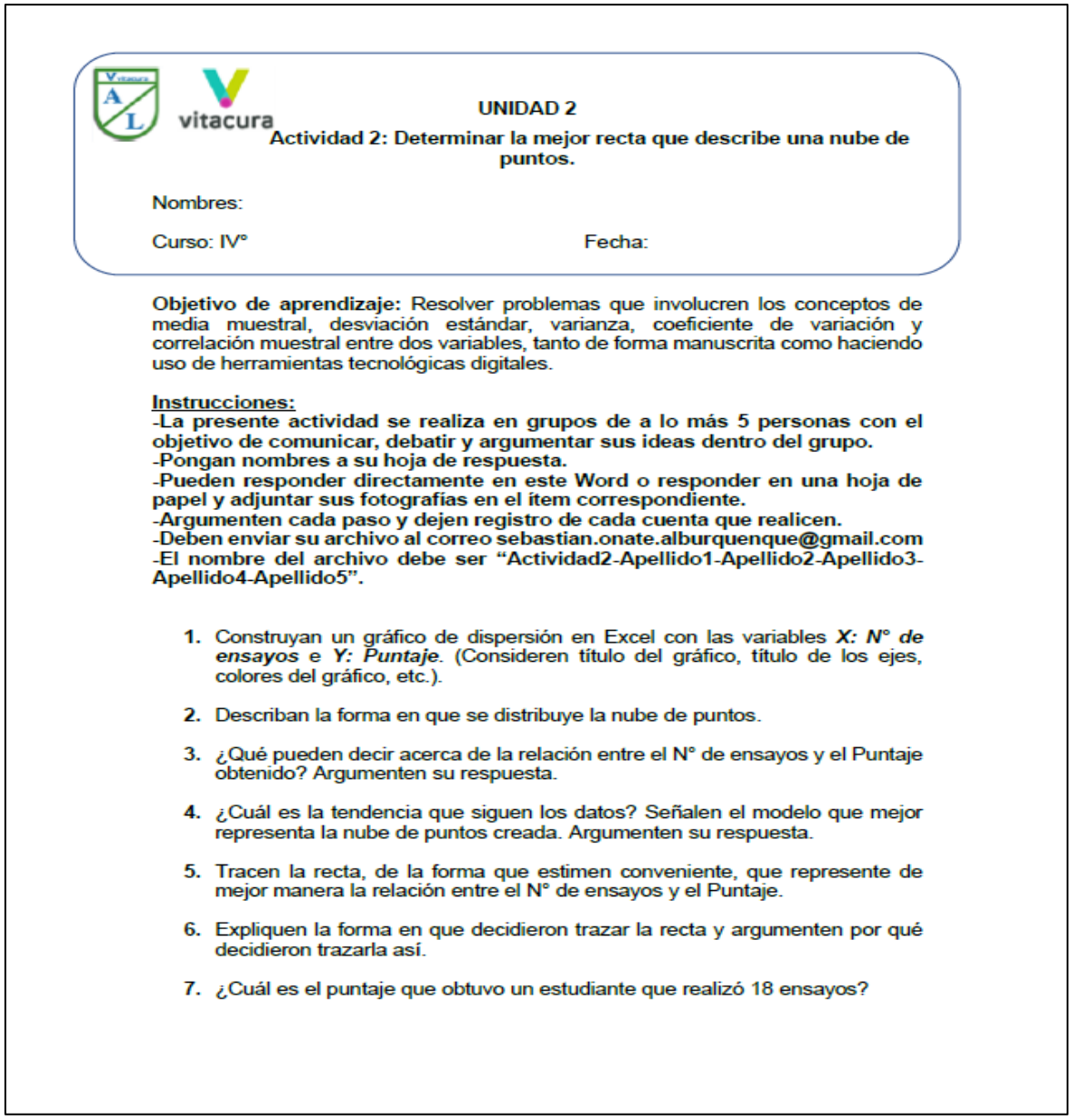
Figura N°3. Extracto de la presentación PowerPoint de la clase N°1

En el Anexo N°2 se adjuntan las presentaciones en PowerPoint de las clases realizadas.

Para estudiar el aporte de los planes de clases en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, se realizaron 2 evaluaciones.

La primera evaluación tuvo carácter formativo, ya que buscaba monitorear y acompañar el aprendizaje de los estudiantes. Contiene un total de 12 ítems (7 instrucciones y 5 preguntas). Los cuatro primeros ítems hacen referencia a construir un diagrama de dispersión, reconocer patrones y regularidades. Los ítems 5 y 6 hacen referencia a establecer un modelo matemático de forma intuitiva. Del ítem siete en adelante hacen referencia a calcular y estimar resultados a partir del modelo obtenido.

A continuación, se presenta la primera evaluación realizada.



UNIDAD 2

Actividad 2: Determinar la mejor recta que describe una nube de puntos.

Nombres:

Curso: IV° Fecha:

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

Instrucciones:
-La presente actividad se realiza en grupos de a lo más 5 personas con el objetivo de comunicar, debatir y argumentar sus ideas dentro del grupo.
-Pongan nombres a su hoja de respuesta.
-Pueden responder directamente en este Word o responder en una hoja de papel y adjuntar sus fotografías en el ítem correspondiente.
-Argumenten cada paso y dejen registro de cada cuenta que realicen.
-Deben enviar su archivo al correo sebastian.onate.alburquenque@gmail.com
-El nombre del archivo debe ser "Actividad2-Apellido1-Apellido2-Apellido3-Apellido4-Apellido5".

1. Construyan un gráfico de dispersión en Excel con las variables ***X: N° de ensayos*** e ***Y: Puntaje***. (Consideren título del gráfico, título de los ejes, colores del gráfico, etc.).
2. Describan la forma en que se distribuye la nube de puntos.
3. ¿Qué pueden decir acerca de la relación entre el N° de ensayos y el Puntaje obtenido? Argumenten su respuesta.
4. ¿Cuál es la tendencia que siguen los datos? Señalen el modelo que mejor representa la nube de puntos creada. Argumenten su respuesta.
5. Tracen la recta, de la forma que estimen conveniente, que represente de mejor manera la relación entre el N° de ensayos y el Puntaje.
6. Expliquen la forma en que decidieron trazar la recta y argumenten por qué decidieron trazarla así.
7. ¿Cuál es el puntaje que obtuvo un estudiante que realizó 18 ensayos?

Figura N°4. Primera página de la primera evaluación

8. ¿Cuál es el puntaje estimado que obtendría un estudiante que realiza 18 ensayos?

9. Se define como **residuo** a la diferencia entre un valor observado y un valor estimado, siendo el valor observado uno de los puntos del gráfico y el valor estimado un valor de la recta. Calculen el residuo del puntaje de un estudiante que realiza 18 ensayos.

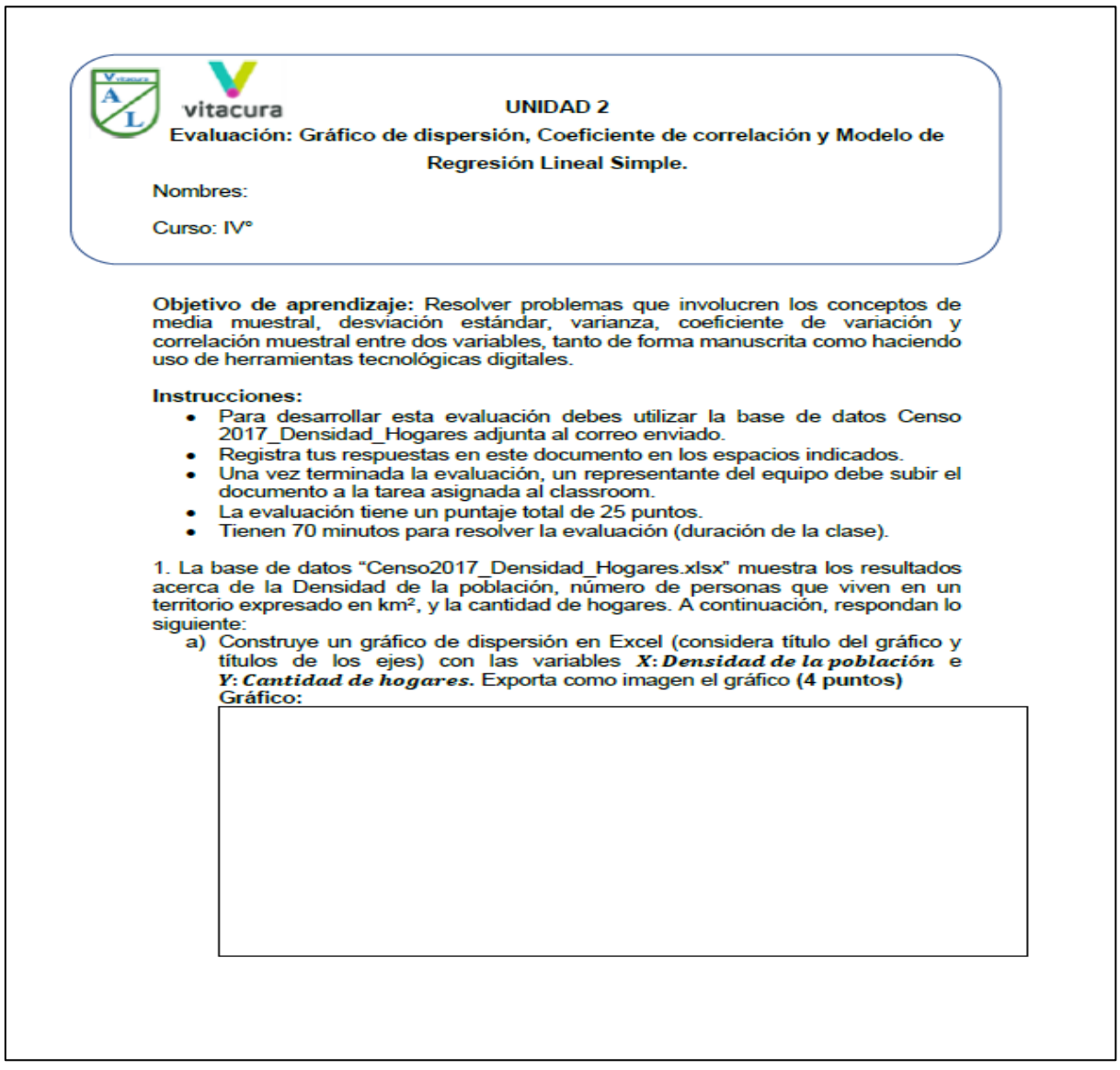
10. Estimen el puntaje que obtendría un estudiante al realizar 25 ensayos. Expliquen de qué forma estimaron el puntaje

11. Estimen la cantidad de ensayos que realizó un estudiante que obtuvo 720 puntos de puntaje. Expliquen la forma en que estimaron la cantidad de ensayos.

Figura N°5. Segunda página de la primera evaluación

La segunda evaluación tuvo carácter de evaluación final de la propuesta, ya que buscaba entregar información acerca del logro del objetivo de aprendizaje tras el proceso de enseñanza. Contiene un total de 8 ítems (2 instrucciones y 6 preguntas). El ítem 1 hace referencia a construir un diagrama de dispersión. Los ítems 2 y 3 hacen referencia a reconocer patrones y regularidades en el gráfico construido. El ítem 4 hace referencia a establecer modelos matemáticos. Del ítem cinco en adelante hacen referencia a transitar de lenguaje cotidiano a matemático y de lenguaje matemático a cotidiano.

A continuación, se presenta la segunda evaluación realizada.



vitacura

UNIDAD 2

Evaluación: Gráfico de dispersión, Coeficiente de correlación y Modelo de Regresión Lineal Simple.

Nombres:

Curso: IV°

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

Instrucciones:

- Para desarrollar esta evaluación debes utilizar la base de datos Censo 2017_Densidad_Hogares adjunta al correo enviado.
- Registra tus respuestas en este documento en los espacios indicados.
- Una vez terminada la evaluación, un representante del equipo debe subir el documento a la tarea asignada al classroom.
- La evaluación tiene un puntaje total de 25 puntos.
- Tienen 70 minutos para resolver la evaluación (duración de la clase).

1. La base de datos "Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx" muestra los resultados acerca de la Densidad de la población, número de personas que viven en un territorio expresado en km², y la cantidad de hogares. A continuación, respondan lo siguiente:

a) Construye un gráfico de dispersión en Excel (considera título del gráfico y títulos de los ejes) con las variables ***X: Densidad de la población*** e ***Y: Cantidad de hogares***. Exporta como imagen el gráfico **(4 puntos)**
Gráfico:

Figura N°6. Primera página de la segunda evaluación

b) ¿Qué tipo de relación lineal presentan las variables? **Argumenta tu respuesta. (2 puntos)**

Respuesta:

c) ¿Qué valor tiene el Coeficiente de correlación? **Calcula e Interpreta el r. (4 puntos)**

Respuesta:

d) Considerando el gráfico de la pregunta a), agrega la recta de regresión ("Modelo de regresión") en Excel. **Señala la ecuación generada. (3 puntos)**

Respuesta:

e) ¿Qué significa la pendiente en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta:

f) ¿Qué significa el coeficiente de posición en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta:

g) Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor de la Densidad de la población de una región "X" fuera de 480. ¿Cuál sería la estimación de la Cantidad de Hogares? **(2 puntos)**

Respuesta:

h) Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor de la Cantidad de Hogares de una región "Y" fuera de 30000. ¿Cuál sería la estimación de la Densidad de la población? **(2 puntos)**

Respuesta:

Figura N°7. Segunda página de la segunda evaluación

Después de aplicar las evaluaciones se procedió a estudiar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático a través de un instrumento creado para aquello.

3.4 Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento

La siguiente rúbrica se construye en base a los cinco procesos claves establecidos por el MINEDUC. Estos se utilizaron como indicadores de logro en la construcción de la rúbrica y cada uno se desagregó en cuatro niveles de logro. Lo que se observa en la siguiente tabla.

Tabla N°3. Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático

Indicadores	**Excelente**	**Suficiente**	**Insuficiente**	**No realizado**
I. Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan las situaciones.	Contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan algunas de las situaciones.	Contiene expresiones en lenguaje matemático, pero no modelan las situaciones.	No contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan las situaciones
	4	3	2	0
II. Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren operatoria.	Describe, aplica y argumenta modelos que involucren operatoria.	Describe y aplica modelos que involucren operatoria.	Describe o aplica modelos que involucren operatoria.	No describe ni aplica modelos que involucren operatoria.
	8	5	2	0
III. Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas y establece un modelo matemático.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas y establece un modelo matemático, pero no completo.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas.	No señala regularidades en expresiones numéricas ni geométricas.
	6	4	2	0
IV. Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren patrones y regularidades.	Describe, aplica y argumenta patrones y regularidades que involucren modelos.	Describe y aplica patrones y regularidades que involucren modelos.	Describe o aplica patrones y regularidades que involucren modelos.	No describe ni aplica modelos que involucren operatoria.
	8	5	2	0

V. Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.	Contiene expresiones que transitan tanto de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático como de lenguaje matemático a lenguaje cotidiano.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que transitan a lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que no transitan correctamente a lenguaje matemático.	No contiene expresiones que transiten a lenguaje matemático.
	4	3	2	0

La validación de este instrumento estuvo a cargo de expertos inmersos en el sistema educativo escolar, dos docentes de matemática con varios años de experiencia en aula que habitualmente trabajan el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático. A continuación, se presenta la descripción académica y el lugar de trabajo de los expertos.

