



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO QUE PROMUEVAN LA
INCLUSIÓN DE ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD VISUAL**

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

AUTORES:

INTI FELA ALTAMIRANO SANTANA
NICOLÁS OLIVER LOBOS LEVY

PROFESORAS GUÍAS:

CLAUDIA ESTRELLA VALENZUELA GAETE
MARÍA VERÓNICA CARIS CASTRO

SANTIAGO DE CHILE, ENERO DEL 2022



UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO QUE PROMUEVAN LA
INCLUSIÓN DE ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD VISUAL**

TESINA PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

AUTORES:

INTI FELA ALTAMIRANO SANTANA
NICOLÁS OLIVER LOBOS LEVY

PROFESORAS GUÍAS:

CLAUDIA ESTRELLA VALENZUELA GAETE
MARÍA VERÓNICA CARIS CASTRO

SANTIAGO DE CHILE, ENERO DEL 2022

Autorizado para

Sibumce Digital

Altamirano, I. y Lobos, N. (2021). *Fundamentos didácticos para la enseñanza de las construcciones geométricas en el plano para la inclusión de estudiantes con discapacidad visual*. (Tesina de Pregrado). Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile.

“Se autoriza la reproducción total o parcial de este material, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, siempre que se haga la referencia bibliográfica que acredite el presente trabajo, sus autores(as).”

Dedicamos esta tesina, con especial afecto, a Oliver y su abuela Rosa, por participar con buen ánimo y amablemente en la implementación de la investigación. Sin su ayuda no podríamos haber terminado nuestro proceso. También dedicamos nuestra tesina a nuestras profesoras guías; Claudia Valenzuela y María Verónica Caris, por orientarnos cada vez que lo necesitábamos.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia, amigas y amigos, que a pesar de ser ajenos a este proceso me dieron fuerzas y ánimos para seguir adelante. También a mi pareja, Deyanira, por apoyarme y ser mi pilar emocional cada vez que me frustraba durante este proceso. También agradezco a todas aquellas personas que colaboraron de manera directa e indirecta con esta investigación, tanto apoderadas y apoderados como profesionales de la educación, sin ustedes no podríamos haber llegado tan lejos. Quiero agradecer a todas las personas que he conocido en toda mi formación universitaria. Compartir experiencias, pensamientos y risas con cada uno(a) de ellos(as) me ha hecho crecer en diferentes aspectos de mi vida personal y eso es impagable. Finalmente, quiero agradecer a mi yo de pequeño, por formar parte de esa inspiración para investigar de este tema, ya que pasé momentos complejos en mi etapa escolar a causa de mi discapacidad visual.

Nicolás Oliver Lobos Levy

En primer lugar, quiero agradecer a todos (as) mis seres amados más cercanos (as), mi pareja, mi familia y mis amigos (as), que siempre han estado ahí cuando lo he necesitado y son un pilar fundamental en mi vida.

En segundo lugar, quiero agradecer a toda la comunidad del Pedagógico, por formar parte del mejor ambiente de aprendizaje que he vivido, ya que aprendí mucho de cada una de las personas que conocí ahí.

Finalmente, quiero agradecer profundamente a mi difunta mejor amiga, por enseñarme lo que es realmente importante en la vida y por estar siempre ahí dándome amor independientemente de la situación, un abrazo al cielo mi querida Paris.

Inti Fela Altamirano Santana

Tabla de Contenidos

RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
INTRODUCCIÓN.....	1
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1. Planteamiento del problema	3
1.2. Justificación del problema.....	4
1.3. Planteamiento pregunta de investigación	5
2. ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	6
2.1. Antecedentes.....	6
2.2. Objetivos de la investigación.....	7
2.2.1. Objetivo general	7
2.2.2. Objetivos específicos.....	8
3. MARCO TEÓRICO.....	9
3.1. Discapacidad visual	9
3.1.1. Definición de discapacidad visual	9
3.1.2. Tipos de discapacidad visual.....	10
3.2. Inclusión escolar a estudiantes con discapacidad visual Chile	10
3.2.1. Marco Normativo.....	11
3.3. Análisis preliminar	18
3.3.1. Análisis epistemológico.....	18
3.3.2. Análisis cognitivo sobre los procesos que dificultan la enseñanza y aprendizaje de construcciones de rectas perpendiculares y paralelas	21

3.3.3. Análisis didáctico sobre las metodologías actuales de la enseñanza de construcciones con paralelas y perpendiculares	24
3.4.4. Conclusiones de los análisis preliminares	25
4. MARCO METODOLÓGICO	27
4.1. Tipo de investigación.....	27
4.2. Diseño de la investigación.....	27
4.3. Población y muestra.....	28
4.4. Instrumentos de investigación	28
4.5. Análisis de datos	28
5. ANÁLISIS A-PRIORI	30
5.1. Análisis a priori de la actividad 1: Construcción de rectas perpendiculares	31
5.2. Análisis a priori de la actividad 2: Construcción de rectas paralelas.....	36
6. ANÁLISIS A-POSTERIORI	41
6.1. Análisis A-posteriori de la actividad N°2	41
7. CONCLUSIONES Y PROYECCIÓN	45
7.1. Conclusiones.....	45
7.2. Proyecciones	47
7. REFERENCIAS	48
ANEXOS.....	53
Anexo 1: Tablas y gráficos estadísticos	53
Anexo 2: Consentimiento Informado	58
Anexo 3: Entrevistas	59
Anexo 3.1. Entrevista N°1 (Profesor de matemática Fernando Pacheco Troncoso).....	59
Anexo 3.2: Entrevista N°2 (Educatora Diferencial mención Problemas de la Visión Nikole Urrutia Molina).....	64
Anexo 3.3: Entrevista N°3 (profesora de Educación Diferencial con mención Problemas de la Visión Constanza Coccio).....	70
Anexo 4: Rúbricas	76
Anexo 4.1. Rúbrica para docentes de Educación Matemática.....	76
Anexo 4.2. Rúbrica para docentes de Educación Diferencial	79
Anexo 4.3. Rúbrica para estudiantes.	81
Anexo 5: Actividades propuesta.....	84

RESUMEN

La problemática abordada en esta investigación subyace en la baja preparación que reciben los(as) docentes de matemática en relación con la enseñanza a personas con necesidades educativas especiales. Es por ello, que el logro del objetivo principal dio como resultado una guía didáctica para el docente, la cual aborda propuestas de enseñanza para la construcción de rectas perpendiculares y paralelas, que permiten y fomentan la inclusión de estudiantes con discapacidad visual.

El enfoque de esta investigación es cualitativo, en la cual se recolectó información por medio de entrevistas semiestructuradas a 3 profesionales del área de educación matemática y diferencial, en donde hay un profesional de cada especialidad que tiene ceguera, para luego elaborar una actividad y someterla a un proceso de validación que pasa por la revisión de especialistas en didáctica de la matemática, geometría y educación diferencial. Finalmente, la actividad fue trabajada mediante la Teoría de Ingeniería Didáctica como metodología de investigación.

Los resultados obtenidos muestran que las principales consideraciones requeridas para el contenido en cuestión, como el trabajo colaborativo junto al equipo multidisciplinario, uso de material didáctico y de vocabulario descriptivo e inclusivo, activación de conocimientos previos promovidos por un continuo trabajo kinestésico, son indispensables para la inclusión.

PALABRAS CLAVES: Ingeniería didáctica - Geometría - Guía didáctica - Inclusión - Discapacidad visual.

ABSTRACT

The issue addressed in this research underlies the low preparation that mathematics teachers receive in relation to teaching people with special educational needs. That is why the achievement of the main objective resulted in a didactic guide for the teacher, which addresses teaching proposals for the construction of perpendicular and parallel lines, which allow and promote the inclusion of students with visual disabilities.

The focus of this research is qualitative, in which information was collected through semi-structured interviews with 3 professionals in the area of mathematics and differential education, where there is a professional from each specialty who is blind, to then develop an activity and submitting it to a validation process that goes through the review of specialists in didactics of mathematics, geometry and special education. Finally, the activity was worked through the Didactic Engineering Theory as a research methodology.

The results obtained show that the main considerations required for the content in question, such as collaborative work with the multidisciplinary team, use of didactic material and inclusive vocabulary, activation of previous knowledge promoted by continuous kinesthetic work, are essential for the inclusion.

KEY WORDS: Didactic engineering - Geometry - Didactic guide - Inclusion - Visual impairment.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge a raíz de la evidente necesidad de explorar las consideraciones necesarias a la hora de enseñar construcciones geométricas en el plano a estudiantes con discapacidad visual, debido al inminente aumento de matrículas de dichos estudiantes en el aula regular en los últimos años. Al respecto, el Informe de Resultados Nacionales para la END-FID 2019 (ver anexo 1.4.) muestra la poca preparación que tienen los estudiantes de Pedagogía en Matemática en materia de inclusión, pues alrededor del 73% de los encuestados a nivel nacional manifiestan estar mal o muy mal preparados(as) para enseñarles a estudiantes con Necesidades Educativas Especiales.

Al momento de recopilar información, se observa que en Chile existe un amplio marco normativo en materia de inclusión escolar, que entrega en diversas dimensiones lineamientos generales a los docentes respecto a su quehacer pedagógico. Así mismo, se evidencia que tanto en Chile como otros países de Latinoamérica ya se han hecho investigaciones en torno a la enseñanza de la matemática estudiantes con discapacidad visual, así como proyectos dentro de Chile que promueven la investigación y elaboración de material didáctico adecuado para trabajar distintos objetos matemáticos. No obstante, no se detallan los fundamentos didácticos que son necesarios para propiciar un proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, y en particular, de la geometría a estudiantes con discapacidad visual.

Es por lo expuesto, que se procedió a realizar una investigación cualitativa con la finalidad de obtener las consideraciones que los diferentes profesionales reconocen como necesarias a la hora de enseñar construcciones geométricas en el plano a estudiantes con discapacidad visual, la información fue recabada por medio de entrevistas semiestructuradas creadas especialmente para las dos educadoras diferenciales con mención en problemas a la visión (una de ellas ciega) y para el docente de matemática ciego. En base a la información obtenida de las entrevistas, se elaboró una propuesta didáctica para el cierre del OA 12 de matemática de séptimo básico, la cual fue sometida a un proceso de validación por parte de 3 profesionales de área: una especialista en didáctica de la matemática, una especialista de geometría y una especialista de educación diferencial. Finalmente, dicha actividad fue implementada con un estudiante con discapacidad visual.

La presente investigación se sustenta en la teoría de Ingeniería didáctica como metodología de investigación, en donde en base a la información obtenida por medio de un análisis preliminar y las entrevistas, se consiguió la elaboración de una actividad y se sometió a un análisis a priori previo a su implementación, para luego de esta, contrastar los resultados de la puesta en práctica con en análisis a priori dentro de un análisis a posteriori y así obtener conclusiones significativas respecto de la información recopilada durante la fase de implementación.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del problema

Es una realidad que en el sistema de educación chileno se han ido integrando año a año a más estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE) dentro de las aulas. Así se evidencia en el Esquema de registro de matrícula única oficial entregado por el Centro de Estudios Mineduc el 30 abril de 2021, en donde se declara que las y los estudiantes con NEE en los niveles de educación parvularia, básica para niñas y niños, y básica para adultas y adultos, la matrícula fue de 742.277 estudiantes, lo que corresponde aproximadamente al 20,5%¹ de la matrícula total de dicho año.

De acuerdo con lo anterior, se puede observar que debido al auge de la educación especial y teniendo en cuenta los cambios de paradigma en la educación actual respecto en la inclusión de estudiantes con NEE dentro del sistema de educación regular, han surgido nuevos desafíos que involucran tanto a docentes de matemática en ejercicio como en formación respecto a la enseñanza de esta asignatura a estudiantes con NEE. En este sentido Llévdenes (2020) señala que “los estudiantes de Pedagogía en Matemáticas no están adecuadamente preparados para enfrentar el trabajo en el aula con los alumnos con NEE” (p. 57). Es por esto, que se vuelve imperante la necesidad de investigar distintas estrategias y consideraciones que se deben tener a la hora de enseñar matemática a estudiantes con NEE.