Tabla N°4. Descripción académica de los expertos validadores del instrumento "Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático"

Nombre del experto	**Grado académico**	**Establecimiento en el que trabaja**
Pablo Estuardo Awad	Profesor de Matemática, Magíster en Educación Matemática	Liceo Amanda Labarca Vitacura
Sebastián Aguirre Fernández	Profesor de Matemática, Magister en educación y gestión universitaria	Colegio Pedro de Valdivia Agustinas

Para la validación del instrumento se presentó a los expertos una pauta con escalas de tipo Likert para cada indicador de la rúbrica. Las pautas de validación se encuentran adjuntas en el Anexo N°3.

A continuación, se presentan las observaciones y recomendaciones realizadas por uno de los expertos con respecto al instrumento. El otro experto no indicó observaciones.

Tabla N°5. Observaciones realizadas por uno de los expertos al instrumento "Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático"

Experto	Indicador	Observación	Propuesta de Mejora
Pablo Estuardo Awad	V. Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.	Respecto al nivel de logro Suficiente de este indicador, se plantea transitar de un lenguaje a otro. Me parece que "transitar" no es una acción clara que medir.	Sugiero para el nivel de logro mencionado especificar a través de una acción concreta la medición del tránsito entre lenguajes.

A partir de la propuesta de mejora realizada por uno de los expertos, se procedió a realizar los siguientes ajustes al instrumento.

Tabla N°6. Ajustes realizados al instrumento "Rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático"

Indicador	Nivel de logro	Descripción del nivel de logro previo a validación	Descripción del nivel de logro posterior a validación
V. Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.	Excelente	Contiene expresiones que transitan tanto de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático como de lenguaje matemático a lenguaje cotidiano.	Contiene expresiones convertidas tanto de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático como de lenguaje matemático a lenguaje cotidiano.
	Suficiente	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que transitan a lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano convertidas a lenguaje matemático.
	Insuficiente	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que no transitan correctamente a lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que no están convertidas correctamente a lenguaje matemático.

	No realizado	No contiene expresiones que transiten a lenguaje matemático.	No contiene expresiones en lenguaje cotidiano convertidas a lenguaje matemático.

La rúbrica ajustada y aplicada finalmente se encuentra adjunta en el Anexo N°4.

Después de la aplicación de la rúbrica a las evaluaciones realizadas por los estudiantes se procedió a tabular los datos en una hoja de cálculo de Excel y al posterior análisis descriptivo y gráfico de estos. Ver Anexo N°5.

4 Capítulo IV: Resultados

4.1 Resultados obtenidos sobre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático en la primera evaluación

A continuación, se presentan los niveles de logro alcanzados por la totalidad de estudiantes, en la medición de la primera evaluación, aplicada durante la implementación de los planes de clases.

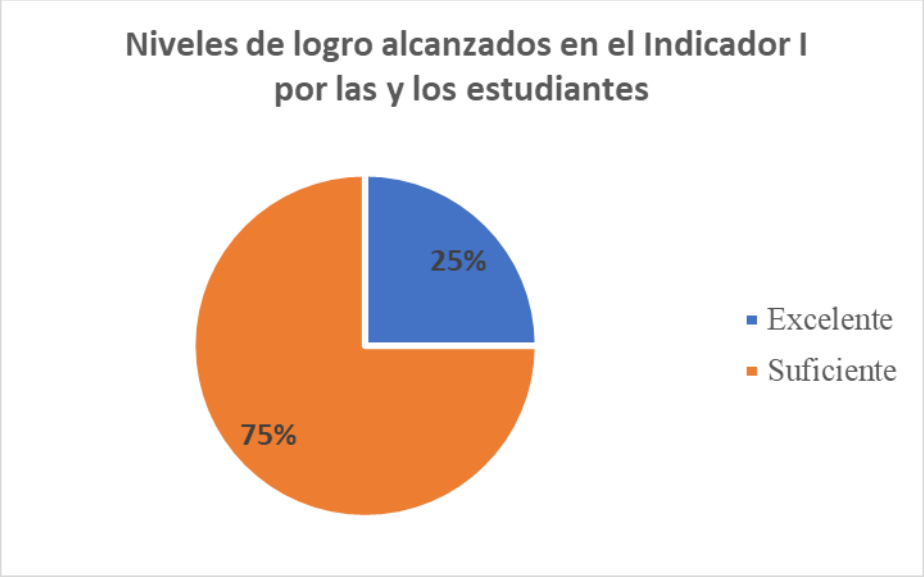


Gráfico N°5. Datos del Indicador I obtenidos de la primera evaluación.

Se logra evidenciar que la mayoría de los estudiantes alcanzan un nivel de logro Suficiente respecto al Indicador I. En la siguiente figura se presenta la respuesta obtenida por un grupo de estudiantes que refleja el nivel de logro Excelente en este indicador.

8. ¿Cuál es el puntaje estimado que obtendría un estudiante que realiza 18 ensayos?
- 705. Se observaron 2 puntos del gráfico, e hicimos una ecuación de modo y= mx + n, para poder reemplazar la “x”, y que así da la “y”.
Observamos el punto 5, 460 y el 15, 650; guiándonos de la recta (color rojo) que nosotros pusimos. Como resultado obtuvimos
y= 19x + 365. Ahí reemplazamos la x por el 18.

Figura N°8. Extracto de la primera evaluación del grupo N°3

Con respecto a los resultados sobre la medición del indicador II se tiene:

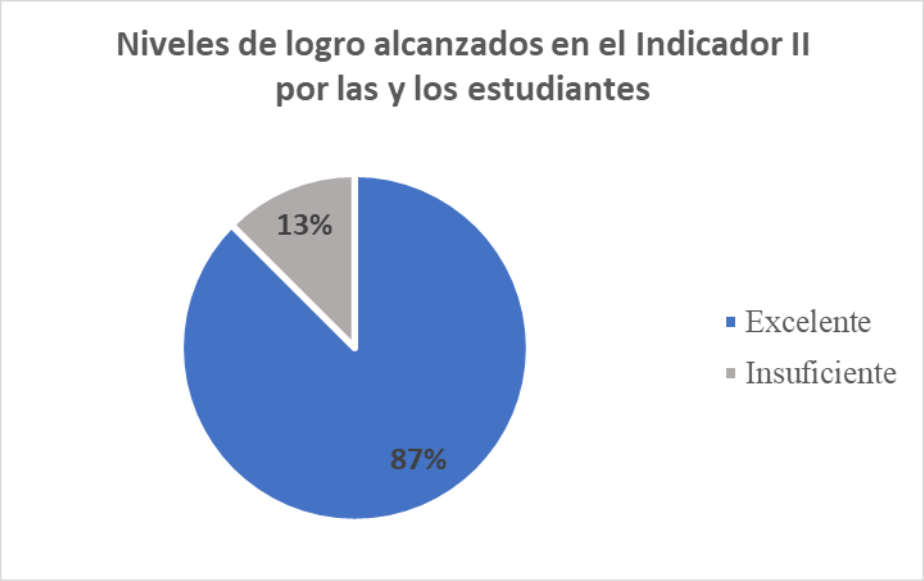


Gráfico N°6. Datos del Indicador obtenidos de la primera evaluación.

Se logra evidenciar que la mayoría de los estudiantes alcanza un nivel de logro Excelente respecto al Indicador II.

A continuación, se presentan los resultados sobre la medición del indicador III.

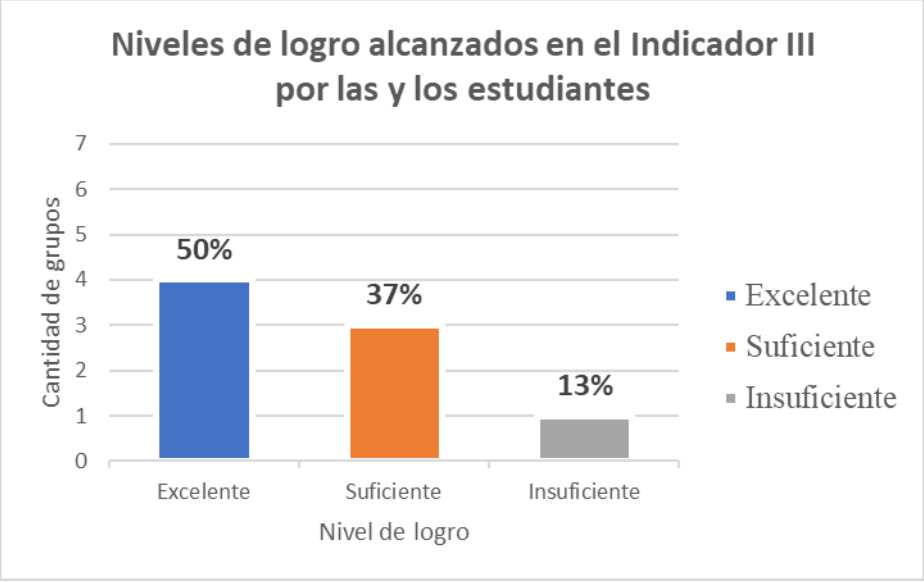
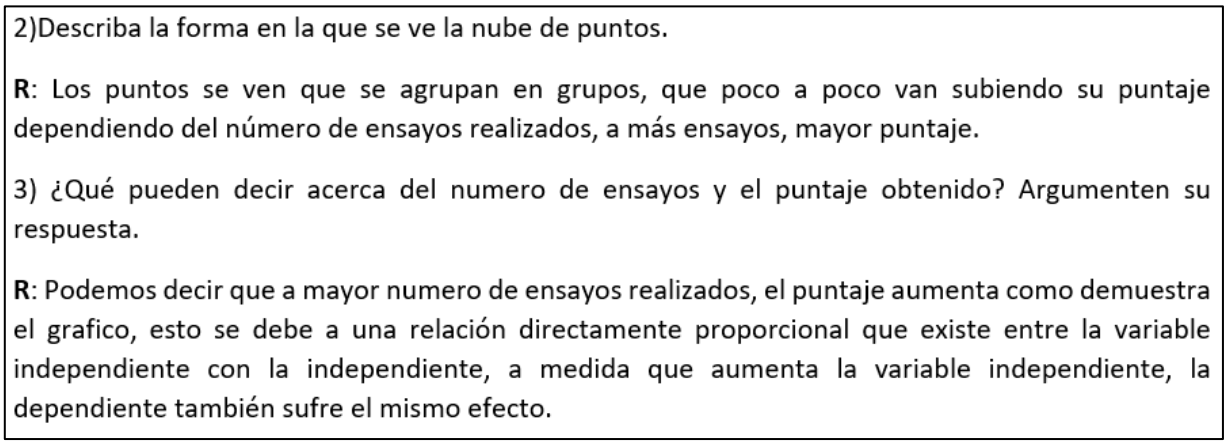


Gráfico N°7. Datos del Indicador III obtenidos de la primera evaluación.

Se logra evidenciar que la mitad de los estudiantes alcanzan un nivel de logro Excelente respecto al Indicador III, mientras que la otra mitad de los estudiantes se distribuye entre los niveles de logro Suficiente e Insuficiente con un 37% y 13% respectivamente. A continuación, se presentan las respuestas obtenidas por dos grupos de estudiantes que muestran el desarrollo del proceso clave asociado a este indicador.



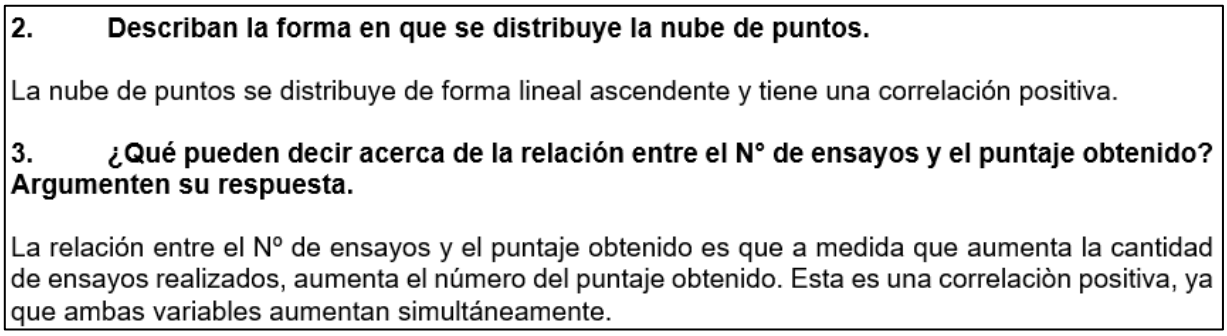
2)Describa la forma en la que se ve la nube de puntos.

R: Los puntos se ven que se agrupan en grupos, que poco a poco van subiendo su puntaje dependiendo del número de ensayos realizados, a más ensayos, mayor puntaje.

3) ¿Qué pueden decir acerca del numero de ensayos y el puntaje obtenido? Argumenten su respuesta.

R: Podemos decir que a mayor numero de ensayos realizados, el puntaje aumenta como demuestra el grafico, esto se debe a una relación directamente proporcional que existe entre la variable independiente con la independiente, a medida que aumenta la variable independiente, la dependiente también sufre el mismo efecto.

Figura N°9. Extracto de la primera evaluación del grupo N°8



2. Describan la forma en que se distribuye la nube de puntos.

La nube de puntos se distribuye de forma lineal ascendente y tiene una correlación positiva.

3. ¿Qué pueden decir acerca de la relación entre el N° de ensayos y el puntaje obtenido? Argumenten su respuesta.

La relación entre el Nº de ensayos y el puntaje obtenido es que a medida que aumenta la cantidad de ensayos realizados, aumenta el número del puntaje obtenido. Esta es una correlaciòn positiva, ya que ambas variables aumentan simultáneamente.

Figura N°10. Extracto de la primera evaluación del grupo N°1

Sobre los resultados obtenidos en la medición del indicador IV se tiene que:

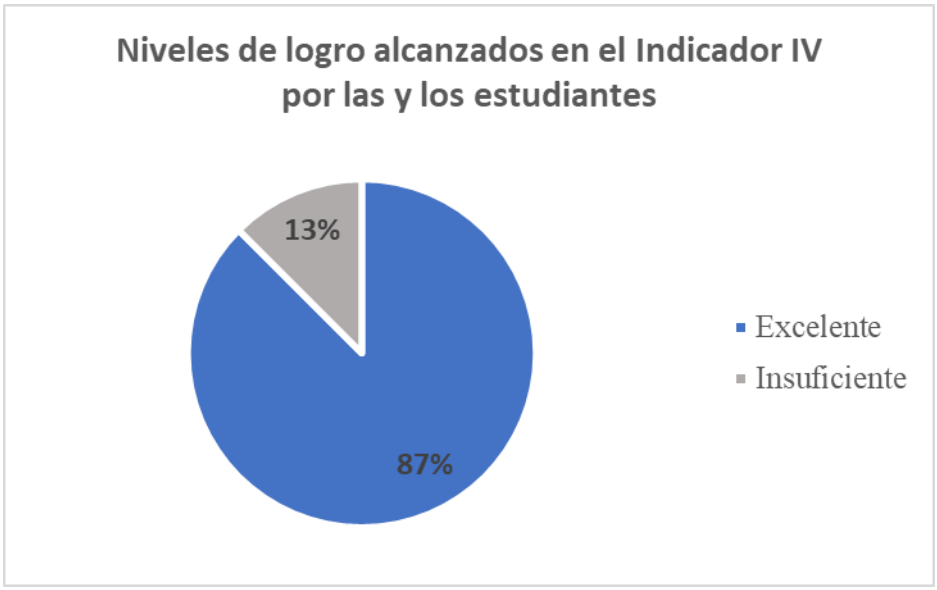


Gráfico N°8. Datos del Indicador IV obtenidos de la primera evaluación.

Se logra evidenciar que la mayoría de los estudiantes alcanzan un nivel de logro Excelente respecto al Indicador IV.

A continuación, se presentan los resultados sobre la medición del indicador V.

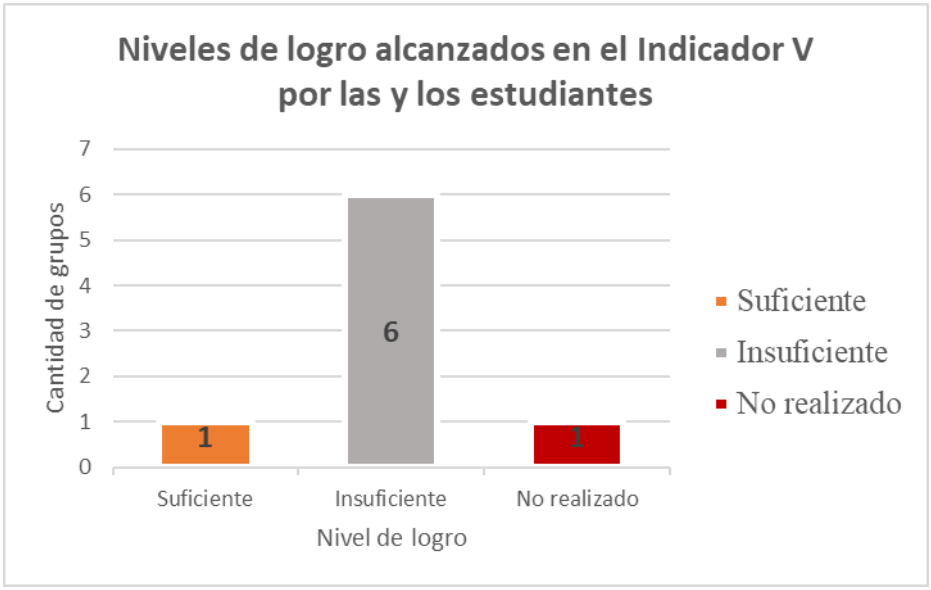


Gráfico N°9. Datos del Indicador V obtenidos de la primera evaluación.

Se logra apreciar que tres cuartas partes del total de estudiantes no alcanzan el nivel de logro Suficiente, mientras que una octava parte de los estudiantes si alcanza este nivel y otra octava parte de los estudiantes no realizan el trabajo requerido para este indicador.

En particular los resultados de este indicador se deben a que los estudiantes utilizan mayoritariamente solo sus propias palabras para responder, incluso cuando se les solicita explícitamente hacerlo a través de expresiones algebraicas. Si bien los estudiantes demuestran claridad sobre los conceptos matemáticos a través de lenguaje cotidiano, tan solo expresan parte de esta a través de lenguaje matemático.

4.2 Resultados obtenidos sobre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático en la segunda evaluación

A continuación, se presentan los niveles de logro alcanzados por la totalidad de estudiantes, en la medición de la segunda evaluación, aplicada al finalizar la implementación de los planes de clases.

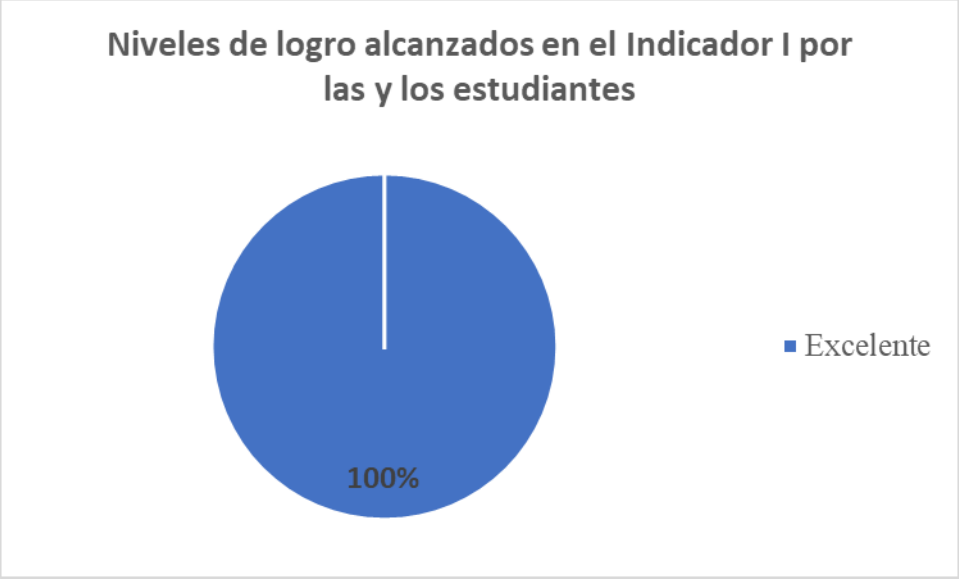


Gráfico N°10. Datos del Indicador I obtenidos de la segunda evaluación.

Se logra apreciar que la totalidad de los estudiantes alcanza de forma completa el nivel del logro del Indicador I.

Con respecto a los resultados sobre la medición del indicador II se tiene que:

Gráfico N°11. Datos del Indicador II obtenidos de la segunda evaluación.

Se logra apreciar que menos de una décima parte de los estudiantes alcanza el nivel de logro Suficiente, mientras que el resto de los estudiantes alcanza el máximo nivel de logro del Indicador II.

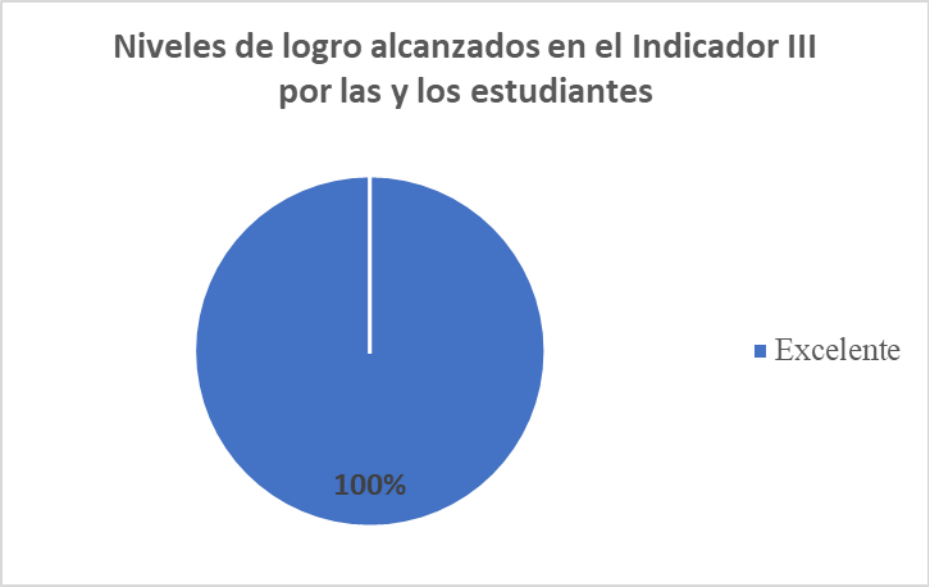


Gráfico N°12. Datos del Indicador III obtenidos de la segunda evaluación.

Se logra apreciar que todos los estudiantes alcanzan el máximo nivel del logro del Indicador III.

Sobre los resultados obtenidos en la medición del indicador IV se tiene que:

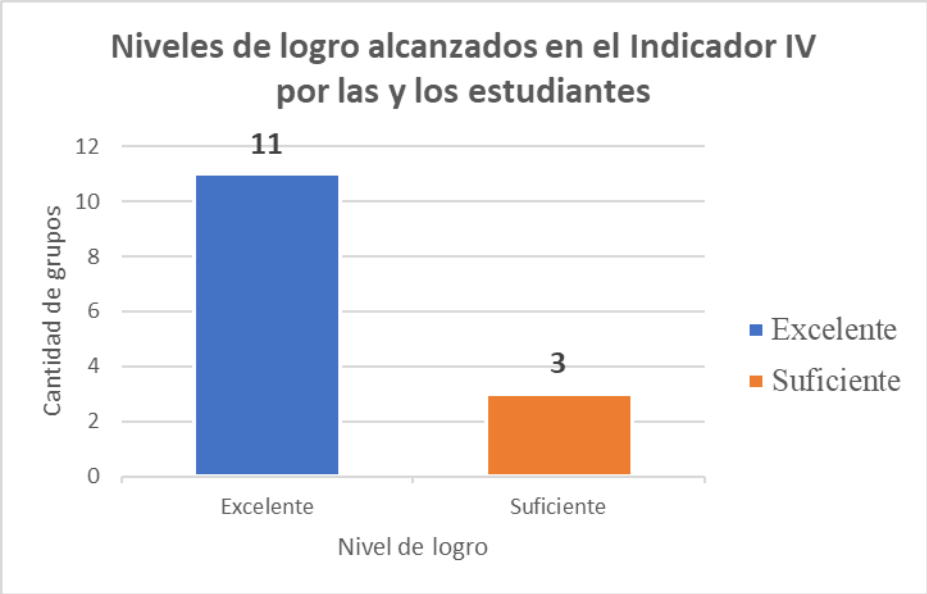


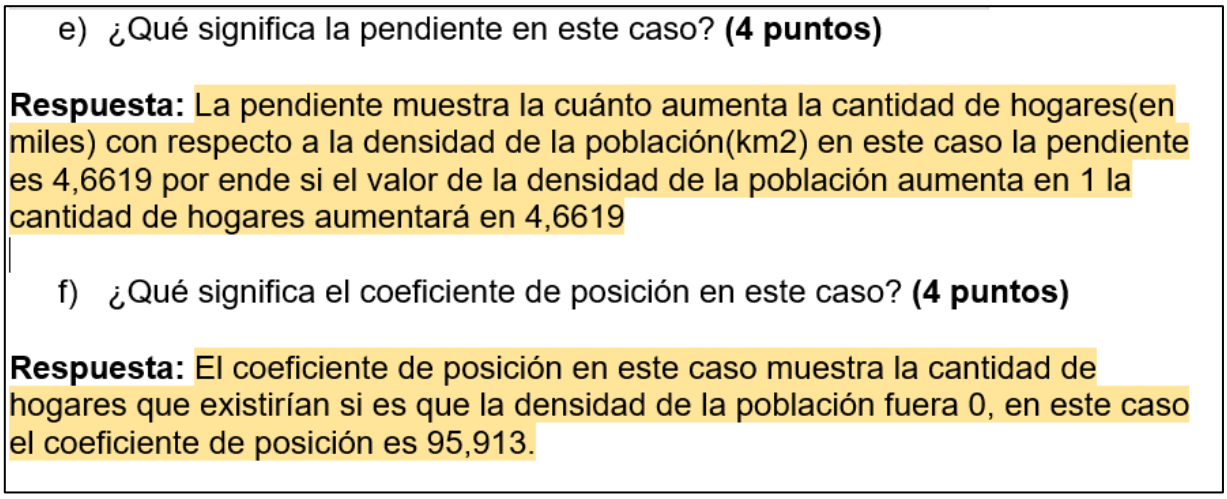
Gráfico N°13. Datos del Indicador IV obtenidos de la segunda evaluación.

Se logra apreciar que la mayoría de los estudiantes alcanzan el máximo nivel de logro del Indicador IV.

A continuación, se presentan los resultados sobre la medición del indicador V.

Gráfico N°14. Datos del Indicador V obtenidos de la segunda evaluación.

Se logra apreciar que un tercio del total de estudiantes alcanza un nivel de logro Suficiente, mientras que el resto de los estudiantes alcanza un nivel de logro Excelente en el Indicador V. En las siguientes figuras se presentan las respuestas de dos grupos de estudiantes que evidencian parte del tránsito entre lenguajes que involucra este indicador.



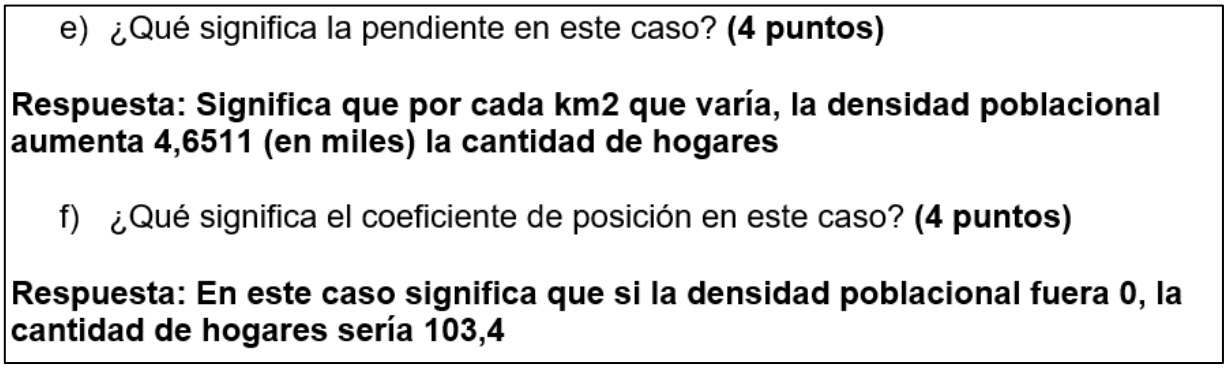
e) ¿Qué significa la pendiente en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta: La pendiente muestra la cuánto aumenta la cantidad de hogares(en miles) con respecto a la densidad de la población(km2) en este caso la pendiente es 4,6619 por ende si el valor de la densidad de la población aumenta en 1 la cantidad de hogares aumentará en 4,6619

f) ¿Qué significa el coeficiente de posición en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta: El coeficiente de posición en este caso muestra la cantidad de hogares que existirían si es que la densidad de la población fuera 0, en este caso el coeficiente de posición es 95,913.

Figura N°11. Extracto de la segunda evaluación del Grupo N°1.



e) ¿Qué significa la pendiente en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta: Significa que por cada km2 que varía, la densidad poblacional aumenta 4,6511 (en miles) la cantidad de hogares

f) ¿Qué significa el coeficiente de posición en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta: En este caso significa que si la densidad poblacional fuera 0, la cantidad de hogares sería 103,4

Figura N°12. Extracto de la segunda evaluación del Grupo N°9.

La siguiente tabla resumen presenta los puntajes obtenidos en ambas evaluaciones al ser estudiadas con la misma rúbrica.

Tabla N°7. Puntaje total de los estudiantes en la primera y segunda evaluación al ser estudiadas con la rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático.

Sujeto	Puntaje total en la primera evaluación	Puntaje total en la segunda evaluación
1	25	30
2	28	29
3	25	30
4	25	30
5	9	30
6	28	30
7	29	24
8	28	30
9	25	30
10	25	30
11	28	29
12	29	26
13	9	24
14	29	26
15	25	30

Sujeto	Puntaje total en la primera evaluación	Puntaje total en la segunda evaluación
16	27	26
17	28	30
18	27	29
19	28	30
20	9	29
21	27	26
22	9	30
23	25	30
24	25	30
25	25	30
26	28	29
27	25	30
28	28	29
29	9	30

Además, se consultó a los estudiantes que entendieron por Modelo de Regresión Lineal Simple. A continuación, se presentan algunas de las respuestas obtenidas:

- La función es distinta a la regresión. (función= expresión determinista, en cambio regresión= expresión determinística aleatoria). Es la ecuación de la recta que describe de mejor manera la relación entre una variable dependiente y una variable independiente.
- Es la forma de averiguar la relación lineal entre dos variables.
- Es la ecuación de la recta que marca la tendencia de los datos en un gráfico de dispersión.
- Es un modelo que explica la mejor relación posible entre una variable independiente (x) y una variable dependiente (y) por medio de la ecuación de la recta, indicándose lo influyen en la variable independiente.
- Es un modelo que explica la relación lineal entre dos variables.