Al poner más énfasis en las distintas áreas que componen la matemática, es interesante el hecho de que la enseñanza de la geometría históricamente ha estado ligada a una comprensión de ésta desde lo concreto y pictórico. Sin embargo, bajo el contexto de educación especial y teniendo en cuenta a la población de estudiantes que presentan algún tipo de discapacidad visual, surge la necesidad de investigar las distintas consideraciones a tener presentes a la hora de enseñar geometría a estos(as) estudiantes, debido al contexto político-educacional en el que se sitúa Chile desde hace varios años.

¹ Información obtenida a través de la base de datos que transparenta el Ministerio de Educación en su pagina: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/19776/descarga-bases-de-datos-de-matricula-por-estudiante/>

1.2. Justificación del problema

Ante la dificultad de enseñar sobre construcciones de figuras geométricas a estudiantes con algún tipo de discapacidad visual, es relevante cuestionar si los y las docentes chilenas de educación matemática están preparados(as) para la construcción de clases inclusivas. En este sentido, bajo el contexto de las y los docentes de la especialidad de matemática que están ya ejerciendo su profesión, Llévenes (2020), declaran que “nos encontramos con profesores de Matemáticas en ejercicio que no poseen conocimiento de las estrategias pedagógicas que se necesitan para trabajar con alumnos que asisten a Programas de Integración Escolar” (p. 11).

Por otro lado, de acuerdo con el Informe de Resultados Nacionales para la END-FID 2019 (ver anexo 1.1.), se observa que alrededor del 3% de los(as) estudiantes de Pedagogía en Educación Especial/Diferencial que están finalizando sus estudios no se sienten preparados(as) para enseñar a estudiantes con NEE. Por el contrario, en relación con los(as) estudiantes de la especialidad de matemáticas, quienes, según explica el mismo informe, alrededor del 73% de los(as) encuestados(as) a nivel nacional manifiestan estar mal o muy mal preparados(as) para enseñar a estudiantes con NEE (ver anexo 1.4.). De acuerdo con lo anterior, si bien los(as) docentes educación diferencial tienen una buena preparación, los(as) docentes de matemática que se titulan no logran cumplir con las competencias necesarias básicas para realizar clases que fomenten la integración de personas con NEE, lo que genera una diferencia significativa en el trabajo efectivo en aula con este grupo de estudiantes.

No obstante, ¿cuál es la razón de que esto ocurra? En Chile, durante el año 2015 fue promulgada la ley 20.845, o ley de inclusión, la cual, según el MINEDUC “tiene como principios la no discriminación arbitraria, que implica la inclusión e integración en los establecimientos educacionales”². Sin embargo, respecto a esta ley y a las universidades que imparten carreras de pedagogía, según comenta Llévenes (2020):

La realidad es que las universidades no imparten asignaturas de integración en las carreras de pedagogía puesto que la ley solo exige la inclusión y son los programas de integración los responsables de llevar a cabo la integración de los alumnos con NEE (p. 60).

² Información obtenida del sitio web del Ministerio de Educación <https://leyinclusion.mineduc.cl/ley-de-inclusion/>

Al existir cierto vacío curricular en la formación universitaria de docentes de educación matemática en relación a la deficiente enseñanza de los contenidos matemáticos a personas con NEE, debido a la dificultad que tienen para generar las condiciones necesarias para que los(as) estudiantes puedan generar una conexión entre conceptos e ideas matemáticas, así como la escasa variedad de propuestas que proporcionen una real inclusión que sugiere el Ministerio de Educación en sus textos escolares, surge la necesidad de integrar a las personas con discapacidad visual en las clases de geometría.

En relación con lo anterior, para abordar la problemática que enfrentan los(as) docentes de matemática en la enseñanza a personas con discapacidad visual, es que se vuelve indispensable que trabajen colaborativamente con educadoras(es) diferenciales. Más aún, se vuelve imperante la necesidad de abordar nuevas estrategias en la enseñanza de la geometría a personas con discapacidad visual, debido a que se entiende y trabaja en esta área principalmente con el sentido de la vista. Es por esto que se trabajará en forma colaborativa en la creación de una guía didáctica con el objetivo de lograr el OA 12 de séptimo básico del currículum nacional de matemática, el cual va orientado tanto a estudiantes con discapacidad visual como a personas sin discapacidad visual, buscando promover la inclusión en el aula.

Finalmente, el aporte de esta investigación a la problemática de enseñar a personas con discapacidad visual radica en que los(as) docentes educación matemática adquieran herramientas y aptitudes necesarias para facilitar la enseñanza de la construcción de objetos geométricos, a través del trabajo colaborativo con profesionales del área multidisciplinaria, en particular de educación diferencial, al momento de planificar clases, enfocándose en situaciones didácticas que permitan generar un aprendizaje significativo en estudiantes con discapacidad visual.

1.3. Planteamiento pregunta de investigación

Es por lo anterior, que la pregunta de investigación que procede desde estas reflexiones es: ¿Cuáles son las consideraciones que deben tener los(as) docentes de matemática al momento de realizar una clase de construcción de objetos geométricos en el plano para que genere aprendizajes significativos y promueva la inclusión de personas con discapacidad visual?

2. ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Antecedentes

Cuando se piensa en las personas con discapacidad visual y cómo estas enfrentan el periodo escolar, es imprescindible tener en consideración que existe un marco normativo que busca regular su proceso educativo, en los que destacan la Ley de inclusión en Chile (Ley N° 20.845), el Programa de Integración Escolar (PIE), los Decreto N°170 (2009) y N°83 (2015). Pues, según Figueroa et al. (2020) estas modificaciones destacan distintas dimensiones que promueven una política de inclusión educativa, en donde se abordan aspectos como orientaciones respecto al trabajo colaborativo entre docentes de asignatura y profesionales del área multidisciplinaria dentro del aula regular, así como la diversificación de la enseñanza y adecuaciones curriculares para educación parvularia y básica para estudiantes con NEE.

Así es como dentro del sistema educativo, cada docente de asignatura debe adecuarse a estas normas relacionadas a la educación especial con el fin de promover un proceso de enseñanza-aprendizaje más efectivo y significativo a todos(as) sus estudiantes. En particular, dentro de las clases de educación matemática surge la necesidad de preguntarse cómo se enfrenta el docente a la inclusión de personas con discapacidad visual.

En varios países de Latinoamérica existen numerosas aportaciones que abordan de distintas formas la enseñanza de la matemática a estudiantes con discapacidad visual. Dentro de los más actuales destacan los siguientes:

En el año 2015, durante el 5° Congreso de Educación Matemática en Uruguay, se desarrolló una conferencia que abordó la enseñanza de matemática a estudiantes con discapacidad visual de educación media, en la cual, según Troitiño y Santiago (2015) plantean problemáticas tales como qué ocurre cuando dentro del aula los(as) docentes se encuentran a estudiantes que presentan ceguera o baja visión, así como las estrategias, adecuaciones curriculares y materiales pertinentes para enfrentar este contexto.

Por otro lado, en el año 2016 se publicó un artículo relacionado a la misma temática. En dicha investigación se realizó un seguimiento a tres docentes de la escuela con el fin de estudiar las adecuaciones curriculares de los(as) estudiantes ciegos(as), en donde se destaca lo siguiente:

Para el personal académico, esto debe ser un llamado de atención, pues deben estar

preparados y capacitados para brindar una atención de calidad en los cursos de matemática, históricamente considerados cursos difíciles, lo cual no implica que no puedan ser accesibles a la población en general (Bolaños et al., 2016, p. 103).

Lo que pudieron concluir de estos tres docentes fue que principalmente es importante el trabajo en equipo con distintas disciplinas, donde exista una constante actualización de las distintas investigaciones ligadas a la diversidad, y es por esto mismo que se expresa que es importante “promover la cultura de respeto a la diversidad y el reconocimiento de cada estudiante como sujeto” (Bolaños et al., 2016, p. 112), para poder generar políticas y estrategias que permitan el aprendizaje inclusivo y los estudiantes sean partícipes activos de la comunidad.

En Argentina el Ministerio de Educación (ME) publicó un documento sobre orientaciones para tutores(as) y docentes para la inclusión de estudiantes con discapacidad visual, en cual se abordan diversas estrategias ambientales, pedagógicas y recursos para asignaturas como Matemática, Escritura y Lectura, y Educación Física en todos los niveles escolares.

Para el caso de Chile, en el año 2014 se publicó una investigación sobre el uso de softwares con estudiantes con discapacidad visual en la etapa preescolar. Según Ferreyra et al. (2014) “El objetivo de esta Aplicación es facilitar una adecuada promoción del desarrollo integral de niños discapacitados visuales y ciegos, ofreciendo al docente una herramienta auxiliar a sus actividades diarias” (p. 55).

Actualmente en Chile existen diversas iniciativas por parte de algunas universidades que buscan promover la inclusión de estudiantes con discapacidad visual mediante estrategias que faciliten el aprendizaje. Dentro de estas instituciones destacan el Programa para la Inclusión de Alumnos con Necesidades Especiales de la Universidad Católica (PIANE UC), la Central de Recursos Pedagógicos (CREPPI) de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE), así como el programa ARTIUC de la Universidad de Concepción (UdeC). No obstante, a pesar de las contribuciones de estos proyectos, es imprescindible que día a día se generen más oportunidades e ideas que faciliten un desarrollo pleno en materia de inclusión.

2.2. Objetivos de la investigación

2.2.1. Objetivo general

Diseñar e implementar una propuesta didáctica sobre construcciones geométricas en el plano que genere aprendizajes significativos y promueva la inclusión de personas con discapacidad visual en la clase de matemáticas.

2.2.2. Objetivos específicos

1. Reconocer las consideraciones que son necesarias para realizar una clase de construcción de objetos geométricos en el plano que genere aprendizajes significativos y permita promover la inclusión de personas con discapacidad visual en la clase de matemática mediante entrevistas semiestructuradas a docentes de matemática y educación diferencial.
2. Identificar el material didáctico que se puede utilizar para mejorar el aprendizaje en estudiantes con discapacidad visual en la clase de geometría.
3. Analizar y constatar el logro de los aprendizajes declarados en el OA 12 de 7° básico por medio de la actividad propuesta.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Discapacidad visual

3.1.1. Definición de discapacidad visual

El decreto 170 artículo N°68 define la discapacidad visual de la siguiente manera:

La Discapacidad Visual es una alteración de la senso-percepción visual, que se puede presentar en diversos grados y ser consecuencia de distintos tipos de etiologías. Este déficit se presenta en personas que poseen un remanente visual de 0.33 o menos en su medición central y se manifiesta a través de limitaciones cuantitativas y cualitativas en la recepción, integración y manejo de la información visual que es fundamental para el logro de un desarrollo integral armónico y la adaptación al medio ambiente.

Cebrián De Miguel (2003) define discapacidad visual como un término que engloba cualquier tipo de problema visual, la cual puede estar provocada por patologías congénitas, así como accidentes de cualquier tipo o también que hayan sido provocadas por virus de distintos orígenes.

Por otro lado, Pérez y Corvalán (2007) definen la discapacidad visual como:

La dificultad que presentan algunas personas para participar en actividades propias de la vida cotidiana, que surge como consecuencia de la interacción entre una dificultad específica relacionada con una disminución o pérdida de las funciones visuales y las barreras, presentes en el contexto en que se desenvuelve la persona (p. 7).