- Para nosotros el modelo de regresión lineal simple es cuando se nos dan o tenemos unos datos, como por ejemplo la temperatura medida en distintas horas del día, el consumo de un alimento de acuerdo a su precio, entre otras. Luego de tener estos datos vemos de qué forma se quiere analizar la relación que existe entre ellos, buscamos por medio de métodos matemáticos la ecuación que más se ajuste al comportamiento de las variables y, entre estos métodos, nos encontraremos con la regresión lineal simple la cual nos ayuda a buscar una ecuación de una recta para predecir dicho comportamiento.
- Es un modelo, representado por una recta, que permite relacionar dos variables.
- Es la recta que trazamos en el Excel que mejor marca la tendencia de datos.
- Es la mejor recta que se puede trazar en una nube de punto que abarca la mayoría de los puntos.
- Creemos que la regresión lineal simple es una ecuación que nos ayuda a saber o predecir qué cambios tienen dos variables relacionadas entre sí y es un método más simple.
- Es como una ecuación la cual describe la mejor relación entre una variable independiente y una dependiente, y destaca porque solo tiene sólo una variable independiente.
- Establecer una ecuación lineal entre las 2 variables para de esta manera, estimar valores de una mejor forma.
- Consiste en hacer una ecuación de la recta para explicar la relación lineal que existe entre dos variables

Conclusiones

La preparación de una clase es parte crucial de la labor de los docentes, ya que influye en gran medida en la forma en que se llevará a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje. Si bien existen otros factores que influyen en el proceso de enseñanza, es parte de la preparación intentar abarcar la mayor cantidad de estos factores para lograr realizar la mejor clase posible, aquella que logre los objetivos de aprendizaje esperados y desarrolle las habilidades y actitudes deseadas. Desde esta perspectiva y considerando los escasos horarios de los profesores, cobra vida propia el problema planteado en esta investigación, esto es, la deficiencia de material de apoyo para profesores que existe en el electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial. En las siguientes líneas se presentan las conclusiones obtenidas a partir del proceso investigativo, el diseño y la aplicación de la propuesta de enseñanza.

En primer lugar, en base a los resultados obtenidos en la primera evaluación aplicada se puede concluir que la habilidad de modelamiento matemático no se alcanza necesariamente de forma secuencial, sino más bien se desarrolla como un todo integral articulado, ya que para el primer indicador la totalidad de los estudiantes logró expresar la base de datos a través de lenguaje matemático pictórico, mientras que 2 grupos de estudiantes además la expresaron a través de lenguaje matemático simbólico. Es decir, todos los estudiantes lograron establecer adecuadamente la situación inicial planteada (la relación entre el número de ensayos realizados y el puntaje obtenido) a través de un gráfico de dispersión, e inclusive, dos grupos lograron establecer un modelo matemático sin conocer aún el Modelo de Regresión Lineal Simple.

Por otra parte, el modelamiento matemático como proceso integrador de la resolución de problemas, la argumentación y la representación, en el que cobran sentido las ecuaciones y funciones, refleja una dificultad en la práctica que radica en la utilización y asociación de operatoria (suma, resta, multiplicación) con el proceso de modelamiento. Cerca del 90% de los estudiantes fue capaz de describir, aplicar y argumentar modelos que involucraran operatoria en el segundo indicador, pero solo el 50% de los estudiantes fue capaz de señalar regularidades en expresiones numéricas o geométricas y establecer un modelo en el tercer indicador. Es decir, la mayoría de los estudiantes fue capaz trabajar con modelos matemáticos que involucran operatoria de forma conceptual, pero presentaron muchas dificultades para identificar los

modelos a través de lenguaje matemático simbólico, lo que permite concluir que la utilización de operaciones como la suma y la multiplicación no son intuitivas al proceso de modelamiento.

A partir de los resultados obtenidos al evaluar el quinto indicador en la primera evaluación en donde el 87% de los estudiantes no logra convertir correctamente expresiones de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático, o bien no lo realiza, permite evidenciar una dificultad en el desarrollo del modelamiento matemático. El tránsito entre el lenguaje matemático y el lenguaje cotidiano juega un rol importante durante todo el proceso de modelar, ya que a través de este se permite apreciar el nivel comprensión del modelamiento. Es por esto que se debe colocar especial énfasis en el tránsito entre lenguajes a la hora de desarrollar la habilidad de modelamiento matemático, ya que además es desde donde surge y donde termina la acción de modelar, traduciendo las situaciones "problemáticas" de la vida real al mundo de la matemática e interpretando las soluciones matemáticas obtenidas en el contexto original.

En segundo lugar, con respecto a los resultados obtenidos en la segunda evaluación aplicada, a nivel general los estudiantes alcanzaron mejores niveles de logro en 4 de los 5 indicadores, siendo Excelente y Suficiente la tendencia de niveles alcanzados. En base a lo anterior se permite concluir que la propuesta de enseñanza contribuyó al desarrollo de la habilidad de modelamiento, ya que la segunda evaluación fue realizada tras aplicar los planes de clases.

Cabe destacar que la segunda evaluación tuvo carácter sumativo en el contexto que fue aplicada por lo que buscaba evaluar el aprendizaje del MRLS, así los resultados obtenidos para esta investigación sobre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático además esbozan una idea sobre el aprendizaje del MRLS por parte de los estudiantes. Lo que se ve reflejado en parte en las nociones finales de los estudiantes sobre MRLS donde se destaca que es una ecuación de la recta que mejor describe una tendencia y la mejor relación lineal posible entre dos variables que permite estimar o predecir.

En tercer lugar, con respecto al cumplimiento de los objetivos específicos de la investigación planteados en el primer capítulo:

1. Identificar las habilidades matemáticas asociadas a la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple en el programa de estudio del electivo de Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial.
2. Describir conceptos básicos asociados al Modelo de Regresión Lineal Simple.

Se logran satisfactoriamente. En el segundo capítulo de la investigación se detalla el enfoque y lineamientos curriculares propuestos por el MINEDUC acerca de la habilidad de modelamiento matemático, siendo los procesos claves para el desarrollo del modelamiento uno de los principales insumos obtenidos en el cumplimiento de este objetivo. Además, en el mismo capitulo se detallan los elementos teóricos necesarios para comprender y enseñar el Modelo de Regresión Lineal Simple a nivel escolar.

3. Formular planes de clases para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a partir de una secuencia de actividades que contribuyan al desarrollo del modelamiento matemático.

Se logra satisfactoriamente. A partir de los insumos levantados en el segundo capítulo se formula 4 planes de clases complementados con materiales de apoyo para cada uno sobre Modelo de Regresión Lineal Simple. Se incluye el uso de Microsoft Excel para la ejecución de los materiales de apoyo, aportando además al desarrollo de habilidades tecnológicas que respondan al enfoque curricular de Ciudadanía Digital.

En el tercer capítulo se declara el formato utilizado y se detalla el material creado.

4. Ejecutar los planes de clases del Modelo de Regresión Lineal Simple formulados para estudiar el aporte de estos en el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático.

Se logra satisfactoriamente. En la continuación del tercer capítulo se construye una rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, validada por profesores de matemática de nivel escolar.

En consecuencia, se da por cumplido el objetivo general de la investigación. Se diseñó una propuesta complementaria de enseñanza al programa de estudio con los adecuados insumos teóricos necesarios para enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple que contribuya al desarrollo de la habilidad curricular de modelamiento matemático.

La implementación de las nuevas bases curriculares y, por ende, la ejecución de los nuevos electivos es un verdadero desafío para los docentes de matemática del país, ya que es un escenario completamente nuevo en el que se dispone prácticamente tan solo del conocimiento que posea el docente. En consideración del extenso currículum nacional y los acotados horarios de los docentes, es un tanto optimista pensar en diseñar clases en las que el estudiante sea el protagonista de un proceso de aprendizaje integral. Cabe la fuerte posibilidad de que el proceso de enseñanza-aprendizaje se reduzca tan solo al aprendizaje conocimientos y se deje de lado la adquisición de habilidades y actitudes. Así la investigación sobre el diseño de propuestas de enseñanza complementarias que contribuyan al desarrollo de habilidades brinda una oportunidad de ofrecer una mejor educación a través de material de apoyo concreto que puede ser utilizado inmediatamente o ajustado según se necesite.

Referencias Bibliográficas

Ball, D. (2000). Working on the inside: Using one's own practice as a site for stuying teaching and learning. En, A. E. Kelly y R. A. Lesh, (Eds.), *Handbook of Research Design Mathematics and Science Education* (pp. 365-402). Londres: Lawrence Erlbaum.

Carrasquilla A., Chacón A., Núñez K., Gómez O., Valverde J. y Guerrero M. (2016). Regresión lineal simple y múltiple: aplicación en la predicción de variables naturales relacionadas con el crecimiento microalgal. *Revista Tecnología en Marcha*, 29(5), 33-45.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2008). *Marco para la buena enseñanza*. Recuperado el 31 de mayo de 2021 de https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2019/01/Marco-buena-ensenanza.pdf

Cortés, M. y Iglesias, M. (2004). *Generalidades sobre Metodología de la Investigación.* México: Universidad Autónoma del Carmen.

Decreto 193. (2019). *Aprueba bases curriculares para los cursos de 3° y 4° año de educación media, en asignaturas que indica*. Ministerio de Educación, Subsecretaria de Educación. Recuperado el 6 de abril de 2021 de https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1136078

Decreto 369. (2015). *Establece bases curriculares desde 7° año básico a 2° año medio, en asignaturas que indica*. Ministerio de Educación. Recuperado el día 6 de abril de 2021 de https://www.bcn.cl/leychile/navegar?i=1084868&f=2016-08-06&p=

Decreto 876 exento. (2019). *Aprueba planes de estudio de educación media, en cursos y asignaturas que indica*. Ministerio de Educación, Subsecretaria de Educación. Recuperado el 6 de abril de 2021 de https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1136650

Escamilla, A. y Llanos, E. (1993). *La evaluación del aprendizaje y la enseñanza en el aula*. Zaragoza: Luis Vives.

Fresno, C., Torres, C. y Ávila, J. (2020). *Matemática 1° Medio Texto del Estudiante*. Santiago, Chile: Santillana.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1.

Godino, J. D., Batanero, C. y Flores, P. (1999). El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores. En *Homenaje al profesor Oscar Sáenz Barrio* (pp. 165-185). Granada: Departamento de Didáctica y Organización Escolar.

Gutiérrez, Á., Babativa, Y. y Lozano, I. (2004). Presentación de datos. *Revista Ciencias de la Salud Bogotá*, 2(1), 65-73.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). México: McGrall Hill Education.

Lavalle, A., Micheli, E. y Rubio, N. (2006). Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 383-406.

Ley 20.370. (2009). *Establece la ley general de educación*. Ministerio de Educación. Recuperado el 3 de mayo de 2021 de https://www.bcn.cl/leychile/navegar?i=1006043&f=2009-09-12&p=

Meyer, P. (1992). *Probabilidad y aplicaciones estadísticas* (2ª Ed.). (C. Prado y G. Ardila, Trad.). Estados Unidos: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA.

MINEDUC. (2016). *Habilidad de modelamiento matemático*. Recuperado el día 14 de abril de 2021 de https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/2433/mono-1033.pdf?sequence=1&isAllowed=y

MINEDUC. (2021). *Programa de Estudio Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial 3° y 4° medido – Formación Diferenciada*. Recuperado el día 6 de abril de 2021 de https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140145_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf

Moore, D. (1991). Teaching statistics as a respectable subject. En: Gordon, F. y Gordon, S. (Eds.). *Statistics for the twenty-first century*. Washington, Mathematical Association of America, p. 14.

Roy, I., Rivas, R., Pérez, M. y Palacios, L. (2019). Correlación: no toda correlación implica causalidad. *Revista Alergia de México,* 66(3), 354-360.

Shulman, L. S. (1987*). Knowledge and teaching: foundations of new reform*. *Harvard Educational Review,* 57 (1), 1-22.

Triola, M. (2018). *Estadística* (12ª ed.). (J. Murrieta, Trad.). México: Pearson Educación.

UNESCO. (2007). *Situación educativa de América latina y el caribe: Garantizando la educación de calidad para todos*. Santiago: UNESCO.

Walpole, R., Myers, R., Myers, S. y Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (9ª Ed.). (L. E. Pineda, Trad.). México: Pearson Educación.

Anexos

Anexo N°1 – Plan de clases utilizado

Plan de Clase N°1

<table>
<tr><td colspan="2">Profesor practicante: Sebastián Oñate Alburquenque</td></tr>
<tr><td>Profesor guía: Pablo Estuardo Awad</td><td>Profesor Tutor: Gonzalo Martínez R.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fecha: 7 de junio</td></tr>
<tr><td>Unidad: Comprender la media muestral, las medidas de dispersión y la correlación.</td><td>Asignatura: Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial</td></tr>
<tr><td>Tiempo disponible: 70 minutos</td><td>Nivel: 3° y 4° medio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos de aprendizaje:
OA 2: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.
OA d: Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.
Actitud: Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo
Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Título de la sesión: Gráfico de dispersión y Correlación</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo de la clase:
Describir la relación entre dos variables en un gráfico de dispersión utilizando la covarianza.
Conocimientos:
Gráfico de Dispersión.
Correlación.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Recursos: PPT Gráfico de dispersión y correlación, Instrumento para medir, Excel, Pizarra virtual.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Indicadores de evaluación:
Diferencian el gráfico de dispersión respecto a otros gráficos.
Reconocen la proporcionalidad en el gráfico de dispersión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Secuencia Didáctica</td></tr>
<tr><td colspan="2">Inicio (12 minutos):
En el inicio de la clase se presentará el objetivo de la clase y la estructura de la clase. A continuación, se presentará el PPT para la clase y se solicitará a los estudiantes dar lectura a tres gráficos (circular, de barras y de dispersión). Para los dos primeros, después de la lectura de cada uno, se les solicitará a los estudiantes reconocer el tipo de gráfico, la información que entregan y la presencia o ausencia de los elementos que los deberían componer para su correcta lectura. Para el tercer gráfico solo se les solicitará a los estudiantes reconocer el tipo de gráfico y la información que les entrega. Se espera que los</td></tr>
</table>

estudiantes sean capaces de extraer la información, pero presenten dificultades para reconocerlo.

Desarrollo (46 minutos):

Para comenzar el desarrollo de la clase se presentará a los estudiantes la definición formal de gráfico de dispersión y se relacionará con el gráfico de dispersión presentado. Luego, se presentará otros tres gráficos de dispersión con distintas variables a los estudiantes y se adjuntará un enlace web para que los estudiantes puedan conocer más representaciones a través de gráficos de dispersión.

Para continuar el desarrollo de la clase se explicará a los estudiantes cómo crear un gráfico de dispersión en Excel paso a paso, para esto se generará una base de datos sobre medidas de la mano con estudiantes voluntarios. En primer lugar, se solicitará a los estudiantes medirse. En segundo lugar, se solicitará llevar los datos a Excel. En tercer lugar, se realizará la construcción del gráfico. A continuación, se solicitará a los estudiantes indicar e interpretar la relación entre las variables del gráfico construido. Se espera que los estudiantes vinculen la relación obtenida con la proporcionalidad directa e inversa.

Para finalizar el desarrollo de la clase se formalizará el concepto de correlación y se explicarán los tipos de correlación (Positiva, Negativa y Nula). Luego, se solicitará a los estudiantes indicar la correlación del gráfico de dispersión creado.