Del mismo modo, Arias (2010) se alinea con lo expuesto en el párrafo anterior, pues define discapacidad visual como todas aquellas condiciones que presenta un individuo, de modo que se caracterizan por tener limitaciones tanto total (en caso de la ceguera) como parcial (baja visión) de la función visual.

3.1.2. Tipos de discapacidad visual

Como mencionan Pérez y Corvalán (2007), la percepción visual puede entenderse como la capacidad de comprender toda la información recibida a través del sentido de la vista. Esta comprensión puede medirse a través de dos parámetros: La agudeza visual y el campo visual.

- Agudeza visual: Este parámetro de capacidad visual hace referencia a la distancia a la que una persona es capaz de discriminar objetos o imágenes, haciendo énfasis en la claridad con la que puede identificar dichos objetos o imágenes.
- Campo visual: Este parámetro hace referencia a la porción de espacio físico en la que un objeto puede ser visto cuando se mantiene la mirada fija en un punto.

Con base en los parámetros mencionados, se puede identificar las distintas complicaciones en la percepción visual de unas personas agrupadas en 2 categorías: *Ceguera* (pérdida total de la agudeza y campo visual) y *baja visión* (disminución de la agudeza y/o campo visual en determinados grados).

Dentro de las complicaciones visuales que provocan baja visión, se pueden identificar:

- Alteraciones en la posición y movilidad del globo ocular (como el estrabismo o el nistagmos), que afectan la agudeza visual.
- Alteraciones corneales (como el astigmatismo o el queratocono), que afectan gravemente la agudeza visual.
- Alteraciones del cristalino (como las cataratas), que afectan gravemente la agudeza visual y provocan fotofobia.
- Alteraciones de la retina (como la acromatopsia, retinopatía o albinismo), que afectan tanto la agudeza visual como la percepción del campo visual, incluso afectan las percepciones de los colores.
- Alteraciones que restringen el campo visual (como el glaucoma y el escotoma).

3.2. Inclusión escolar a estudiantes con discapacidad visual Chile

3.2.1. Marco Normativo

El siguiente apartado, tiene como objetivo realizar una síntesis histórica sobre cómo ha ido extendiéndose la educación especial, en particular para estudiantes con algún tipo de discapacidad visual, a través de los decretos y leyes que se han ido promulgando dentro del marco normativo chileno.

Los primeros acercamientos sistemáticos en relación con la educación especial surgen entre las décadas de los 40 y 60, pues, tal como comentan Godoy et al. (2004) es un periodo en el cual “se define y forja una modalidad de atención de carácter segregador, que consistió básicamente en dar atención educativa a los niños, niñas y jóvenes con discapacidad en centros y escuelas especiales separada de las escuelas regulares” (p. 3). Sin embargo, esta idea se contrapone con el artículo n°1 de la Declaración Universal de los Derechos Humanos del año 1948, el cual expresa que “Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, dotados como están de razón y conciencia, deben comportarse fraternalmente los unos con los otros” (Asamblea General de las Naciones Unidas, 1948, p. 4)

Posteriormente, a finales de la década de los 50 y principio de los 60 surge el Principio de Normalización propuesto por Bank-Mikkelsen (1959) el cual se refiere a la posibilidad en que las personas con algún tipo de deficiencia mental logren llevar una existencia tan cercana a la normal como sea posible, y como consecuencia de este surge el Principio de Integración que, como señalan Godoy et al. (2004), tiene como fin que todas las personas con discapacidad tengan derecho a participar en los distintos ámbitos de la sociedad. Más adelante, y en conjunto con estos dos principios surge el informe Warnock de 1978, en el que se consolida el concepto de NEE, así como una visión más innovadora y amplia de comprender la educación inclusiva. En dicho informe, Warnock (1978) señala que la educación es un bien al cual todos(as) tienen derecho independiente del contexto en el cual se desenvuelva, de manera que es imperante y fundamental proporcionar toda la independencia y autosuficiencia de la que sea capaz para más adelante encontrar un empleo, así como manejar su propia vida.

No obstante, a pesar de haber registros sobre cómo se ha ido masificando la educación especial desde principios de la década de los 50 alrededor del mundo, no fue hasta mediados de los años 60 que, durante el gobierno de Eduardo Frei Montalva que se realizaron acciones que fomentaron el desarrollo de la educación especial. Entre ellos, según lo señala Escudero

(2010), fue la creación de diversas carreras, así como grupos de investigación que abordaran las diversas problemáticas presentes en la educación especial. De este modo, y siguiendo la misma línea de Escudero, durante el año 1970 se crea a nivel estructural dentro del Mineduc el Departamento de Educación Especial o Diferencial. Posteriormente, en 1974, fue creado el Decreto exento 185, el cual según Godoy et al. (2004) y Escudero (2010), a través de la comisión 18 se hiciera énfasis en estudiar la situación de la educación especial en el país, así como la aprobación de diversos planes y programas, entre los que destaca uno para Déficit visual (Decreto Supremo 125 de 1980) que contempla 8 cursos que cubren los niveles parvulario y básico, tanto para estudiantes con capacidad visual dentro de la norma, así como personas con discapacidades visuales con una capacidad intelectual inferior a la normal. De este modo, a partir de 1983 comienza a visualizarse un cambio en el enfoque de la Educación Especial, principalmente en la atención de niños(as) con discapacidades visuales y motrices, incorporándose a la educación regular a “aquellos alumnos que hubieran superado sus dificultades específicas, sin compromiso en el área intelectual” (Godoy et al., 2004, p. 10).

Así es cómo a partir de la década de los 90, se produjeron en Chile los mayores cambios sistemáticos en relación con la educación especial, ya que en los distintos establecimientos educacionales como escuelas y liceos se integraron al aula regular a estudiantes con discapacidad. En este sentido, mediante el Decreto Exento N°89/1990 se aprueban Planes y Programas de Estudio para estudiantes con discapacidad, entre los cuales destacan:

- a) El Artículo 5, que proporciona a los(as) estudiantes técnicas de orientación y movilidad que otorguen seguridad personal e independencia, tales como conocer un vocabulario básico adecuado, el desarrollo de los otros sentidos para percibir y conocer el ambiente, ubicar objetos utilizando diversas técnicas, así como desarrollar la percepción de obstáculos y de línea recta, entre otros.
- b) El Artículo 7, que regula la duración de clases de los estudiantes con discapacidad visual de acuerdo con los distintos niveles: Estimulación Temprana y Pre Básico (35 minutos), Básico y Laboral (50 minutos) con descansos de 5 minutos definidos de acuerdo con las características de cada estudiante, así como la naturaleza de la actividad que se trate.
- c) El Artículo 11, que define las edades de egreso en los diferentes niveles, esto es, Estimulación Temprana hasta 3 años, en Pre-Básico hasta 7 años, en el nivel Básico hasta 15 años y, finalmente Nivel Laboral hasta los 24 años.

Posteriormente, en el año 1994 se promulga el Decreto Exento N°637 que modifica algunos artículos del Decreto Exento N°89/1990. Entre estas modificaciones destacan:

- a) En el Artículo 3, proporcionar a los(as) estudiantes con discapacidad visual técnicas relacionadas al uso del bastón tanto en interiores como exteriores.
- b) En el Artículo 5, la modificación de las técnicas de movilidad y desplazamiento no sólo al establecimiento educacional, sino que en el desplazamiento general.
- c) En el Artículo 7, se modifica la duración de las clases a estudiantes con discapacidad visual en los niveles de Estimulación Temprana y Pre Básico de 35 minutos a un máximo de 45 minutos.
- d) La creación del Artículo 18, que tiene como objetivo disponer al docente de actividades específicas que tengan relación con su función, entre las que destacan, la preparación y adaptación de material didáctico, apoyo en áreas específicas y de asignaturas, coordinación y asesoría permanente a miembros de la comunidad educativa donde están integrados(as) los(as) estudiantes, así como el estudio de casos y seguimientos, entre otros.

Así mismo, en ese mismo año fue dictada la ley 19.284/1994 que establece normas para la plena integración social de personas con discapacidad, de manera que, tanto el Estado como instituciones públicas y privadas, entre ellas las escuelas e institutos, realizarán adecuaciones de infraestructura para el desplazamiento de las personas en situación de discapacidad (artículo 21). Más adelante, se promulga el Decreto Supremo N° 01 de 1998, el cual se encarga de complementar la ley 19.284, de manera que las adecuaciones que fomenten la integración social no sean solo en temas de infraestructura, sino que también dentro del sistema educativo. Por otro lado, mediante el financiamiento vía subvención surge el Programa de Integración Escolar (PIE), el cual según el Mineduc a través de su página web señala que:

El Programa de Integración Escolar (PIE) es una estrategia que dispone el sistema escolar, con el propósito de contribuir al mejoramiento continuo de la calidad de la educación que se imparte en el establecimiento educacional, favoreciendo la presencia en la sala de clases, la participación y el logro de los objetivos de aprendizaje de todos y cada uno de las y los estudiantes, especialmente de aquellos que presentan Necesidades Educativas Especiales, sean éstas de carácter permanente o transitoria.

Además, se definen los Establecimientos de Educación Especial junto a las distintas discapacidades que estos deben atender (Artículo N°17). Entre ellas destaca la de discapacidad visual, que complementa la que aparece en el Decreto 170 Artículo N°68, pues enfatiza en herramientas como materiales, equipamiento, técnicas y procedimientos enfocados al desarrollo del potencial de estos(as) estudiantes.

Por lo visto en los puntos anteriores, la década de los 90 fue crucial desde el punto de vista normativo, pues la implementación de leyes y decretos promovieron un mejoramiento de las políticas públicas relacionadas a la educación especial. Sin embargo, aún había muchos aspectos que mejorar para lograr una mayor inserción e inclusión social a las personas en situación de discapacidad, en particular quienes presentan discapacidad visual.

Más adelante, en el año 2007 se publica la Ley 20.201, el cual se encarga de modificar el DFL N°2 de 1998 en relación con las subvenciones percibidas por los establecimientos educacionales y otros cuerpos legales. Entre las modificaciones que se mencionan se destacan las siguientes:

- a) En el Artículo 9 bis, de acuerdo con las NEE de los(as) estudiantes, entre ellas la discapacidad visual, estos deben ser atendidos en cursos de no más de 8 estudiantes.
- b) El Ministerio de Educación debe confeccionar un reglamento (posterior Decreto 170) que se encargue de normar los requisitos, instrumentos o pruebas diagnósticas para establecer los(as) estudiantes con necesidades educativas especiales que se beneficiarán de la subvención especial.

Posteriormente, se promulga el Decreto 170/2009 que es reglamentado por la Ley 20.201 y tiene por objetivos fijar normas para determinar a los(as) estudiantes con NEE que serán beneficiarios de la educación especial. De este decreto se destacan los siguientes aspectos:

En el Artículo 1:

- a) Se define a los(as) estudiantes que presentan NEE como aquellos(as) que necesitan ayudas y recursos adicionales, tanto humanos como materiales o pedagógicos con el fin de conducir su propio proceso de desarrollo y aprendizaje, en relación con la contribución de los fines de la educación.

- b) Se definen las NEEP como aquellas dificultades que son consecuencias de una discapacidad diagnosticada por profesionales competentes y que impiden a los(as) estudiantes aprender y participar durante todo su proceso escolar, de manera que necesitan de recursos y apoyo constante para asegurar su aprendizaje.
- c) Se definen las NEET como aquellas dificultades que no son permanentes que son consecuencias de una discapacidad diagnosticada por profesionales competentes, que impiden a los(as) estudiantes aprender y participar en algún momento de su etapa escolar, de manera que necesitan ayuda y recursos para acceder o progresar con el currículum durante un periodo de tiempo determinado de su escolaridad.
- d) Se define evaluación diagnóstica como un proceso de indagación objetivo e integral realizado por profesionales competentes mediante procedimientos e instrumentos de evaluación de manera interdisciplinaria las condiciones de aprendizaje y salud de los(as) estudiantes.
- e) Procedimientos, instrumentos y pruebas diagnósticas como aquellas herramientas y procedimientos que permiten observar y medir de manera cualitativa y cuantitativa a los(as) estudiantes de acuerdo con el ámbito que se requiera, permitiendo obtener información del estudiante, así como todos los contextos en los que se desenvuelve.