Cierre (12 minutos):

Para el cierre de la clase se preguntará a los estudiantes si se cumplió el objetivo de la clase y se realizará un resumen de la clase solicitando a los estudiantes enunciar los conceptos trabajados en la clase. Además, se les preguntará a los estudiantes que fue lo que más les costó de la clase, con el objetivo de que realicen una metacognición sobre su proceso de aprendizaje

Plan de Clase N°2

Profesor practicante: Sebastián Oñate Alburquenque	
Profesor guía: Pablo Estuardo Awad	**Profesor Tutor:** Gonzalo Martínez R.
Fecha: 9 de junio	
Unidad: Comprender la media muestral, las medidas de dispersión y la correlación	**Asignatura:** Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial
Tiempo disponible: 70 minutos	**Nivel:** 3° y 4° medio

Objetivos de aprendizaje:

OA 2: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA d: Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitud: Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo

Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Título de la sesión: Estimando una recta

Objetivo de la clase:

Determinar la recta que mejor describe una nube de puntos.

Conocimientos:

Gráfico de dispersión.

Función afín.

Recursos: Actividad Clase N°2, Base de datos "Ensayos y Puntaje PSU", Word, Excel, Pizarra Virtual.

Indicadores de evaluación:

Identifica la tendencia lineal en un gráfico de dispersión.

Predice el valor de una variable dependiente en función de una variable independiente.

Secuencia Didáctica

Inicio (12 minutos):

En el inicio de la clase se presentará el objetivo de la clase y la estructura de la clase. A continuación, se presentará el PPT para la clase y se solicitará a los estudiantes describir con sus propias palabras el gráfico de dispersión y la correlación. Luego, se formará una caracterización como curso del gráfico de dispersión y la correlación.

Desarrollo (46 minutos):

En el desarrollo de la clase se presentará a los estudiantes la actividad preparada para la clase, se hará lectura del material en forma conjunta (Instrucciones, preguntas y base de datos). Se dará espacio para resolver dudas. A continuación, se solicitará a los estudiantes reunirse en grupos para trabajar la guía en sus equipos, destacando las oportunidades e importancia del trabajo en equipo e incentivando el respeto entre pares.

Cierre (12 minutos):

Para el cierre de la clase reunirá a todos los estudiantes para que, por equipos, presenten sus resultados. Además, se les preguntará a los estudiantes que fue lo que más les costó, lo que menos les costó y lo que les gustó de la clase.

Primera evaluación (formativa) - Clase N°2

UNIDAD 2

Actividad 2: Determinar la mejor recta que describe una nube de puntos.

Nombres:

Curso: IV° Fecha:

Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

Instrucciones:

-La presente actividad se realiza en grupos de a lo más 5 personas con el objetivo de comunicar, debatir y argumentar sus ideas dentro del grupo.

-Pongan nombres a su hoja de respuesta.

-Pueden responder directamente en este Word o responder en una hoja de papel y adjuntar sus fotografías en el ítem correspondiente.

-Argumenten cada paso y dejen registro de cada cuenta que realicen.

-Deben enviar su archivo al correo sebastian.onate.alburquenque@gmail.com

-El nombre del archivo debe ser "Actividad2-Apellido1-Apellido2-Apellido3-Apellido4-Apellido5".

1. Construyan un gráfico de dispersión en Excel con las variables ***X: N° de ensayos*** e ***Y: Puntaje***. (Consideren título del gráfico, título de los ejes, colores del gráfico, etc.).

2. Describan la forma en que se distribuye la nube de puntos.

3. ¿Qué pueden decir acerca de la relación entre el N° de ensayos y el Puntaje obtenido? Argumenten su respuesta.

4. ¿Cuál es la tendencia que siguen los datos? Señalen el modelo que mejor representa la nube de puntos creada. Argumenten su respuesta.

5. Tracen la recta, de la forma que estimen conveniente, que represente de mejor manera la relación entre el N° de ensayos y el Puntaje.

6. Expliquen la forma en que decidieron trazar la recta y argumenten por qué decidieron trazarla así.

7. ¿Cuál es el puntaje que obtuvo un estudiante que realizó 18 ensayos?

8. ¿Cuál es el puntaje estimado que obtendría un estudiante que realiza 18 ensayos?

9. Se define como **residuo** a la diferencia entre un valor observado y un valor estimado, siendo el valor observado uno de los puntos del gráfico y el valor estimado un valor de la recta. Calculen el residuo del puntaje de un estudiante que realiza 18 ensayos.

10. Estimen el puntaje que obtendría un estudiante al realizar 25 ensayos. Expliquen de qué forma estimaron el puntaje

11. Estimen la cantidad de ensayos que realizó un estudiante que obtuvo 720 puntos de puntaje. Expliquen la forma en que estimaron la cantidad de ensayos.

Base de datos para la primera evaluación (formativa) – Clase N°2

Estudiante	Nº de ensayos	Puntaje	Estudiante	Nº de ensayos	Puntaje	Estudiante	Nº de ensayos	Puntaje	Estudiante	Nº de ensayos	Puntaje
1	8	583	**76**	11	556	**151**	12	629	**226**	14	674
2	9	616	**77**	8	547	**152**	5	457	**227**	6	539
3	13	654	**78**	9	562	**153**	10	625	**228**	9	531
4	4	426	**79**	7	511	**154**	3	436	**229**	1	341
5	8	494	**80**	7	521	**155**	6	503	**230**	11	546
6	9	540	**81**	8	475	**156**	3	424	**231**	13	700
7	6	452	**82**	17	719	**157**	4	462	**232**	4	427
8	12	660	**83**	3	474	**158**	5	511	**233**	10	575
9	13	580	**84**	11	615	**159**	10	540	**234**	10	634
10	4	488	**85**	8	578	**160**	8	600	**235**	3	413
11	5	545	**86**	9	570	**161**	7	483	**236**	8	605
12	6	492	**87**	0	352	**162**	10	527	**237**	2	419
13	5	519	**88**	6	447	**163**	4	429	**238**	3	428
14	6	530	**89**	3	389	**164**	6	473	**239**	5	584
15	12	606	**90**	13	622	**165**	14	627	**240**	8	583
16	4	516	**91**	12	628	**166**	10	556	**241**	10	552
17	7	528	**92**	9	593	**167**	0	350	**242**	4	415
18	3	488	**93**	11	642	**168**	14	734	**243**	4	429
19	12	614	**94**	12	580	**169**	3	461	**244**	7	530
20	5	498	**95**	13	646	**170**	9	512	**245**	9	607
21	5	446	**96**	11	599	**171**	10	527	**246**	6	456
22	10	534	**97**	5	506	**172**	17	724	**247**	10	595
23	9	569	**98**	6	489	**173**	3	474	**248**	8	550
24	4	479	**99**	10	551	**174**	10	598	**249**	3	506
25	5	490	**100**	13	614	**175**	10	644	**250**	2	417
26	9	494	**101**	8	501	**176**	16	728	**251**	8	563
27	8	490	**102**	4	461	**177**	1	381	**252**	4	463
28	8	581	**103**	7	506	**178**	9	576	**253**	7	524
29	5	512	**104**	7	547	**179**	12	635	**254**	8	489
30	5	512	**105**	8	542	**180**	5	533	**255**	3	435
31	5	526	**106**	11	601	**181**	10	526	**256**	12	568
32	11	634	**107**	8	598	**182**	7	509	**257**	9	603
33	4	456	**108**	12	572	**183**	4	425	**258**	2	389
34	5	530	**109**	4	424	**184**	5	515	**259**	7	535
35	14	587	**110**	5	445	**185**	7	548	**260**	5	471
36	11	566	**111**	10	648	**186**	1	407	**261**	9	524
37	11	606	**112**	7	525	**187**	10	657	**262**	8	534
38	4	461	**113**	12	568	**188**	2	408	**263**	20	750
39	7	542	**114**	3	498	**189**	3	401	**264**	4	473
40	8	522	**115**	14	644	**190**	8	527	**265**	9	530
41	0	342	**116**	7	507	**191**	8	604	**266**	5	513
42	8	540	**117**	4	502	**192**	10	627	**267**	8	562
43	7	504	**118**	3	387	**193**	13	721	**268**	8	566
44	11	589	**119**	11	622	**194**	7	500	**269**	9	593
45	8	525	**120**	7	569	**195**	12	626	**270**	2	409
46	5	519	**121**	3	504	**196**	10	595	**271**	8	557
47	1	448	**122**	12	589	**197**	1	366	**272**	12	635
48	9	620	**123**	16	717	**198**	6	506	**273**	8	545
49	14	621	**124**	6	463	**199**	11	573	**274**	7	550
50	8	528	**125**	3	469	**200**	10	581	**275**	10	579
51	4	498	**126**	6	513	**201**	11	578	**276**	3	478
52	10	621	**127**	6	517	**202**	9	660	**277**	17	724
53	12	642	**128**	5	456	**203**	9	553	**278**	8	577
54	8	607	**129**	5	508	**204**	1	383	**279**	11	677
55	3	442	**130**	1	415	**205**	5	518	**280**	3	426
56	8	536	**131**	10	632	**206**	8	558	**281**	10	588
57	4	459	**132**	10	622	**207**	6	473	**282**	6	520
58	10	591	**133**	9	564	**208**	11	625	**283**	1	419
59	14	612	**134**	10	537	**209**	7	477	**284**	1	414
60	4	489	**135**	7	490	**210**	4	436	**285**	7	566
61	13	607	**136**	11	554	**211**	15	629	**286**	13	590
62	5	473	**137**	4	459	**212**	9	552	**287**	15	660
63	11	599	**138**	14	655	**213**	10	640	**288**	21	791
64	2	475	**139**	11	591	**214**	11	581	**289**	18	653
65	8	464	**140**	3	469	**215**	6	548	**290**	7	519
66	6	514	**141**	7	472	**216**	12	690	**291**	14	627
67	9	563	**142**	8	502	**217**	6	542	**292**	11	666
68	16	694	**143**	3	447	**218**	5	529	**293**	9	559
69	2	424	**144**	7	545	**219**	12	700	**294**	6	491
70	6	503	**145**	10	639	**220**	2	424	**295**	1	341
71	8	537	**146**	0	439	**221**	12	625	**296**	9	541
72	12	650	**147**	7	558	**222**	7	502	**297**	12	655
73	2	454	**148**	10	586	**223**	5	525	**298**	4	479
74	6	544	**149**	5	488	**224**	11	530	**299**	7	487
75	9	572	**150**	3	396	**225**	6	508	**300**	11	551

Plan de Clase N°3

Profesor practicante: Sebastián Oñate Alburquenque	
Profesor guía: Pablo Estuardo Awad	**Profesor Tutor:** Gonzalo Martínez R.
Fecha: 14 de junio	
Unidad: Comprender la media muestral, las medidas de dispersión y la correlación	**Asignatura:** Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial
Tiempo disponible: 70 minutos	**Nivel:** 3° y 4° medio

Objetivos de aprendizaje:

OA 2: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b: Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d: Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitud: Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo

Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Título de la sesión: Coeficiente de correlación.

Objetivo de la clase:

Determinar e interpretar el coeficiente de correlación

Conocimientos:

Coeficiente de correlación

Recursos: PPT Coeficiente de correlación, Pizarra Virtual, Excel, Enlace Correlaciones espurias (http://www.tylervigen.com/spurious-correlations).

Indicadores de evaluación:

Analizan la tendencia de una nube de puntos y el grado de relación entre las variables.
Discuten la dependencia y la causalidad entre variables.

Secuencia Didáctica

Inicio (12 minutos):

Para comenzar el inicio de la clase se presentará a los estudiantes el objetivo de la clase y se explicará la estructura de la clase. A continuación, se presentará el PPT para la clase y se solicitará a los estudiantes ver dos gráficos de dispersión con tendencia lineal (uno más que el otro). Además, se preguntará a los estudiantes si observan la tendencia y se preguntará a el nombre. Luego, se presentará la idea de "perfección de una tendencia lineal" con el objetivo de que los estudiantes esbocen ideas acerca del grado de asociación lineal de dos variables.

Desarrollo (46 minutos):

Para comenzar el desarrollo de la clase se formalizará el concepto de coeficiente de correlación lineal y se dará a conocer su fórmula. Solo se mencionarán las partes de la fórmula. A continuación, se presentará una tabla que permite interpretar el valor del coeficiente de correlación, haciendo énfasis en que el signo representa el tipo de

correlación y el valor absoluto del coeficiente la fuerza de la correlación. Luego, se presentará cómo calcular el coeficiente de correlación a través de Excel, se pedirá el valor y la interpretación. Además, se solicitará calcular el coeficiente de la actividad de la clase N°2.

Para continuar el desarrollo de la clase, se presentará la historia y los datos sobre el mito de las cigüeñas y los bebes y se solicitará a los estudiantes copiar los datos en un Excel personal, realizar la gráfica de dispersión y calcular e interpretar el coeficiente de correlación. Además, se realizarán preguntas orientadoras para descubrir la casualidad de la situación.

Finalmente, se presentará una actividad para que los estudiantes calculen e interpreten el coeficiente de correlación mediante Excel, y puedan obtener conclusiones a partir de este.

Cierre (12 minutos):

Para el cierre de la clase se presentará a los estudiantes una página web que contiene relaciones espurias (falsas o ilegitimas), para destacar la importancia de la causalidad y casualidad entre variables. Además, se preguntará a los estudiantes si se cumplió el objetivo de la clase, que fue lo que más les costó y que fue lo que más les gustó.

Plan de Clase N°4

Profesor practicante: Sebastián Oñate Alburquenque	
Profesor guía: Pablo Estuardo Awad	**Profesor Tutor:** Gonzalo Martínez R.
Fecha: 23 de junio	
Unidad: Comprender la media muestral, las medidas de dispersión y la correlación	**Asignatura:** Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial
Tiempo disponible: 70 minutos	**Nivel:** 3° y 4° medio

Objetivos de aprendizaje:

OA 2: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b: Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d: Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitud: Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo

Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Título de la sesión: Modelo de Regresión Lineal

Objetivo de la clase:

Deducir el Modelo de Regresión Lineal Simple.

Conocimientos:

Modelo de regresión lineal simple.

Recursos: PPT Modelo de Regresión Lineal Simple, Excel, Pizarra Virtual.

Indicadores de evaluación:

Comprenden el modelo de Regresión Lineal Simple

Interpretan los coeficientes del Modelo de Regresión Lineal Simple

Secuencia Didáctica

Inicio (12 minutos):

En el inicio de la clase se presentará el objetivo de la clase y se explicará la estructura de la clase. A continuación, se presentará el PPT para la clase y se presentará una situación a los estudiantes sobre el Índice de Vulnerabilidad Escolar de 56 colegios de la comuna de Santiago y sus respectivos puntajes promedios PSU entre lenguaje y matemática. Se presentará a los estudiantes la definición de IVE y se debatirá acerca de la relación entre las variables, la causalidad e hipótesis de la tendencia.

Desarrollo (46 minutos):

En el desarrollo de la clase se construirá el gráfico de dispersión de la situación y se preguntará por la tendencia de la nube de puntos (los estudiantes deben seguir el proceso desde su computador). Luego, se consultará a los estudiantes como obtener puntajes e índices de puntos que no estén en el gráfico. A continuación, se invitará a los estudiantes a traducir la situación a lenguaje matemático, se trazará la mejor recta y se obtendrá la ecuación de esta mediante Excel. Luego, se explicará a los estudiantes por qué es la mejor

recta trazada y se calculará la distancia entre un punto observado y un punto estimado de la recta para introducir la noción de residuo. A continuación, se explicará a los estudiantes el procedimiento de la obtención de la recta ajustada a través de mínimos cuadrados. Finalmente, se recordará los componentes de la función afín con el objetivo de interpretar los coeficientes de la recta ajustada en el contexto (Puntaje PSU según IVE).

Cierre (12 minutos):

Para el cierre de la clase se formalizará el concepto de Modelo de Regresión lineal mediante un esquema y se presentará un ejercicio para que los estudiantes puedan resolver en forma autónoma. Se dará espacio a consultas.

Segunda evaluación (final) – Clase N°5

UNIDAD 2

Evaluación: Gráfico de dispersión, Coeficiente de correlación y Modelo de Regresión Lineal Simple.

Nombres:

Curso: IV°

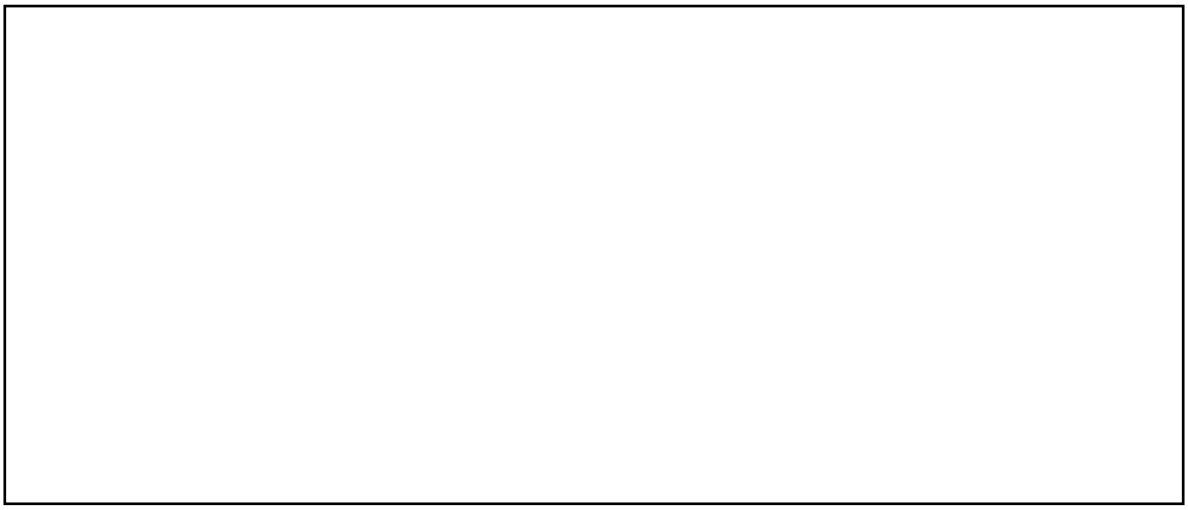
Objetivo de aprendizaje: Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

Instrucciones:

- Para desarrollar esta evaluación debes utilizar la base de datos Censo 2017_Densidad_Hogares adjunta al correo enviado.
- Registra tus respuestas en este documento en los espacios indicados.
- Una vez terminada la evaluación, un representante del equipo debe subir el documento a la tarea asignada al *classroom*.
- La evaluación tiene un puntaje total de 25 puntos.
- Tienen 70 minutos para resolver la evaluación (duración de la clase).

1. La base de datos "Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx" muestra los resultados acerca de la Densidad de la población, número de personas que viven en un territorio expresado en km^2, y la cantidad de hogares. A continuación, respondan lo siguiente:

a) Construye un gráfico de dispersión en Excel (considera título del gráfico y títulos de los ejes) con las variables $\boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{Densidad\ de\ la\ población}$ e $\boldsymbol{Y}$: $\boldsymbol{Cantidad\ de\ hogares}$**.** Exporta como imagen el gráfico **(4 puntos)**
Gráfico:



b) ¿Qué tipo de relación lineal presentan las variables? **Argumenta tu respuesta. (2 puntos)**

Respuesta:

c) ¿Qué valor tiene el Coeficiente de correlación? **Calcula e Interpreta el r. (4 puntos)**

Respuesta:

d) Considerando el gráfico de la pregunta a), agrega la recta de regresión ("Modelo de regresión") en Excel. **Señala la ecuación generada. (3 puntos)**

Respuesta:

e) ¿Qué significa la pendiente en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta:

f) ¿Qué significa el coeficiente de posición en este caso? **(4 puntos)**

Respuesta:

g) Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor de la Densidad de la población de una región “X” fuera de 480. ¿Cuál sería la estimación de la Cantidad de Hogares? **(2 puntos)**

Respuesta:

h) Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor de la Cantidad de Hogares de una región “Y” fuera de 30000. ¿Cuál sería la estimación de la Densidad de la población? **(2 puntos)**

Respuesta:

Base de datos para la segunda evaluación (final) – Clase N°5

Región	Densidad de la población (km2)	Cantidad de hogares (en miles)
I de Tarapacá	7,82	97,693
II de Antofagasta	4,82	174,314
III de Atacama	3,78	88,706
IV de Coquimbo	18,67	240,317
V de Valparaíso	111,27	608,949
VI del Libertador Gral Bernardo O'Higgins	55,93	301,717
VII del Maule	34,47	351,509
VIII de Biobío	64,95	507,241
IX de la Araucanía	30,08	317,525
X de Los Lagos	17,11	277,482
XI de Aysén del General Carlos Ibañez del Campo	0,96	34,609
XII de Magallanes y de la Antártica Chilena	0,12	53,832
XIII Metropolitana de Santiago	462	2238,179
XIV de Los Ríos	21,07	128,984
XV de Arica y Parinacota	13,4	66,842
XVI del Ñuble	36,67	163,738

Anexo N°2 – Presentaciones PowerPoint de las clases realizadas.

Material Clase N°1

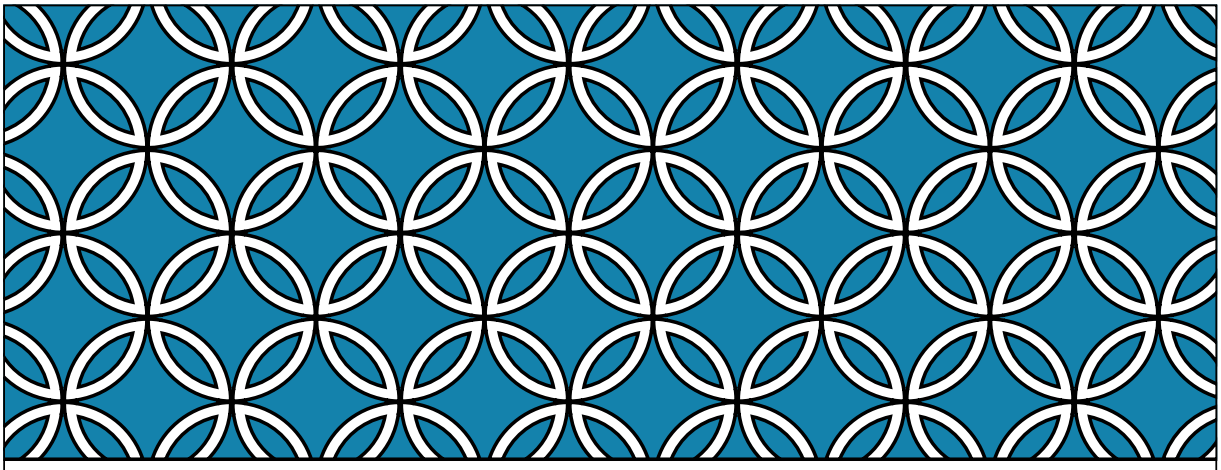


GRÁFICO DE DISPERSIÓN Y CORRELACIÓN

Diferenciado Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial

7 de junio

OBJETIVO DE LA CLASE

Describir la relación entre dos variables en un gráfico de dispersión.

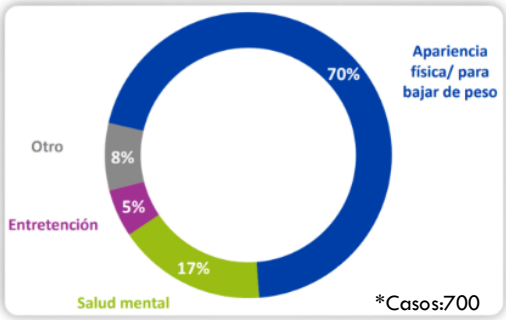
RECORDEMOS ALGUNOS GRÁFICOS

¿Qué tipo de gráfico es?

¿Qué información te entrega el gráfico?

¿Qué elementos posee el gráfico?

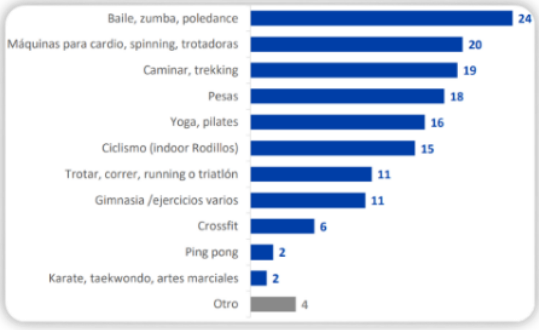
Razones para hacer deporte en mujeres y hombres chilenos



Fuente: Estudio Deporte y Vida Sana CADEM Mayo 2021

VEAMOS EL SIGUIENTE GRÁFICO

Deportes o actividad física realizada en pandemia



¿Qué información te entrega el gráfico?

¿Qué elementos posee el gráfico?

¿Qué tipo de gráfico es?

¿Le faltan elementos al gráfico?

¿Qué información te entrega el gráfico?

¿Qué significan los puntos?

¿Qué tipo de gráfico es?

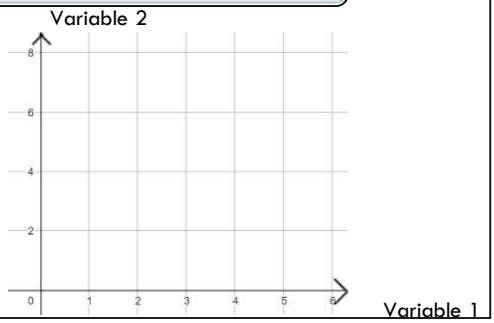
Longitud alcanzada en salto por un atleta

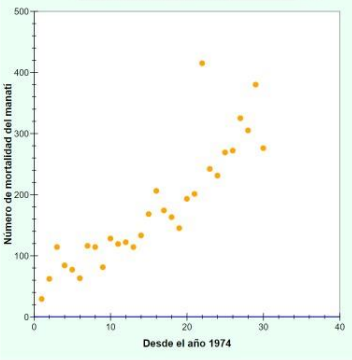
¿Y ESTE GRÁFICO?

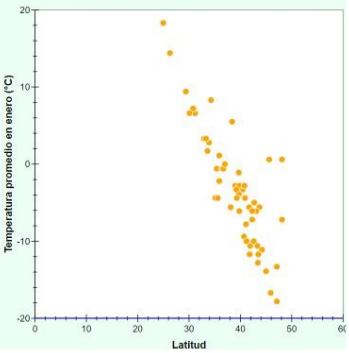
GRÁFICO DE DISPERSIÓN O NUBE DE PUNTOS

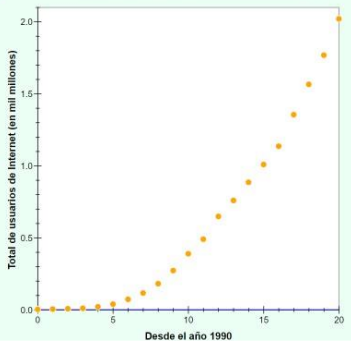
Una **nube de puntos** corresponde a la gráfica de dispersión de un conjunto de pares ordenados en el plano cartesiano, en la que las coordenadas de cada punto corresponden a una variable cuantitativa en estudio.

En otras palabras, es una representación grafica en el plano cartesiano para dos variables cuantitativas de un conjunto de datos, que se realiza a través de pares ordenados.









EJEMPLOS DE GRÁFICOS DE DISPERSIÓN

Fuente:
www.curriculumnacional.cl/614/articles-89463_recurso_html.html

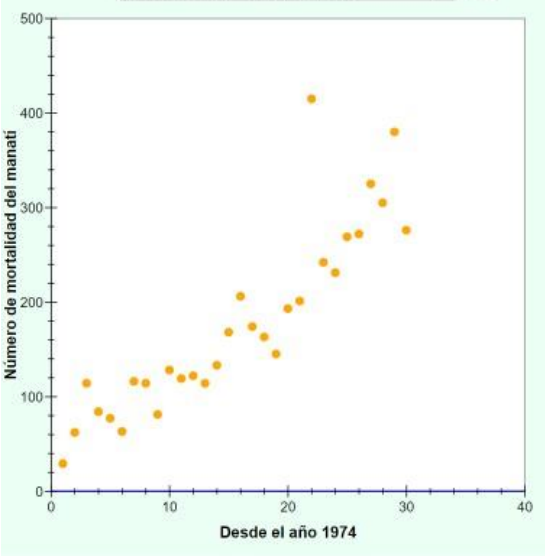
ANALICEMOS EL PRIMER GRÁFICO

¿Qué información te entrega el gráfico?

¿Qué puedes concluir a partir del gráfico de dispersion?

¿Qué sucede con la mortalidad del manatí al pasar el tiempo?

¿Cómo estimarías la vida del manatí al año 40?



¿CREES QUE EXISTE RELACIÓN ENTRE…

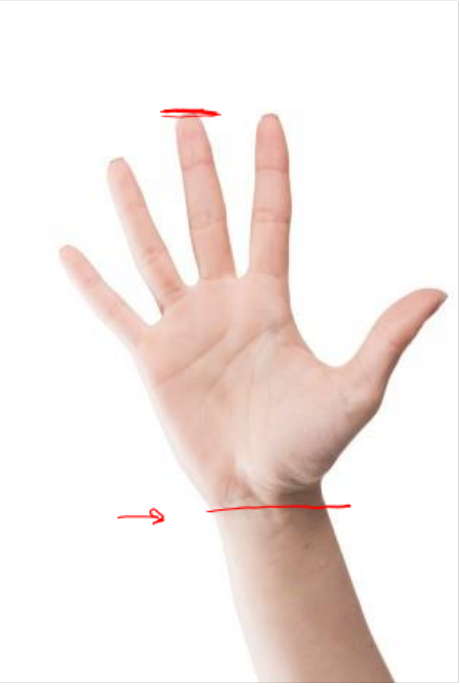
…la cantidad de comida, en kilos, que come un perro al día y su masa?

…la rapidez de un futbolista y la cantidad de goles que marca por partido?

…el monto diario que gana un gasfitero y el número decalefont's que repara?

EJERCICIO N°1: CREAR UN GRÁFICO DE DISPERSIÓN

1. Abre una hoja de calculo en Excel y guárdalo en tu computador.
2. Generemos un conjunto de datos de dos variables cuantitativas (Largo del dedo Medo y Largo de la mano).
3. Ingresemos en Excel los datos de algunos voluntarios. (:



CONSTRUIR GRÁFICO DE DISPERSIÓN

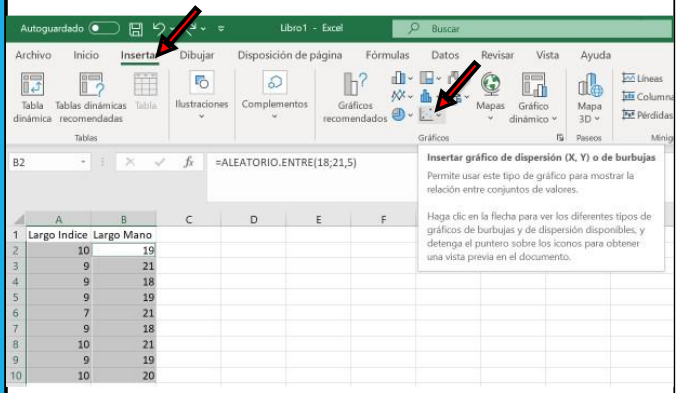
Paso 1:

Seleccionar los datos de la variable “Largo Medio”.

Presionar Ctrl y seleccionar los datos de la variable “Largo Mano”.

Seleccionar pestaña Insertar.

En Gráficos, seleccionar gráfico de Dispersión.