En los Artículos 68, 69, 70, 71 y 72:

- a) La definición formal de discapacidad visual, las maneras en las que se puede presentar en los(as) estudiantes, es decir, baja visión y ceguera. Todo esto de acuerdo con consideraciones técnicas del punto de vista oftalmológico y las limitaciones que conlleva cada una de estas.
- b) La evaluación diagnóstica considera procedimientos integrales de detección y derivación. En este sentido la escuela debe proveer y aplicar estos procedimientos a todos(as) los(as) estudiantes que ingresen al sistema escolar.
- c) En relación con los(as) estudiantes con baja visión o ceguera se debe realizar una evaluación funcional de acuerdo a su condición, de manera que se puedan realizar las adaptaciones respectivas a sus necesidades educativas, así como evaluar las habilidades de los(as) estudiantes respecto a la orientación y movilidad, tomando en cuenta los estímulos auditivos y táctiles, así como el uso de mapas mentales para aprender un determinado recorrido.

Durante este mismo año y en virtud de las demandas en materia de educación, se promulga la Ley 20.370 o Ley General de Educación (LGE), que tiene como fin redefinir los lineamientos generales del sistema educativo propuesto por la Ley 18.962 o Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE). En materia de Educación Especial, dentro de la LGE se destacan los siguientes aspectos:

- a) En el artículo 5, se expresa que es deber del Estado velar por la igualdad de oportunidades e inclusión educativa
- b) En el artículo 10 letra a) se mandata que los(as) estudiantes tienen el derecho de recibir una educación digna para su formación y desarrollo integral. En el caso de los(as) estudiantes con NEE, tienen derecho a no ser discriminados(as) de manera arbitraria, a estudiar en un ambiente tolerante y de respeto mutuo, así como expresar su opinión y respetando su integridad física, moral y psicológica.
- c) En el artículo 23, se define la Educación Especial, a los(as) estudiantes con NEE, así como las respectivas adecuaciones curriculares para la Educación Especial, así como el PIE en la educación regular.
- d) En el artículo 34 se mandata al Ministerio de Educación la definición de criterios y orientaciones para diagnosticar a estudiantes con NEE, así como criterios y orientaciones sobre las adecuaciones curriculares independiente si él(la) estudiante asiste a escuelas especiales o establecimientos de educación regular con PIE.

Posteriormente, se promulga la Ley 20.422/2010 que establece normas sobre igualdad de oportunidades e inclusión social de personas con discapacidad. Bajo este contexto, dicha ley incluye algunos conceptos que se observaron de leyes y/o decretos relacionados a la educación de personas con discapacidad. De las medidas que se mandatan dentro de esta ley cabe mencionar las siguientes:

- a) En los artículos 4 y 5 se precisan las condiciones en las que se considera que una persona tiene alguna discapacidad, así como que es deber del Estado promover la igualdad de oportunidades a las personas con discapacidad.
- b) En el artículo 34, se mandata que es deber del Estado garantizar a personas con discapacidad el acceso a la educación pública o privada independientemente si son establecimientos de educación regular o especial.

- c) Respecto al artículo 35, se precisa la Educación Especial como un tipo de educación escolar que tiene como objetivo garantizar los aprendizajes de estudiantes con NEE mediante la disposición de herramientas técnicas a escuelas especiales como establecimientos de enseñanza regular.
- d) En los artículos 36 y 42 se mandata que los establecimientos Educacionales regulares, deben realizar adecuaciones tanto curriculares, como en infraestructura y equipamiento para asegurar la permanencia y progreso de estos(as) estudiantes dentro del sistema educativo, así como la promoción de una cultura de respeto a diversidad lingüística de personas con discapacidad auditiva y/o visual, con el fin de asegurar su permanencia y progreso dentro del sistema educativo.

Sin embargo, a pesar que la LGE definiera dentro de sus principios “asegurar una educación de calidad y procurar que ésta sea impartida a todos, tanto en el ámbito público como en el privado” (Ministerio de Educación de Chile, 2009, p. 4), la realidad escolar seguía siendo muy distinta, pues tal como explica Pérez et al. (2017) al organizarse el sistema educativo mediante instituciones educativas privadas, particulares subvencionadas y públicas, se generaba una estratificación sociocultural y económica, promoviendo desigualdad y exclusión escolar. De esta manera, para resolver esta problemática, en el año 2015 nace la Ley 20.845 o Ley de Inclusión Escolar que tiene tres objetivos fundamentales, estos son: el fin al lucro garantizando los recursos económicos solo para fines educativos, fin al copago en el sentido que a medida que aumentan los recursos de subvención desde el Estado, las familias disminuirían sus aportes hacia los establecimientos, y, por último, un sistema de admisión escolar más “justo”, de modo que los(as) estudiantes puedan acceder a una educación inclusiva y de calidad. De este modo, tal como señala Llénenes (2020), esta Ley “busca eliminar las barreras para que las familias con menores recursos económicos puedan elegir la escuela para sus hijos” (p. 19).

De este modo, con la intención de avanzar en una educación más inclusiva surge un nuevo mandato el cual se basa en el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA), el cual consiste según Alba et al. (2014), en un enfoque ligado al diseño del curriculum que involucra objetivos de aprendizaje, estrategias, materiales y evaluaciones, permitiendo que todas las personas que accedan a este enfoque puedan desarrollar diversos conocimientos, habilidades y motivaciones en el aprendizaje. Del mismo modo Pérez y González (2015), explican que el DUA se funda en principios como la diversidad en medios de representación, de acción y expresión, así como de implicación o motivación. En este sentido, bajo el contexto de la inclusión escolar en materia

de discapacidad visual, se pretende que los(as) docentes tengan en cuenta la variabilidad en las capacidades y diferencias de sus estudiantes, adecuando sus características personales al tipo de contenido y tarea que se quiera realizar para promover el aprendizaje.

Así es como mediante la intención de diversificar los modos de enseñanza que sostiene el DUA se promulga durante el mismo año 2015 el Decreto Exento N°83. Este mandato tiene como finalidad la aprobación de criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con NEE de Educación Parvularia y Básica. En relación con estos Criterios y Orientaciones se destacan los siguientes:

- a) Los Criterios y Orientaciones van dirigidos a establecimientos de enseñanza regular con o sin PIE en sus diferentes modalidades, esto es, establecimientos tradicionales, especiales, de adultos y hospitalarios.
- b) En el caso de tener PIE, deberán implementar tales Criterios y Orientaciones curriculares en los niveles de educación general básica y parvularia.
- c) Las evaluaciones realizadas a estudiantes con NEE deben ser adaptadas en relación con las adecuaciones curriculares de acuerdo con las características y condiciones de cada uno de ellos.

Sin embargo, actualmente este decreto, al igual que los mandatos que anteriormente fueron descritos, aún está lejos de satisfacer las exigencias que implica generar una real inclusión a estudiantes con NEE, pues en la práctica se observan diversas dificultades de carácter organizativo, administrativos y de infraestructura que impiden lograr el objetivo principal de la inclusión en la educación: equidad en la enseñanza de cada uno(a) de los(as) estudiantes que transiten el sistema escolar independiente de las dificultades físicas y cognitivas que presenten.

3.3. Análisis preliminar

3.3.1. Análisis epistemológico

A lo largo de la historia, se ha logrado observar que las distintas ramas de la matemática, tales como la aritmética, el álgebra y la geometría, han sido herramientas para el desarrollo social y cultural de las distintas civilizaciones que han coexistido desde la edad antigua, permitiéndoles resolver diversos problemas relacionados a la agricultura, el comercio, la

astronomía, la ganadería etc. Así, cada una de estas civilizaciones antiguas desarrollaron, en particular, el estudio de la geometría, llegando a resultados análogos en algunos ámbitos.

En relación con la noción de perpendicularidad, los primeros registros fueron dejados por parte de las culturas sumeria y egipcia, quienes utilizaron ángulos rectos con la necesidad de parcelar los terrenos inundados por el río Nilo. Así, a través del uso de cuerdas formadas por 12 nudos equidistantes entre ellos(as) creaban triángulos rectángulos de lados 3, 4 y 5 unidades. De este modo, podían resolver problemas asociados a la agricultura, construcción, así como comercio. Así mismo, para parcelar terrenos más grandes amplificaban la terna (3,4,5) llegando a resultados como (6,8,10), (12, 16, 20), etc.

Cortés (2012) explica que el primer registro que se conozca de las ternas fue descrito en la tablilla de Plimpton 322, en donde aparece descrito la fórmula que más tarde en Grecia lo formalizó Pitágoras de Samos y actualmente se conoce como “Teorema de Pitágoras”.

Por otro lado, siguiendo con Cortés (2012), los sumerios ya sabían que un ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto, cosa que no conocían los egipcios, de manera que la noción de perpendicularidad se origina en Sumeria, la que es considerada como la civilización más antigua.

En relación con la noción de paralelismo, las antiguas civilizaciones lo usaban de manera implícita, pues conocían figuras geométricas con pares de lados paralelos como el cuadrado, rectángulo, trapecio isósceles, hexágono y octágono, y calculaban sus áreas. En particular, el octágono se utilizaba para calcular de manera aproximada el área de un círculo, pues, tal como explica Cortés (2012), el octágono estaba inscrito en un cuadrado de 9 unidades cuadradas, dividiendo la figura en tres partes iguales, suprimiendo los triángulos formados en las esquinas.

Posterior a las civilizaciones sumerias y egipcias surge la griega, civilización que desarrolló de manera notable la matemática y en particular la geometría, ya que gracias a las contribuciones diversos(as) filósofos(as), matemáticos y geómetras como Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, Euclides de Alejandría, entre otros, se formalizaron y demostraron muchos teoremas que fueron utilizados por las civilizaciones anteriores y que actualmente se abordan en la matemática escolar.

En esta época, Thales de Mileto fue el primer griego que trabajó con los conceptos de perpendicularidad y paralelismo. Según cuenta la historia, mientras estudiaba las condiciones de paralelismo en uno de sus viajes realizados a Egipto, calculó la altura de la pirámide de Keops usando este concepto, llegando así al primer teorema que lleva su nombre y que está relacionado a la proporcionalidad de segmentos y semejanzas de triángulos.

Por otro lado, Tales descubre que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es recto, de modo que a través de esta proposición nace el segundo teorema que lleva su nombre, el cual aborda la perpendicularidad y propiedades de ángulos inscritos en la circunferencia.

Sin embargo, no fue hasta que Euclides de Alejandría axiomatizó la geometría plana y del espacio a través de los trece tomos que presenta en su libro *Elementos*, que los conceptos de paralelismo y perpendicularidad, así como los teoremas que Thales de Mileto y Pitágoras de Samos descubrieron fueron definidos y demostrados. “La geometría dejó con ellos de ser una recolección de recetas prácticas, de enunciados empíricos o concretos, para convertirse en una ciencia racional y formal” (Prada, 2012, p. 188)

A continuación, se presentan las definiciones y teoremas que están registrados en los libros de Euclides.

Libro I:

Definición 10: Cuando una línea recta insistiendo sobre otra forma los ángulos contiguos iguales entre sí, son rectos ambos, y la recta que insiste, se llama perpendicular a la otra.

Definición 35: Paralelas, o equidistantes, son las rectas que estando en un mismo plano, prolongadas por ambas partes al infinito, jamás se encontrarán.

Proposición 47: En todo triángulo rectángulo el cuadrado descrito sobre el lado opuesto ángulo recto es igual a los descritos sobre los otros dos lados (actual Teorema de Pitágoras).

Libro II:

Proposición 2: Si en un triángulo se tira una recta paralela a un de sus lados, dividirá a los otros dos, o a sus prolongaciones, proporcionalmente, y si los lados de un triángulo, o sus

prolongaciones, estuviesen divididos proporcionalmente, la recta, que junte las secciones, será paralela al otro lado (actual Teorema de Euclides).

En conclusión, al hacer una revisión histórica sobre el surgimiento de la perpendicularidad y el paralelismo, se logra observar que estos nacen de la necesidad de resolver problemas de distintos ámbitos, como lo son el parcelamiento de los terrenos en Egipto o el cálculo de la altura de pirámides, cual se relaciona a resolver problemas reales y concretos. Luego, estos objetos matemáticos y los respectivos teoremas que los utilizan son formalizados mediante definiciones y proposiciones que se demuestran para probar su validez. Así, ambas etapas en las que se desarrolla el paralelismo y la perpendicularidad tienen una relación con los estadios de operaciones concretas y formales propuestos por Jean Piaget en su teoría del desarrollo cognitivo.

3.3.2. Análisis cognitivo sobre los procesos que dificultan la enseñanza y aprendizaje de construcciones de rectas perpendiculares y paralelas

La comprensión de la matemática ha sido considerada a lo largo de la historia un proceso lleno de dificultades para los(as) estudiantes, generando en ellos(as) más aversión que afición. Pues, tal como expresa Jimeno (2006), en las escuelas este contenido resulta difícil y en algunas ocasiones poco accesible a todos(as) los(as) estudiantes. No obstante, dicha tendencia se ve más marcada a medida que se avanza en los distintos cursos de la educación regular.

Durante las últimas décadas, la comprensión de la matemática dentro del aula ha sido concebida desde el punto de vista de la psicología a través de las etapas iniciales del desarrollo cognitivo mediante la interacción con material concreto y juego como recurso pedagógico y didáctico, el cual funciona mediante reglas o condiciones, permitiendo a los(as) estudiantes relacionarse de manera activa con los objetos matemáticos que se van presentando a través de los distintos cursos. En este sentido, y en relación con la edad que rondan los(as) estudiantes que cursan desde séptimo básico en adelante, según se explica en la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, estos(as) se encuentran en una transición desde la etapa de operaciones concretas a las operaciones formales. De este modo, los(as) niños(as) además de desarrollar durante la etapa de las operaciones concretas un pensamiento ligado a la resolución de problemas de clasificación, seriación y conservación de objetos reales y tangibles, deberían ser

capaces de lograr desarrollar la abstracción de dichos objetos tangibles, permitiendo generar un pensamiento hipotético deductivo durante la etapa de las operaciones formales. De este modo, según señala Flavell (1985) el aspecto más importante dentro de esta etapa es la transición de lo real a lo posible.

En relación con el punto anterior, la geometría como rama de la matemática, contribuye en la etapa de las operaciones concretas a través de sus representaciones pictóricas y concretas, pues, de acuerdo con Santacruz y Sinisterra (2012) supone procesos tales como la visualización, el razonamiento y la argumentación. No obstante, en todos estos procesos suelen presentarse dificultades en la etapa de operaciones formales.

Según explica Castiblanco et al. (2004), una de las dificultades más grandes reside en la transición de descripciones de figuras geométricas al razonamiento y la argumentación como proceso más formal. Del mismo modo, Aravena y Caamaño (2013) señalan que las dificultades y obstáculos presentes en el pensamiento geométrico aparecen tanto en la comprensión de conceptos como en el pensamiento argumentativo y deductivo. Esto se debe en parte a que la formación del profesorado ha estado cargada de estructuralismo provocando que los conocimientos se parcelen en vez de unificarse, y que el conocimiento geométrico que adquiere el(la) docente en formación sea deficiente, repercutiendo en la calidad de la enseñanza que se promueve, de manera que al momento de enseñar geometría solo sea una reproducción de lo aprendido en la universidad, evidencia que aparece en el Informe de Resultados Nacionales para la END-FID 2019 (ver anexo 1.3.), menos del 45% de los(as) docentes de matemática que están por egresar y que se les realiza seguimiento durante el proceso de prosecución, es capaz de conducir el aprendizaje de los conceptos elementales de la geometría.

Desde el punto de vista de la argumentación, las posibles dificultades que se pueden presentar en el aprendizaje de rectas paralelas y perpendiculares residen en que los(as) estudiantes si bien podrían ser capaces de identificarlas cuando se representan en el plano, no necesariamente sabrían argumentar el por qué las rectas son perpendiculares o paralelas, dejando a un lado los conocimientos previos que poseen sobre las características de estos objetos matemáticos. Por ejemplo, para la perpendicularidad considerar propiedades relacionadas a la simetría y reflexión, y para el paralelismo considerar los teoremas de correspondencia de ángulos. Siguiendo esta misma línea, Santacruz y Sinisterra (2012) concuerdan en que al momento de enseñar geometría a un(a) estudiante “la intención es que

comprenda su forma a partir de las propiedades que cumple, y no se quede con una idea vaga de su forma” (p. 43).

Por otro lado, respecto a la visualización, Godino et al. (2012), explica que este concepto se puede comprender como un doble proceso, el cual transita desde lo material a lo inmaterial y viceversa, siendo descritos ambos procesos como visualización ascendente y descendente respectivamente. Por otro lado, Santacruz y Sinisterra (2012) se refieren a visualización como a “las manipulaciones que cognitivamente puede hacer el niño alrededor de la representación de un objeto geométrico, la cual se puede construir por distintos canales, no solo visuales” (p. 42). En este sentido, ambos autores señalan que visualizar no es lo mismo que ver, pues en el primero se crean representaciones mentales y cognitivas sobre los objetos, en cambio en el segundo se relaciona a representaciones pictóricas del objeto como tal.

Sin embargo, en relación con el foco de esta investigación que está centrada en la enseñanza de la geometría a estudiantes con discapacidad visual y volviendo a los estadios que propone Piaget en su teoría, estos se encuentran desfasados cronológicamente, pues las dificultades que presentan los estudiantes no se limitan solo a lo visual, sino que también en otras dimensiones, lo cual obstaculiza un desarrollo pleno en su proceso de aprendizaje. En este sentido, Zarzo y Romero (1999) explican que:

Esta población de alumnos presenta dificultades para el aprendizaje derivadas no sólo de sus problemas visuales sino que se asocian con alteraciones en los procesos cognitivos de atención, percepción sensorial, memoria a corto y largo plazo, razonamiento y dificultades motrices, lo que supone un esfuerzo añadido a nuestra labor de intervenir en su funcionalidad visual (p. 25).

Es así como los(as) estudiantes con discapacidad visual no solamente se enfrenta a las dificultades se presentan en la comprensión de la geometría, tales como la visualización, argumentación y razonamiento, sino que también se enfrenta a las dificultades que conlleva tener NEE múltiples, lo cual obstaculiza más aún la comprensión de las rectas paralelas y perpendiculares.

Para concluir este apartado, hay que tener en cuenta que los(as) estudiantes que trabajen sobre las construcciones geométricas se enfrentarán a dificultades relacionadas a su desarrollo cognitivo personal, a las dificultades que se presentan en la comprensión de la geometría y a las dificultades ligadas a sus necesidades educativas especiales múltiples, de modo que al

momento de elaborar alguna propuesta deberán considerarse estos aspectos de carácter cognitivo.

3.3.3. Análisis didáctico sobre las metodologías actuales de la enseñanza de construcciones con paralelas y perpendiculares

Las concepciones que tienen en general los(as) estudiantes sobre un objeto matemático en particular entregan bastante información respecto a los conocimientos previos y al manejo que tienen sobre tal objeto matemático. Es por ello, que se vuelve imprescindible investigar el “cómo” el Ministerio de Educación de Chile ha gestionado el proceso de enseñanza-aprendizaje de las construcciones de perpendiculares y paralelas en el curso séptimo básico, específicamente, analizando los libros de texto para el(la) estudiante del grado en cuestión.

A continuación, se presentará un análisis de los textos escolares de matemática de 7° básico que propone el Mineduc durante los años 2014, 2017 y 2021.

En el texto escolar de 7° básico del año 2014, se puede observar que los contenidos se abordan con un orden tal, que la construcción de las rectas paralelas se trabaja primero que las rectas perpendiculares. Se procede de manera tal que se logra la construcción de una recta paralela a otra recta dada por medio de 3 pasos a seguir usando regla y compás. Posteriormente, se trabaja la construcción de una recta perpendicular a otra recta dada, por medio de una secuencia de 4 pasos con los mismos materiales utilizados en la construcción anterior. Clases más adelante se trabajan las construcciones de bisectrices y simetrales de forma independiente.

En el texto escolar de 7° básico del año 2017, se inicia el proceso con una construcción de una recta perpendicular a otra en un punto, por medio de 4 pasos con regla y compás, sin entrar en detalle alguno. Posteriormente, se aborda la construcción de una recta paralela a otra, por medio de un proceso de 4 pasos con escuadra y compás, en los cuales se usa la escuadra para construir perpendiculares. Finalmente, luego de varias clases de actividades de construcciones análogas a las de ejemplo, se presentan las construcciones de la simetral y la bisectriz, pero sin hacer relación con el trabajo de rectas.

Finalmente, en el texto escolar de 7° básico del año 2021, se introduce el concepto de paralela por medio de un ejemplo concreto con un tríptico, para luego proceder con la construcción de una recta paralela a otra con regla y compás por medio de 4 pasos. Posteriormente, se trabaja la construcción de una recta perpendicular a otra en un punto, por

medio de 4 pasos con regla y compás, culminando la actividad con la definición formal del objeto matemático. Varias clases después se trabaja la construcción de simetrales de manera independiente.

Del análisis presentado se observa una clara tendencia en las propuestas que ofrece el Mineduc, pues se procede con las construcciones de perpendiculares y paralelas por medio de una secuencia de 3 o 4 pasos, sin entrar en detalles sobre el trasfondo del proceso. Otro común denominador, es cómo se tricotomiza la enseñanza de las perpendiculares, paralelas y simetrales, abordándolas de manera independiente.

De lo anterior, se concluye que se omiten las propiedades de la circunferencia como lugar geométrico, siendo este objeto matemático parte de los OA priorizados; se prescinde del uso de figuras geométricas para la activación de conocimientos previos y procesos de construcción, siendo este objeto matemático parte de los OA priorizados, no se relacionan conceptos, trabajando de forma independiente cada objeto matemático. Bajo este contexto, estas propuestas didácticas condicionan enormemente las concepciones que puede tener un(a) estudiante sobre la construcción de rectas perpendiculares y paralelas, de modo tal que perciben dichos objetos matemáticos como procesos cerrados, ajenos a otros objetos matemáticos y sin aplicaciones a la vida cotidiana.

3.4.4. Conclusiones de los análisis preliminares

Dados los distintos análisis planteados, es que este preliminar nos arroja distintas conclusiones sobre las restricciones del medio y las estrategias a seguir para lograr en los(as) estudiantes un aprendizaje significativo a la hora de enseñar construcción de rectas paralelas y perpendiculares en el plano:

- Relacionarlas con cosas cotidianas, para crear puentes entre los conocimientos previos de los(as) estudiantes con los formalismos matemáticos.
- Tener en cuenta los estadios de operaciones concretas y formales, de modo que se considere el nivel cognitivo de los(as) estudiantes al momento de abordar diversas estrategias y así institucionalizar los objetos matemáticos.
- Estudiar las distintas dificultades ligadas a sus necesidades educativas especiales múltiples, debido a que gran parte de la población de personas con discapacidad visual posee algún otro tipo de necesidad educativa especial.