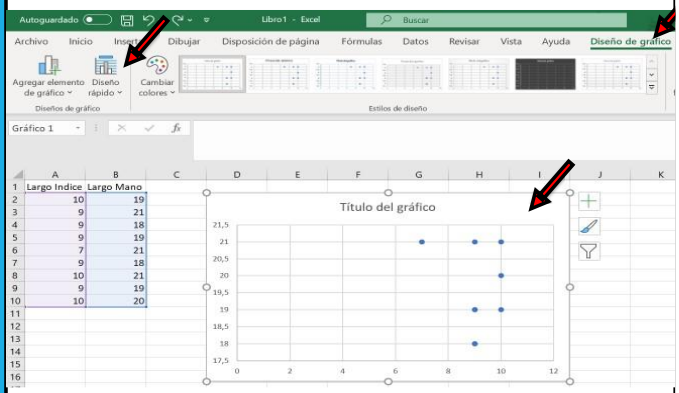
CONSTRUIR GRÁFICO DE DISPERSIÓN

Paso 2:

Hacer clic sobre el gráfico y seleccionar pestaña Diseño de gráfico.

En Diseños de gráfico, seleccionar un diseño rápido o agregar los elementos del gráfico por separado.

Considerar título del gráfico, título de los ejes, leyendas, colores, etc.



SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS DEL GRÁFICO

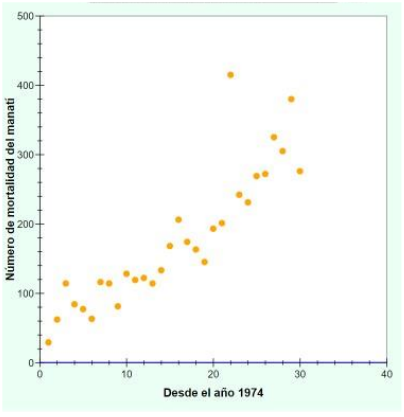
¿Existe relación entre las variables? ¿Qué relación observan?

Cuando aumenta el Largo del dedo Medio ¿Qué sucede con el largo de la mano?

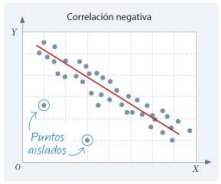
¿Conocen un tipo de relación entre variables que tenga estas características?

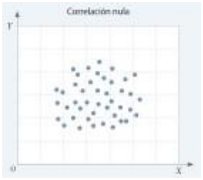
CORRELACIÓN: RELACIÓN ENTRE VARIABLES

Cuando un gráfico de dispersión tiene una tendencia lineal en semejante a una recta, se dice que las variables están **correlacionadas linealmente.**



TIPOS DE CORRELACIÓN





Existen 3 tipos de correlación

- **Correlación Positiva:**

Los valores de ambas variables aumentan o disminuyen simultáneamente.

- **Correlación Negativa:**

Los valores de una variable aumentan y los de la otra disminuyen

- **Correlación Nula:**

La relación entre las variables no es clara. No se puede representar con una línea recta.

¿QUÉ CORRELACIÓN TIENEN LAS VARIABLES DE NUESTRO EJERCICIO?

¿Positiva, Negativa o Nula? ¿Por qué?

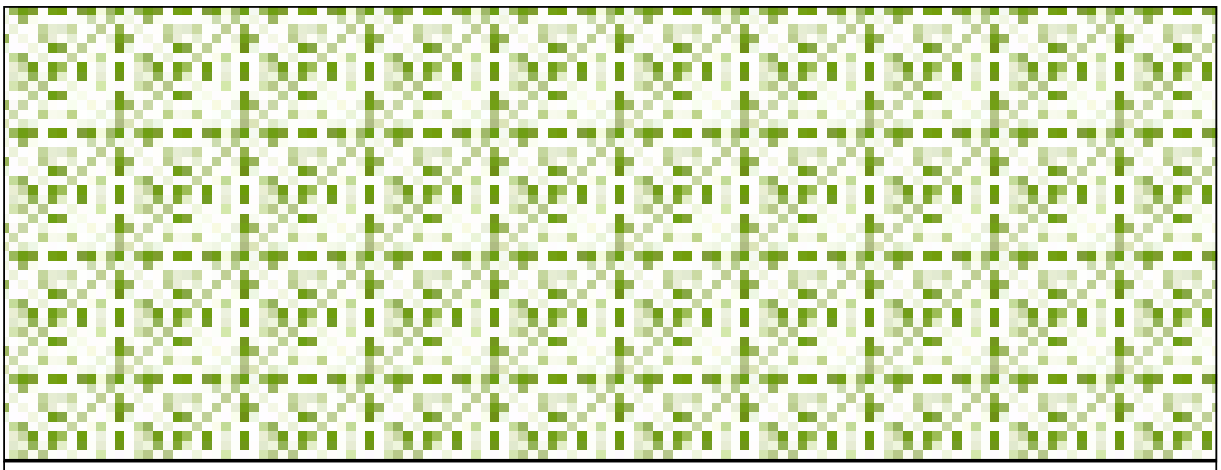
PARA FINALIZAR

¿Se cumplió el objetivo de la clase?

¿Qué conceptos nuevos aprendiste hoy?

¿Qué fue lo mas difícil de aprender?

Material Clase N°3



COEFICIENTE DE CORRELACIÓN

Diferenciado Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial
9 de junio

OBJETIVO DE LA CLASE

Determinar e Interpretar el coeficiente de correlación.

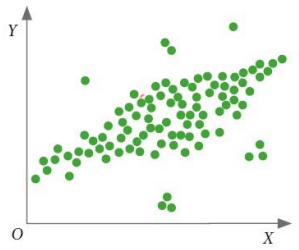
OBSERVA LOS SIGUIENTES GRÁFICOS

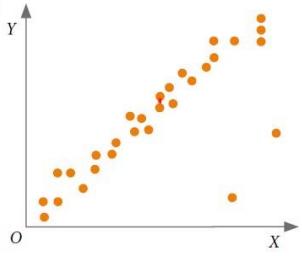
¿Observas asociación o tendencia entre las variables?

¿Qué nombre recibe ese tipo de relación?

¿En cuál de los dos gráficos dirían que la relación es más "perfecta"?

¿Existirá una medida que indique la aproximación de la nube de puntos a una recta?





COEFICIENTE DE CORRELACIÓN

Es una medida que permite cuantificar cuanto una nube de puntos se aproxima de una recta. En otras palabras, es la medida de la fuerza o el "grado de asociación" entre dos variables.

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

S_{xy}: Covarianza entre X e Y

S_x: Desviación estándar de X

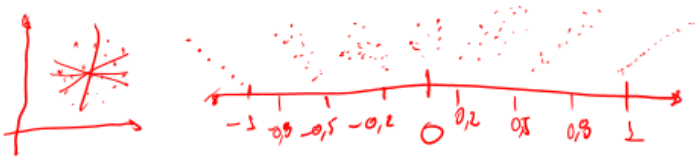
S_y: Desviación estándar de Y

INTERPRETACIÓN DEL COEF. DE CORRELACIÓN

Valor	Fuerza de la relación lineal
0	Correlación Nula
Hasta $\pm 0{,}2$	Correlación Débil
Hasta $\pm 0{,}5$	Correlación Moderada
Hasta $\pm 0{,}8$	Correlación Fuerte
± 1	Correlación Perfecta

El signo del coeficiente de correlación indica el tipo de correlación.
El modulo del coeficiente indica la fuerza de la correlación.

INTERPRETACIÓN DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN



ACTIVIDAD N°1

¿Cuál será el grado de asociación entre las variables que medimos el otro día? (X: Largo del dedo medio e Y: Largo de la mano)

Calculemos e interpretemos el coeficiente de correlación mediante Excel. (:

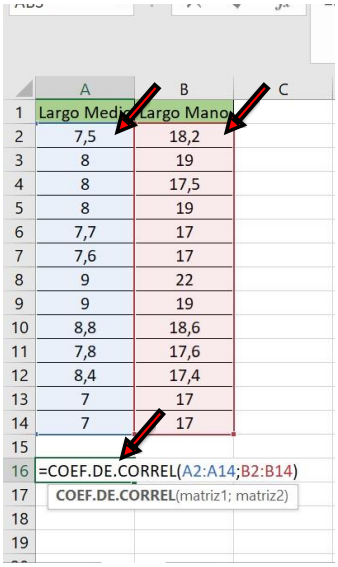
Pasos

Digitar =COEF.DE.CORREL(en una celda vacía.

Seleccionar con el mouse los datos de la variable X (A2:A14 en nuestro caso)

Digitar ; y seleccionar con el mouse los datos de la variable Y (B2:B14 en nuestro caso)

$¿r = ?$ Y ¿Qué significa ese valor?



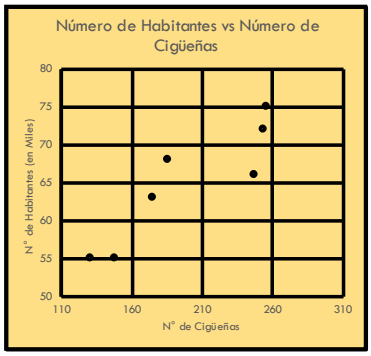
RELACIÓN, CAUSALIDAD Y CASUALIDAD

¿Conocen la historia de las cigüeñas y las guaguas?

El mito viene de la siguiente situación.

Número de cigüeñas y habitantes entre 1930 y 1936 en Oldenburg, Holanda.		
Año	N° de Cigüeñas X	N° Habitantes (en miles) Y
1930	130	55
1931	148	55
1932	175	63
1933	185	68
1934	247	66
1935	253	72
1936	255	75
Fuente: Box, Hunter &Hunter, 1978		

ACTIVIDAD N°2



El gráfico muestra una clara tendencia lineal entre las variables.

$r = 0{,}81$

Sin embargo, es sabido que las cigüeñas no guardan relación con el nacimiento de los niños.

Por lo tanto, correlación no implica causalidad

¿Cuál puede ser la explicación? ¿Qué variable tienen el común?

El tiempo, la causa de tan alta correlación es una tercera variable que influye en ambas variables.

CORRELACIONES ESPURIAS (FALSAS O ILEGITIMAS)

Correlaciones espurias (tylervigen.com)

Correlación no implica causalidad. Aunque una alta correlación causada por casualidad no impide que las variables independientes X sean buenas predictoras de las variables dependientes Y.

ACTIVIDAD N°3

Se dispone de las calificaciones de 15 estudiantes en un examen de Inglés (en una escala de 0 a 10 puntos):

Notas en inglés de una muestra de 15 estudiantes															
Estudiante	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Notas en Inglés	3	5	1	10	6	4	2	7	3	9	8	5	8	4	4

Además, se dispone de otras dos calificaciones: Francés y Artes, pero se ha perdido la etiqueta que los identificaba. En virtud de que existen personas con aptitudes naturales para aprender lenguas extranjeras, como otras que son negadas para ello, lo que implica una mayor asociación lineal entre idiomas, por sobre idioma y artes, ¿ Cuál de las asignaturas A o B es francés y cuál dibujo técnico?

Notas en A / B de una muestra de 15 estudiantes															
Estudiante	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Nota A	8	7	6	8	2	6	0	7	7	8	2	4	1	9	1
Nota B	4	3	3	8	8	6	1	6	3	7	7	6	9	5	3

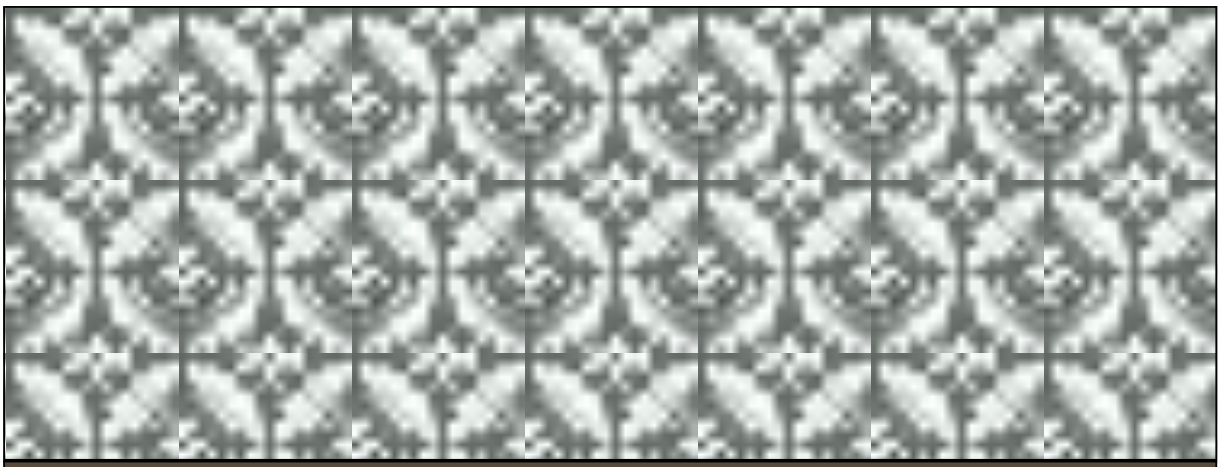
PARA FINALIZAR

¿Cómo le explicarías a un compañero que es el coeficiente de correlación?

¿Qué entendiste por causalidad?

¿Cómo se calcula el coeficiente de correlación en Excel?

Material Clase N°4



MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

Diferenciado Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial

OBJETIVO DE LA CLASE

Deducir el modelo de regresión lineal simple mediante las funciones de Excel.

VEAMOS LA SIGUIENTE SITUACIÓN

A continuación, tenemos la información sobre el IVE y el desempeño en la PSU (Promedio entre Lenguaje y Matemática) de 56 colegios de la comuna de Santiago, pero ¿Qué es el IVE?

EL Índice de Vulnerabilidad Escolar (IVE) es un indicador, que oscila entre 0% y 100%, utilizado para medir el riesgo de deserción escolar en un establecimiento escolar, a través de una evaluación socioeconómica de sus estudiantes.

¿Qué ocurrirá con los puntajes PSU al aumentar el IVE?

¿Influye el IVE en el rendimiento académico?

	Nombre	IVE	Puntaje promedio PSU Lenguaje-Matemática
2	LICEO INSTITUTO NACIONAL	0,48	650
3	LICEO JAVIERA CARRERA	0,56	617
4	LICEO ISAURA DINATOR DE GUZMAN	0,72	496
5	LICEO BICENTENARIO TERESA PRATS	0,75	546
6	LICEO NRO 2 MIGUEL LUIS AMUNATEGUI	0,69	501
7	LICEO DE APLICACION RECTOR JORGE E SCHNE	0,58	552
8	LICEO MANUEL BARROS BORGONO	0,75	549
9	LICEO CONFEDERACION SUIZA	0,66	491
10	LICEO POLIV.LIB. GRAL JOSE DE SAN MARTIN	0,65	465
11	LICEO DARIO SALAS	0,74	497
12	INTERNADO NACIONAL BARROS ARANA	0,65	576
13	LICEO INDUSTRIAL ELIODORO GARCIA ZEGERS	0,76	454
14	LICEO POLITEC. PDTE. GABRIEL GONZALEZ VIDELA	0,63	452
15	INST.SUP.DE COMERCIO EDUARDO FREI M.	0,72	494
16	LICEO TECNICO A N° 27 CLELIA CLAVEL DINAT	0,81	446
17	LICEO POLIVALENTE A-28 EMILIA TORO DE BAL	0,88	432
18	INSTITUTO COMERCIAL ELIODORO DOMINGUEZ DOMINGUEZ	0,76	506
19	LICEO COMERCIAL JOAQUIN VERA MORALES	0,81	468

ANALICEMOS LA SITUACIÓN

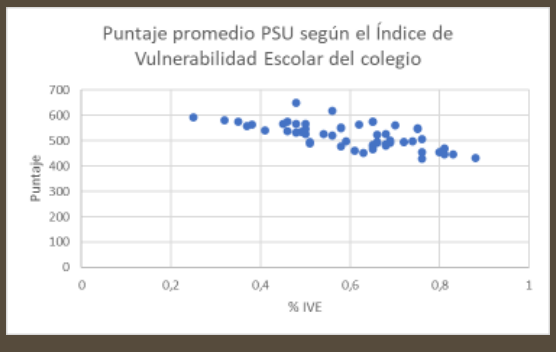
¡Construyamos el gráfico de dispersión de los datos! (:

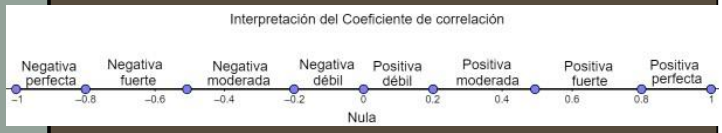
¿Cuál es la variable independiente? ¿ Cual es la dependiente?