- Relacionar los procesos de construcción de perpendiculares y paralelas con la circunferencia, y el uso de figuras geométricas para la activación de conocimientos previos y procesos de construcción, pues esto fomenta una comprensión global de las constantes interacciones existentes entre dichos lugares geométricos.
- Relacionar objetos matemáticos, debido a que la enseñanza de los distintos objetos matemáticos de forma independiente entre sí conlleva a una baja conexión entre las concepciones que poseen los(as) estudiantes.

4. MARCO METODOLÓGICO

4.1. Tipo de investigación

La presente investigación posee un enfoque cualitativo mediante un estudio descriptivo, el cual se centrará en un diseño fenomenológico ya que según Hernández et al. (2010), su propósito principal es describir y comprender las experiencias de las personas con respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias. Es por esto que es el que más se ajusta al objetivo de estudio. De este modo, la información se obtendrá por medio de la realización de entrevistas a distintos (as) profesionales del equipo multidisciplinario del contexto en cuestión, por lo cual, la temporalidad de la presente investigación es de tipo transversal, pues según Hernández (2010) recoge información en una época y momento específico, de modo que los datos recopilados durante este proceso son no estandarizados o no predeterminados.

Por otro lado, en esta investigación se trabajará con la Teoría de Ingeniería Didáctica (TID) como metodología de investigación, pues esta “se caracteriza también, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada” (Artigue, 1995, p. 37). De este modo, se utilizarán ciertos elementos de esta teoría (análisis preliminar, a-priori y a-posteriori) para realizar una validación interna, es decir, realizar una comparación entre análisis a priori y a posteriori con el fin de presentar una propuesta didáctica sobre el OA12 de matemática para 7° básico.

4.2. Diseño de la investigación

El método para recoger datos estará centrado en la entrevista semi estructurada, ya que esta es la manera más adecuada para recoger la mayor cantidad de información posible para obtener conclusiones más afines a los objetivos planteados.

Las entrevistas irán enfocadas a los(as) docentes de matemática y educación diferencial, buscando obtener de ellas las distintas experiencias del equipo multidisciplinario en cuestión,

haciendo énfasis en las distintas problemáticas que se les han presentado a la hora de enseñar a estudiantes con discapacidad visual, para así poder concluir las consideraciones necesarias a la hora de enseñar construcciones geométricas en el plano en el presente contexto.

4.3. Población y muestra

La población a investigar corresponde tanto a docentes de matemática como de educación diferencial en los cursos de séptimo a cuarto medio de la educación chilena.

La muestra estudiada corresponde a 3 docentes: un profesor de matemática ciego egresado de la UMCE, una educadora diferencial con mención en problemas de la visión egresada de la UMCE, y, por último, una educadora diferencial con mención en problemas de la visión que es ciega.

4.4. Instrumentos de investigación

Los instrumentos de investigación utilizados en la presente búsqueda de información corresponden, en primer lugar, a entrevistas semiestructuradas a docentes, tanto de matemática como de educación diferencial, realizadas mediante videollamadas. Las entrevistas duran entre 45 y 60 minutos y constan de 7 a 10 preguntas sobre las distintas experiencias de los y las docentes en cuestión. A cada entrevistado (a) se le envió previamente las preguntas a abordar en su respectiva entrevista y también un consentimiento escrito respecto a ella.

En segundo lugar, una vez formulada la actividad propuesta para el logro del OA 12 de matemática de séptimo básico, esta fue sometida a un proceso de validación por parte de distintas profesionales de 3 áreas: una especialista en geometría, una especialista en didáctica y una especialista en educación diferencial, proceso en el cuál dejaron sus consideraciones respecto a la actividad y la validaron en base a rúbricas (ver anexo 4).

Finalmente, el último instrumento de investigación corresponde a la actividad adaptada a estudiantes con discapacidad visual (ver anexo 5).

4.5. Análisis de datos

Para el análisis de los datos recopilados, se recurrió al método fenomenológico, puesto que dicho método está orientado a la descripción de las experiencias vividas y al reconocimiento del valor pedagógico de esta experiencia (Fuster, 2008), para lo cual se separó

dentro del análisis lo que se apega al objeto de estudio de lo que no en las entrevistas y las transcripciones de estas, para así obtener una representación clara del fenómeno de estudio y deducir las consideraciones pertinentes a la hora de enseñar construcciones geométricas en el plano a estudiantes con discapacidad visual.

5. ANÁLISIS A-PRIORI

En este apartado, se pretende utilizar las conclusiones de los análisis preliminares realizados, con la finalidad de proponer una actividad para la fase de experimentación, para luego anteponerse al cómo los(as) estudiantes afrontarán dicha actividad, prever sus posibles estrategias de desarrollo y predecir los potenciales errores y dificultades que presentarán a la hora de desarrollar la actividad, para así planificar devoluciones adecuadas a cada situación que se presente.

De los análisis preliminares, se concluye que, en Chile, la enseñanza de las construcciones de rectas perpendiculares y paralelas se realiza de manera independiente a los otros objetos matemáticos relacionados con el proceso, condicionando así estos aprendizajes a meros procesos metódicos, sin lograr que los(as) estudiantes construyan relaciones entre los distintos objetos matemáticos presentes.

Tal como establece Cortés (2012) “la enseñanza de la geometría debe comenzar proponiendo a los estudiantes un problema con sentido para ellos” (p. 43). Es por esto por lo que se ha decidido que, a lo largo de las actividades presentadas, se establecerán relaciones directas entre los objetos matemáticos en cuestión (perpendiculares y paralelas) y otros objetos matemáticos presentes en el proceso, como lo son la simetral, la circunferencia y el triángulo equilátero.

Por otro lado, al momento de diseñar la actividad, se contemplan una serie de estrategias didácticas para el proceso de aprendizaje, para ello es necesario tomar en consideración que “dentro del proceso educativo se debe conciliar nuevos métodos donde todo tipo de estudiante sea incluido al sistema educativo” (Inte, 2021, p. 17), es por esto que se ha decidido abordar las actividades desde un punto de vista diferente al propuesto por el Ministerio de Educación en los libros de texto de matemática, uno que integra las consideraciones recopiladas a lo largo de las entrevistas realizadas, así como considerar nuevos métodos de acorde al contexto de los(as) estudiantes en cuestión.

Del mismo modo que se van actualizando los métodos del proceso educativo, también lo va haciendo el enfoque de los(as) docentes hacia los(as) estudiantes con NEE, así como el enfoque mismo que tienen dichos(as) estudiantes acerca de la escuela. Tal como explica López (2009):

En este mismo sentido, la concepción de los alumnos con n.e.e. tiende a cambiar desde un enfoque médico y clínico centrado en el déficit que presenta el alumno, hacia un enfoque pedagógico e interactivo referido a la influencia del entorno, considerado éste, tanto como meta de su integración social, cuanto como elemento condicionador del propio desarrollo autónomo y social (p. 5).

Es por esto que se vuelve imprescindible volver al estudiante protagonista de las actividades en las que se ve involucrado, independiente de si este posee o no NEE.

Para poder lograr lo mencionado de forma óptima, es que, a pesar de que las actividades propuestas siguen una estructura definida, estas pueden, o más bien deben adecuarse a la hora de planificar las clases en las que se implementarán, pues “se debe, en conjunto con el especialista diferencial, coordinar las planificaciones de las clases con el fin de lograr el objetivo curricular” (Llévenes, 2020, p. 27), puesto que dicho(a) especialista es el(la) único(a) que puede anteponerse de mejor manera a las distintas respuestas que podría emplear un(a) estudiante con necesidades educativas especiales, por ende, si lo que se busca es planificar una clase en donde se imparta la actividad propuesta y se logren los objetivos curriculares deseados, habrá que planificar en conjunto con docentes de educación diferencial.

5.1. Análisis a priori de la actividad 1: Construcción de rectas perpendiculares

1. Fase 1: Esta fase corresponde al inicio de la clase y la actividad, por lo cual consta básicamente en que los(as) estudiantes reconozcan el material concreto (compás, regla adaptada personas con discapacidad visual, lápiz grafito 6B, transportador, goma eva papel diamante, lana), para posteriormente realizar una activación de conocimientos previos realizando un trabajo kinestésico. Se espera que, dadas las distintas capacidades y gustos de cada persona, los materiales escogidos varíen entre cada estudiante. Del mismo modo, se espera que la activación de conocimientos previos para la actividad (rectas, ángulos, segmentos, circunferencia) resulte en que todos(as) los(as) estudiantes puedan recordar y reconocer los distintos objetos matemáticos sin mayores complicaciones y dentro del tiempo estipulado, pues como mencionan las profesionales de educación diferencial en las entrevistas, el cuerpo propio es lo que mejor conoce uno(a) mismo(a), por lo cual el trabajo kinestésico es ideal a la hora de activar

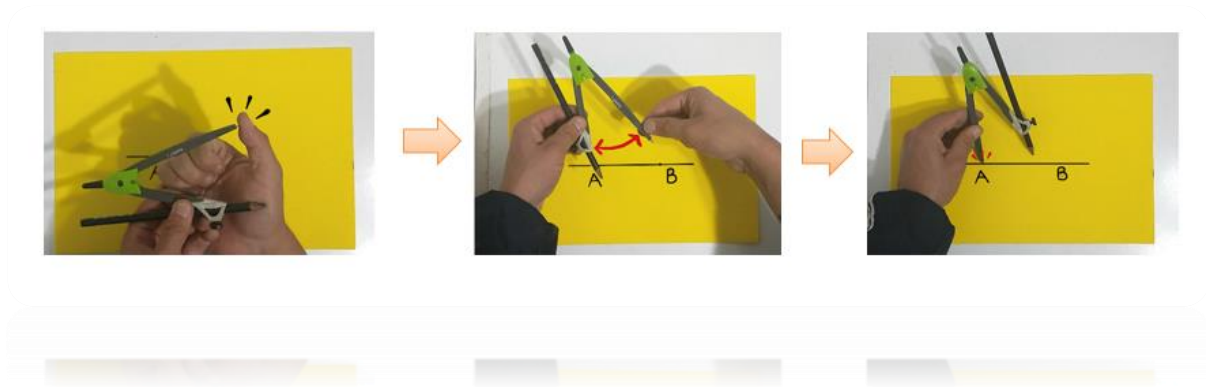
conocimientos previos, más aún si se complementa con el uso de lana para trabajar segmentos y rectas.

2. Fase 2: Esta fase corresponde al proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta dada, para ello, se utilizarán un compás, una lámina de goma eva (o papel diamante) como plano, una regla de al menos 10 cm y lápiz grafito 6B. Debido a la importancia de la precisión de las explicaciones de la tarea, se decidió dividir el proceso de construcción en los siguientes 10 pasos:

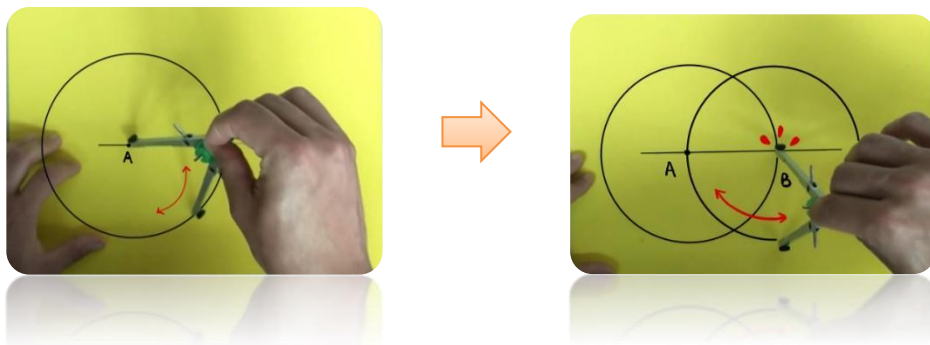
- Paso 1: En una lámina nueva, marca cerca del centro con un lápiz dos puntos distintos, A y B. Luego toca la lámina y reconoce dónde están ubicados.
- Paso 2: Toma la regla y ubícala de manera que el borde de ella pase por ambos puntos, A y B, y mantenla fija. Luego con un lápiz traza (o desliza) la recta que pase por los puntos que marcaste. ¿Qué figura geométrica puedes construir con una regla y esos dos puntos? Muestra tu procedimiento o tu respuesta. Toca la figura que construiste y descríbela verbalmente, mencionando los puntos A y B.
- Paso 3: Con tus manos toca la lámina e identifica el segmento AB.



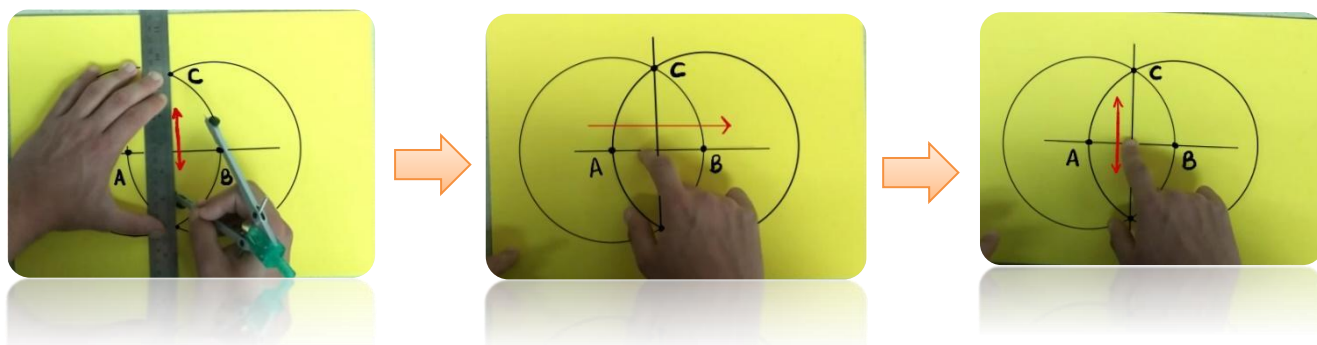
- Paso 4: Toma el compás y toca suavemente la punta que tenga más filo (o puntiaguda). Luego, ubica esa punta con más filo en uno de los puntos que marcaste y abre el compás hasta situar la otra punta que tiene el lápiz en el otro punto o antes del punto.



- Paso 5: Gira el compás y marca con el lápiz la lámina de manera que se forme una circunferencia con radio igual al segmento AB y centro en A .
- Paso 6: Ahora repite el mismo proceso, pero ubica la punta filuda del compás en B manteniendo el mismo radio AB . Luego, toca la lámina y describe geométricamente las figuras que se determinaron en este procedimiento.



- Paso 7: Con las manos toca la lámina y revisa si hay alguna intersección entre las dos circunferencias que creaste antes.
- Paso 8: Marca con el lápiz los puntos de intersección que hallaste. A estos puntos les llamaremos C y D . ¿Qué figura forman estos puntos?
- Paso 9: Del mismo modo en que se hizo al principio, toma la regla y ubícala de manera que intersecte con los puntos C y D , luego mantenla fija y con el lápiz traza una recta que pase por C y D .
- Paso 10: Con tus manos toca la lámina e identifica las rectas AB y CD . Luego identifica el punto de intersección de ambas rectas y remácalo. A este punto lo llamaremos E .



Para la presente fase, se espera que la precisión del vocabulario usado para las instrucciones y el trabajo colaborativo con la (el) docente de educación diferencial sean suficientes para poder llevar a cabo el proceso de construcción sin mayores complicaciones, pero de todos modos puede darse el caso de estudiantes que quizás no hayan entendido del todo conceptos como segmento o rectas, por lo cual el (la) docente de matemática deberá estar atento a esas posibles complicaciones para proceder a explicar al (la) estudiante por medio de comparaciones entre los objetos matemáticos en cuestión y objetos de la vida cotidiana conocidos por el (la) estudiante, como trabajando con lana, trabajo kinestésico o ejemplos de objetos comunes.

3. Fase 3: La presente fase se trata de que los(as) estudiantes respondan preguntas en relación con el lugar geométrico construido, para ello, el(la) docente debe volver al estudiante protagonista de la situación, y tratar de guiarlo por medio de devoluciones adecuadas a que responda en base al trabajo realizado. Las preguntas son:

1. a) ¿Cómo podemos verificar si efectivamente las rectas son perpendiculares?

- ✓ Posibles estrategias: es probable que más de algún estudiante mencione que con el transportador podemos medir el ángulo entre las rectas, y si resulta ser de 90° , las rectas son perpendiculares; también, puede darse que algún (a) estudiante plantee que el punto E es el más cercano de C a la recta, por lo cual la recta CE es perpendicular a la recta AB. Todas esas estrategias son válidas y hay que hacerles notar a los(as) estudiantes que están en lo correcto, sin embargo, también hay que mostrarles que hay una demostración matemática que relaciona los distintos objetos matemáticos en la construcción entre sí para llegar a la conclusión de la perpendicularidad. Para ello, se procede de la siguiente forma:

- ✓ Triángulo equilátero: Con los puntos A, B y C se puede construir un triángulo equilátero, el cual se fundamenta en que es equilátero porque la medida de todos sus lados coincide con los radios de ambas circunferencias y estas son iguales. Así por definición de triángulo equilátero, todos sus ángulos interiores miden 60° . Luego:
- ✓ Punto Medio: *¿Cómo podemos verificar que E es punto medio del segmento AB?*
Estrategia: toma el compás y coloca una de sus puntas desde el punto A, luego abre el compás y encaja la otra punta en el punto E. Luego, levanta la punta del compás que está en A y sin abrir el compás ubícalo en B. ¿Ese extremo se sitúa justo en el punto B?
- ✓ Simetral y bisectriz Recordar que en un triángulo equilátero éstas coinciden con el punto medio. Luego, se debe recordar que la simetral es la recta perpendicular levantada sobre el punto medio y, por otro lado, la bisectriz es la recta que divide la medida de ángulo en dos ángulos iguales.
- ✓ Con lo anterior se puede guiar al estudiante para que el ángulo $\angle BCE = \angle ECA = 30^\circ$
- ✓ Luego, con material concreto se construye otro triángulo equilátero con las mismas medias que el triángulo ABC de modo que esté al revés y compartan el lado BC. Así se obtiene el triángulo equilátero BFC. Luego al sumar los ángulos BCE y BFC se obtiene el ángulo $\angle FCE = 90^\circ$, por lo tanto, las rectas son perpendiculares.

b) Toma un pedazo de lana y ubica un extremo en el punto C. Luego con el otro extremo de la lana comienza a medir la distancia entre el punto C y la recta AB. ¿En qué lugar de la recta AB la distancia que mides desde el punto C es mínima?

Aquí, una posible dificultad del estudiante puede ser el no comprender cómo deslizar la lana por la recta AB

Estrategia: Para probar que la perpendicular se relaciona con la distancia mínima a una recta, los estudiantes pueden trabajar con un trozo de lana e ir midiendo desde el punto C (fijo) a distintos puntos que pertenezcan a la recta AB

2 ¿Para qué crees que sirvió usar la circunferencia durante la construcción?

Posibles respuestas:

R1: Para encontrar los puntos de intersección de ambas circunferencias.

R2: Para poder medir distancias iguales.

Por ende, el(la) docente debe fomentar la comprensión de la circunferencia como lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto dado.

3. a) ¿En qué facetas o situaciones de tu vida cotidiana has percibido el concepto de perpendicularidad?

Posible respuesta: cajas de medicamentos, esquinas de las mesas, movimientos pre-bastón (técnica para encuadrarse), el ángulo que forma la pared con el piso, etc.

b) ¿en qué situaciones de la vida cotidiana puedes notar la relación que existe entre doblar dos veces de forma perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original, respecto a las rectas paralelas?

Posible respuesta: 1) al cruzar de una vereda a otra en la misma calle para continuar en la misma dirección. 2) Al cambiar de andén dentro del metro

4. Fase 4: En esta fase se procede a la formalización del objeto matemático por parte de los y las estudiantes, y al cierre de la actividad. El objetivo de la fase es que los(as) estudiantes sean capaces de definir matemáticamente lo que son un par de rectas perpendiculares, de modo tal que las devoluciones que realice el(la) docente en cada intervención vayan destinadas a que los(as) estudiantes se acerquen lo más posible con sus propias palabras a una definición formal:

Definición: Las rectas perpendiculares son aquellas que se encuentran en un mismo plano y se intersecan en un punto, formando 4 ángulos rectos.

Se espera que los(as) estudiantes apelen a propiedades de las rectas perpendiculares al tratar de definir las, por lo que el(la) docente deberá tratar de desviar el foco hacia una definición más que hacia una descripción.

5.2. Análisis a priori de la actividad 2: Construcción de rectas paralelas

1. Fase 1: Esta fase corresponde al inicio de la clase y la actividad, por lo cual consta básicamente en que los(as) estudiantes reconozcan el material concreto (una caja con

fósforos grandes (o palitos de brocheta (20)), una lámina de cartón o plumavit u hoja de block, una caja de plastilina (la más pequeña posible), 20 chinchas, 2 metros de lana), para posteriormente realizar una activación de conocimientos previos realizando un trabajo kinestésico. Se espera que, dadas las distintas capacidades y gustos de cada persona, los materiales escogidos varíen entre cada estudiante. Del mismo modo, se espera que la activación de conocimientos previos para la actividad (triángulo equilátero y su altura, ángulos, rectas, vértices y lados de una figura geométrica) resulte en que todos(as) los(as) estudiantes puedan recordar y reconocer los distintos objetos matemáticos sin mayores complicaciones y dentro del tiempo estipulado, pues como mencionan las profesionales de educación diferencial en las entrevistas, el cuerpo propio es lo que mejor conoce uno(a) mismo(a), por lo cual el trabajo kinestésico es ideal al momento de activar conocimientos previos, más aún si se complementa con el uso de lana para trabajar segmentos y rectas, de manera tal que en parejas y con cada estudiante tensando su pedazo de lana, trabajar en conjunto las distintas posiciones relativas entre rectas.

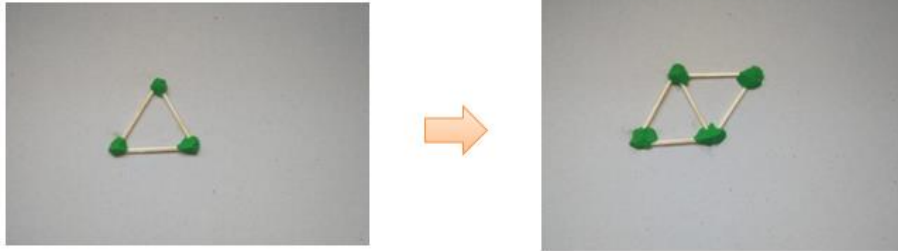
2. Fase 2: Esta fase corresponde al proceso de construcción de una recta paralela a otra, para ello, se utilizarán una caja de fósforos grande (o palitos de brocheta (20)), una caja pequeña de plastilina y una hoja grande de block.

Debido a la importancia de la precisión de las explicaciones de la tarea, se decidió dividir el proceso de construcción en los siguientes 5 pasos:

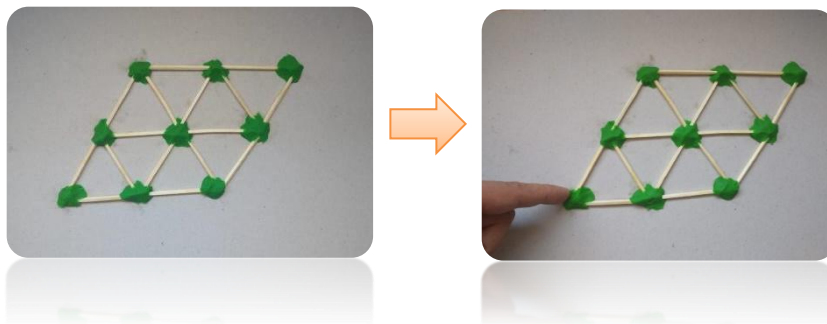
- Paso 1: Toma 3 fósforos y forma un triángulo, colocándolo en cualquier lugar de la lámina.