$X: IVE \; e \; Y: Puntaje promedio \; PSU$

¿Qué ocurre con la tendencia de los datos?

¿Cómo podremos saber el puntaje de un colegio que tenga un IVE de 0,2%? ¿Y uno que tenga IVE de 0,9%?



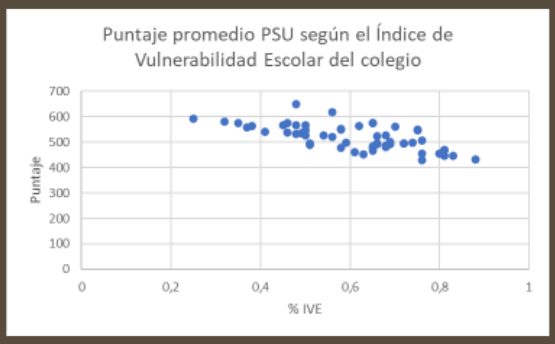


¿CÓMO PODREMOS ESTIMAR?

"Traduzcamos" la situación a lenguaje matemático.

Podemos trazar una recta, pero ¿Por donde?

Ajustemos la mejor recta posible! (:



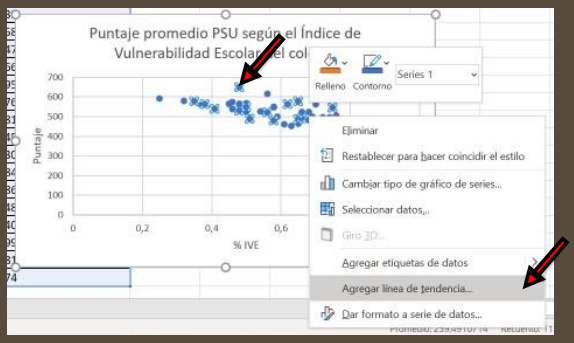
MODELEMOS LA TENDENCIA DE LOS DATOS

Ajustemos una recta y obtengamos su ecuación.

Pasos

Dar clic izquierdo sobre cualquier punto del gráfico

Seleccionar agregar línea de tendencia…

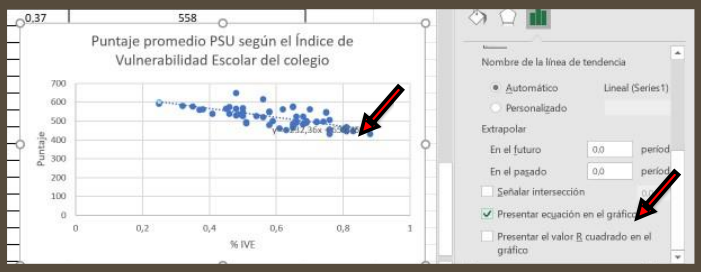


MODELEMOS LA TENDENCIA DE LOS DATOS

Pasos

Bajar en el menú desplegado y seleccionar Presentar ecuación en el gráfico

Mover la ecuación a un lugar visible

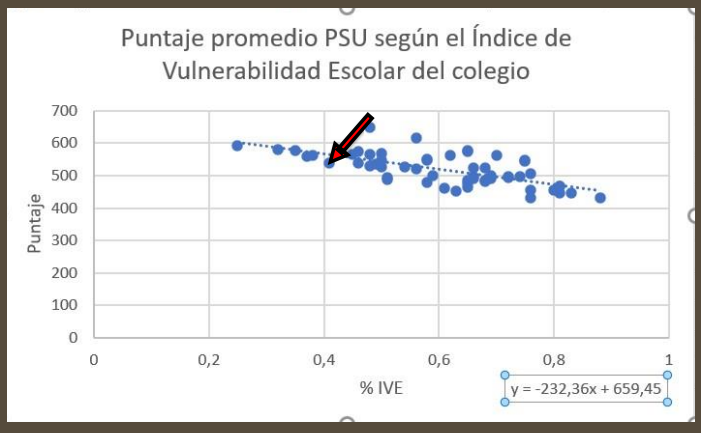


¿POR QUÉ ES LA MEJOR RECTA?

La recta trazada mediante Excel, es la que minimiza la mayor cantidad de distancias entre los puntos y la recta.

Ejemplo:

Veamos la distancia entre el punto (0,41, 540) y su estimado mediante la recta obtenida.



¿CÓMO SE OBTIENE ESTA RECTA?

La idea de ajuste es encontrar la recta de la forma $y = ax + b$ que se encuentre "más próxima" a la nube de puntos.

La idea de proximidad se traduce en encontrar a y b tal que la suma de los residuos sea mínima, es decir:

¿QUÉ SIGNIFICAN LOS COEFICIENTES DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA?

Recordemosun poco la función afín

Es una función de la forma $\hat{y} = ax + b$ y que representa una rectaen el plano.

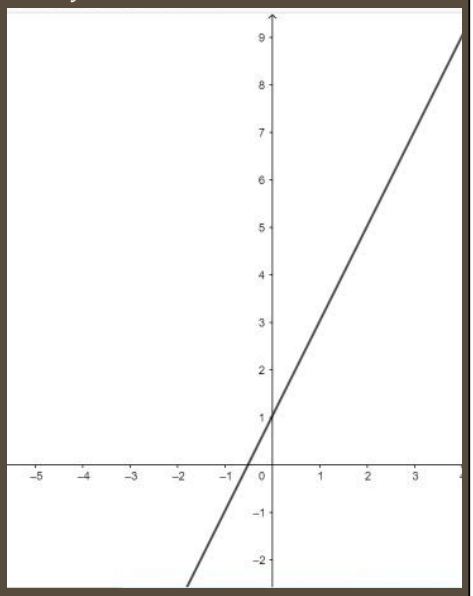
Donde

a corresponde a la pendiente o variación de y con respectoa x

b corresponde al coeficiente de posición o corte con el eje y

Ejemplo:

$y = 2x + 1$



¿QUÉ SIGNIFICAN LOS COEFICIENTES DE NUESTRA RECTA?

Ecuación de nuestra recta

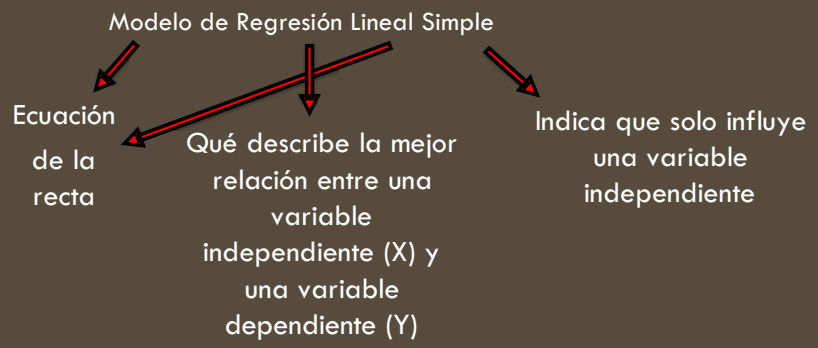
$$\hat{y} = -236{,}36x + 659{,}45$$

$a = -236{,}36$

$b = 659{,}45$

PARA FINALIZAR…

¿Qué es el modelo de regresión lineal simple?



ACTIVIDAD

Ajustar el modelo de regresión lineal simple para estimar la nota de Francés según la nota de Inglés:

¿Cuál es el modelo?

¿Qué significa la pendiente?

¿Qué significa el coeficiente de posición?

¿Se puede estimar el puntaje de un estudiante que tenga 11 puntos? ¿Por qué?

Notas de una muestra de 15 estudiantes en Inglés y Francés (en una escala de 0 a 10 puntos)		
Estudiante	Notas en Inglés	Notas en Francés
1	3	4
2	5	3
3	1	3
4	10	8
5	6	8
6	4	6
7	2	1
8	7	6
9	3	3
10	9	7
11	8	7
12	5	6
13	8	9
14	4	5
15	4	3

Anexo N°3 – Validación de la rúbrica para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático

Constancia de validación del profesor Sebastián Aguirre

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Constancia de validación

A continuación, se presenta la pauta para la validación del instrumento "Rúbrica para medir el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático" que está compuesta por escalas de tipo Likert para cada indicador de la rúbrica. Por favor complete los campos asignados marcando con una X su apreciación.

- Indicador N.°1

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						X
• Los niveles de logro son adecuados						X
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						X

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sin observaciones.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°2

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						X
• Los niveles de logro son adecuados						X
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						X

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 2:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sin observaciones.

- Indicador N.°3

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						X
• Los niveles de logro son adecuados						X
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						X

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 3:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sin observaciones.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°4

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						X
• Los niveles de logro son adecuados						X
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						X

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sin observaciones.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°5

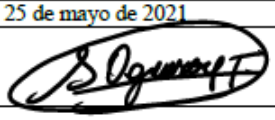
Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						X
• Los niveles de logro son adecuados						X
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						X

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 5:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sin observaciones.

Validación general de la rúbrica

Apruebo el instrumento	x
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática
Identificación del experto

Nombre y Apellidos	Sebastián Aguirre Fernández
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo)	Profesor de Matemática, Magister en educación y gestión universitaria. Colegio Pedro de Valdivia Agustinas
Correo electrónico	seb.aguirre.f@gmail.com
Teléfono o celular	+56979323852
Fecha de validación	25 de mayo de 2021
Firma	

Muchas gracias por su valiosa contribución a la validación de la rúbrica.

Constancia de validación del profesor Pablo Estuardo

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Constancia de validación

A continuación, se presenta la pauta para la validación del instrumento "Rúbrica para medir el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático" que está compuesta por escalas de tipo Likert para cada indicador de la rúbrica. Por favor complete los campos asignados marcando con una X su apreciación.

- Indicador N.°1

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						x
• Los niveles de logro son adecuados						x
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						x

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Es claro. No existen motivos.
Motivos por los que se considera no pertinente	Es pertinente. No existen motivos.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Todo bien.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°2

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						x
• Los niveles de logro son adecuados						x
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						x

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 2:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No existen motivos.
Motivos por los que se considera no pertinente	No existen motivos.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Todo bien

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°3

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						x
• Los niveles de logro son adecuados						x
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						x

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 3:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No existen motivos.
Motivos por los que se considera no pertinente	No existen motivos.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Todo bien.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°4

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						x
• Los niveles de logro son adecuados						x
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						x

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No existen motivos.
Motivos por los que se considera no pertinente	No existen motivos.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Todo bien.

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

- Indicador N.°5

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulado para las evaluaciones a revisar):						
• El indicador se comprende con facilidad (claro, preciso, no ambiguo)						x
• Los niveles de logro son adecuados					x	
• Los niveles de logro se presentan en orden jerárquico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Conocer/Describir si la aplicación de la propuesta complementaria de enseñanza para el electivo de Probabilidad y Estadística Descriptiva e Inferencial logra el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático, y este está relacionado al aprendizaje de modelo de regresión lineal simple.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 3 de la investigación Diseñar y aplicar una secuencia de actividades para la enseñanza del Modelo de Regresión Lineal Simple a través de la habilidad de modelamiento matemático.						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.° 4 de la investigación Determinar la relación entre el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático y el aprendizaje del Modelo de Regresión Lineal Simple.						x

Observaciones y recomendaciones en relación al indicador N.° 5:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Respecto al nivel de logro Suficiente de este indicador, se plantea transitar de un lenguaje a otro. Me parece que "transitar" no es una acción clara que medir.
Motivos por los que se considera no pertinente	No existen motivos.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Sugiero para el nivel de logro mencionado especificar a través de una acción concreta la medición del tránsito entre lenguajes.

Validación general de la rúbrica

Apruebo el instrumento	x
Apruebo el instrumento con reparos	
Rechazo el instrumento	

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemática

Identificación del experto

Nombre y Apellidos	Pablo Estuardo Awad
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo)	Profesor de Matemática, Magíster en Educación Matemática, Liceo Amanda Labarca.
Correo electrónico	pablo.estuardo@amandalabarca.cl
Teléfono o celular	+56954014920
Fecha de validación	27 de mayo de 2021
Firma	

Muchas gracias por su valiosa contribución a la validación de la rúbrica.

Anexo N°4 – Rúbrica final ajustada para evaluar el desarrollo de la habilidad de modelamiento matemático

Indicadores	Excelente	Suficiente	Insuficiente	No realizado
I. Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan las situaciones.	Contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan algunas de las situaciones.	Contiene expresiones en lenguaje matemático, pero no modelan las situaciones.	No contiene expresiones en lenguaje matemático que modelan las situaciones
	4	3	2	0
II. Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren operatoria.	Describe, aplica y argumenta modelos que involucren operatoria.	Describe y aplica modelos que involucren operatoria.	Describe o aplica modelos que involucren operatoria.	No describe ni aplica modelos que involucren operatoria.
	8	5	2	0
III. Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas y establece un modelo matemático.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas y establece un modelo matemático, pero no completo.	Señala regularidades en expresiones numéricas o geométricas.	No señala regularidades en expresiones numéricas ni geométricas.
	6	4	2	0
IV. Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren patrones y regularidades.	Describe, aplica y argumenta patrones y regularidades que involucren modelos.	Describe y aplica patrones y regularidades que involucren modelos.	Describe o aplica patrones y regularidades que involucren modelos.	No describe ni aplica modelos que involucren operatoria.
	8	5	2	0
V. Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.	Contiene expresiones convertidas tanto de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático como de lenguaje matemático a lenguaje cotidiano.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano convertidas a lenguaje matemático.	Contiene expresiones en lenguaje cotidiano que no están convertidas correctamente a lenguaje matemático.	No contiene expresiones en lenguaje cotidiano convertidas a lenguaje matemático.
	4	3	2	0

Anexo N°5 – Puntajes obtenidos por los estudiantes según la rúbrica de evaluación

Primera evaluación (formativa)

	Indicador					
Identificación	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	Total
G1	4	8	6	8	2	28
G2	3	8	4	8	2	25
G3	4	8	6	8	3	29
G4	4	8	6	8	2	28
G5	3	8	4	8	2	25
G6	3	8	4	8	2	25
G7	3	2	2	2	0	9
G8	3	8	6	8	2	27
Promedio	3,375	7,25	4,75	7,25	1,875	24,5

Segunda Evaluación (final)

	Indicador					
Identificación	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	Total
G1	4	8	6	8	4	30
G2	4	8	6	8	4	30
G3	4	8	6	8	3	29
G4	4	8	6	5	3	26
G5	4	8	6	8	4	30
G6	4	8	6	5	3	26
G7	4	8	6	8	3	29
G8	4	8	6	8	4	30
G9	4	8	6	8	4	30
G10	4	5	6	5	4	24
G11	4	8	6	8	4	30
G12	4	8	6	8	4	30
G13	4	8	6	8	4	30
G14	4	8	6	8	4	30
	4	7,78571429	6	7,35714286	3,71428571	28,8571429