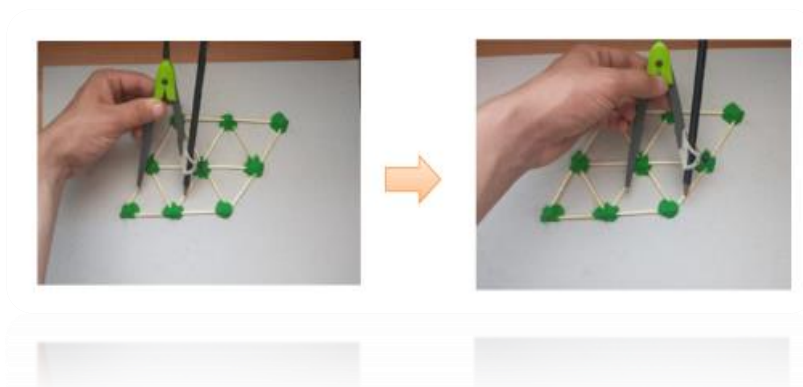
- **Paso 2:** Toma pequeños pedazos de plastilina y úsalos para unir cada par de fósforos en los vértices del triángulo formado. Luego con dos palos de fósforos más forma un segundo triángulo con uno de los lados del triángulo que ya formaste.



- **Paso 3:** Repite el procedimiento hasta completar la lámina, de manera que crees un nuevo triángulo usando un lado del triángulo que ya formaste.



- **Paso 4:** Una vez completada la lámina con los triángulos, identifica las distintas rectas en ella.
- **Paso 5:** Mide la distancia entre las rectas utilizando la regla o el compás.



3. Fase 3: La presente fase se trata de que los(as) estudiantes respondan preguntas en relación con el lugar geométrico construido, para ello, el(la) docente debe volver al estudiante protagonista de la situación, y tratar de guiarlo por medio de devoluciones adecuadas a que responda en base al trabajo realizado. Las preguntas son:

- 1) ¿Cómo podemos verificar si efectivamente las rectas son paralelas?

Posible respuesta estudiante: Porque nunca se cruzan; porque la distancia entre ellas es siempre la misma.

Estrategia: La idea es guiar a los(as) estudiantes a razonamientos secuenciales que fomenten la relación entre los distintos objetos matemáticos presentes en el proceso, para de este modo, comprender el trasfondo matemático del trabajo realizado. Para ello, trazamos la altura de alguno de los triángulos (la cual también es simetral y bisectriz) y explicamos la relación entre el ángulo de 30° formado y el ángulo de 60° del triángulo adyacente, obteniendo así 2 ángulos rectos (el del pie de la altura y el resultante al sumar los ángulos de 60° y 30°). Finalmente, se concluye que las rectas son paralelas ya que son el resultado de doblar dos veces en dirección perpendicular.

- 2) ¿Encuentras alguna similitud o diferencia en las rectas que construiste? ¿Cuáles son?

Posible respuesta: Unas no se cruzan o tocan (paralelas) y otras si se tocan en los vértices de los triángulos (secantes).

Posible error: Confundir rectas secantes con rectas paralelas.

Estrategia propuesta: Guiar a los(as) estudiantes a que identifiquen primero las rectas secantes presentes en la construcción, para sí denotar la diferencia entre ese tipo de rectas y las rectas paralelas, las cuales posteriormente se pueden reconocer fácilmente por los(as) estudiantes si se relacionan con los distintos vértices presentes en la construcción (2 rectas paralelas no poseen puntos en común)

- 3) Si extendieras las líneas, ¿crees que podrían cruzarse en algún punto?

Posible respuesta: Algunas sí, otras no.

Posibles errores: En el caso de que algún(a) estudiante no haya colocado de manera adecuada los fósforos en las bolitas de plastilina, puede darse que las rectas que debieran ser paralelas en su construcción no lo sean. Para ello, el(la) docente de matemática deberá hacer referencia a que, si los triángulos originales no son

equiláteros, entonces habrá algunas desviaciones de 1° o incluso menos, pero que al prolongar las rectas este error afectará gravemente al paralelismo, de modo tal que los(as) estudiantes comprendan el trasfondo matemático del error.

- 4) En qué situaciones de la vida diaria puedes encontrar rectas paralelas:

Posible respuesta: En las cajas (fósforo, de zapato, etc.) en el marco de una puerta, los brazos de una persona, en técnicas de alineación paralela (pre-bastón), etc.

4. Fase 4: En esta fase se procede a la formalización del objeto matemático por parte de los(as) estudiantes, y al cierre de la actividad. El objetivo de la fase es que los(as) estudiantes sean capaces de definir matemáticamente lo que son un par de rectas paralelas, de modo tal que las devoluciones que realice el(la) docente en cada intervención vayan destinadas a que los y las estudiantes se acerquen lo más posible con sus propias palabras a una definición formal:

Definición: Las rectas paralelas son aquellas que se encuentran en un mismo plano y no comparten puntos en común.

Se espera que los(as) estudiantes apelen a propiedades de las rectas paralelas al tratar de definir las, por lo que el(la) docente deberá tratar de desviar el foco hacia una definición más que hacia una descripción.

6. ANÁLISIS A-POSTERIORI

6.1. Análisis A-posteriori de la actividad N°2

Para realizar la respectiva adecuación de la actividad, previamente a la implementación se le solicitó a la educadora diferencial que estaba a cargo informaciones respecto al estudiante de manera que permitieran una clase inclusiva, como descripción de las necesidades educativas especiales, nivel de conocimientos previos y rasgos de la personalidad del estudiante. Fue ahí donde se agregó a las consideraciones previas presentes en la actividad, el hecho de que el estudiante presenta ciertos problemas de motricidad en sus manos, además de una leve discapacidad cognitiva, úlceras visuales progresivas que le permiten ver solo figuras grandes y de colores que contrasten así como lectura de textos usando macro tipo 24; a pesar de sus 17 años, sus conocimientos previos sobre los temas a tratar no pasan de la visualización o reconocimiento de los objetos matemáticos; sus gustos radican principalmente en los videojuegos, en particular de PlayStation, además cabe destacar que habla bastante poco y es poco descriptivo, pero es muy respetuoso e interesado en las cosas nuevas. Asimismo, la educadora diferencial no podría estar presente en la reunión por temas de tiempo, por lo cual la clase debería hacerse solo con docentes de matemática y de manera online, debido a la contingencia sanitaria que vive actualmente el país.

Gracias a la información proporcionada por la educadora diferencial, se decidió implementar solo la actividad 2 (construcción de rectas paralelas), ya que la actividad 1 (construcción de rectas perpendiculares) implica uso de materiales concretos que involucra más precisión con la motricidad fina respecto a la actividad 2, lo cual dificultaría al estudiante a realizar la actividad.

Al iniciar la reunión virtual, se pudo observar que el estudiante no podía enfocar con la cámara lo que él iba haciendo o colocando en su mesa, por lo cual se debió realizar la actividad sin poder ver lo que iba construyendo. Luego, se procedió a dar paso a la Fase 1, en la cual el estudiante reconoció y manipuló todo el material concreto, comentando que a pesar del tamaño que escogimos para los palitos de brocheta, eran algo pequeños (6 cm), por lo cual su manipulación se vio algo entorpecida. Para el paso 3, el estudiante manifestó que sí había escuchado las palabras paralelas y perpendiculares, pero no sabía lo que eran, por lo cual se

procedió a explicar usando 3 ejemplos concretos: primero con trabajo kinestésico, utilizando los brazos y el torso para denotar rectas paralelas, perpendiculares y secantes en distintos ángulos; luego con material concreto, utilizando el mueble que estaba junto al estudiante, pues este presentaba una serie de niveles paralelos y esquinas perpendiculares; finalmente, usando como ejemplo el control de un PlayStation, en particular los botones que poseen una x y un triángulo. Todo esto funcionó tal y como se esperaba, tanto en el uso de tiempo como en la activación de conocimientos previos, pues el estudiante reconoció de inmediato los conceptos necesarios (triángulos, ángulos y posiciones relativas entre rectas) y los tuvo presentes durante toda la actividad.

Luego, se dio paso a la fase 2. Aquí, debido a las dificultades motoras en las manos del estudiante, la secuencia de pasos fue un poco más lenta de lo esperado, manifestando que era una tarea algo difícil, por lo cual se le dijo que no había apuro alguno y que lo hiciera tranquilo, lo cual lo mantuvo incentivado a seguir a su ritmo. Fuera del tema del tiempo, el estudiante pudo realizar los pasos 1 y 2, sin mayores complicaciones. Ya cuando llevaba 3 triángulos, se consultó por la cantidad de lados, vértices y triángulos que veía, lo cual respondió correctamente lados y triángulos, pero fallando en la cantidad de vértices, por ello se le explicó la relación de la plastilina con los vértices nuevamente y ahí respondió bien. Luego, en el paso 3, repitió el procedimiento hasta lograr solo 6 triángulos (ver Figura 1), esto, en primer lugar, porque le resultaba una tarea difícil; y, en segundo lugar, por temas de tiempo. Ya en el paso 4, el estudiante reconoció sin ningún problema las rectas paralelas y secantes presentes en su construcción, contando de manera perfecta la cantidad de rectas paralelas presentes en su trabajo. Al consultarle sobre la posible prolongación de las rectas paralelas y si se cruzarían o no eventualmente, el estudiante dijo que sí se cruzarían, esto debido a pequeñas imprecisiones en su construcción que hacían que el paralelismo no fuera perfecto, por lo cual se procedió a utilizar GeoGebra para recrear su construcción y mostrarla en pantalla (ya que no se podía ver la suya), logrando con ellos un mayor entendimiento de la situación al estudiante. Posteriormente, modificó el paso 5 debido a que la reducida motricidad fina del estudiante no permitió que su construcción quedara fija en la hoja de block, por lo que no se logró ver su construcción, de manera tal que se le evidenció a través de GeoGebra y resultó en un buen entendimiento por su parte. Finalmente, a pesar de todas las modificaciones de la actividad durante la planificación, esta fase tardó 5 minutos más de lo estipulado.

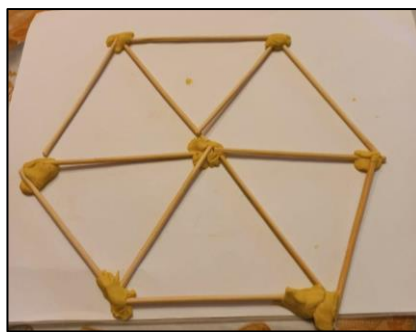


Figura 1.

Más adelante, en la fase 3, el estudiante no supo responder la pregunta 1, por lo cual procedimos a la explicación usando GeoGebra. Fue recién en este punto que se le explicó lo que es la altura de un triángulo, pues no se hizo durante la fase 1 debido a que como el estudiante desconocía gran parte del contenido, si se introducían demasiados conceptos en dicha fase, podría haber resultado en una desmotivación o saturación. Posteriormente, durante la explicación se le iba consultando al estudiante si entendía o no, donde la respuesta siempre fue un sí, excepto durante la explicación de la altura del triángulo, en donde hubo que trabajarla con más detalle pues era un concepto nuevo para él. Por otro lado, el resto de las preguntas de la fase 3 se le fueron haciendo durante la fase 2, para utilizar el tiempo que él empleaba en las construcciones de los triángulos. Esta fase duró exactamente lo planificado.

Finalmente, durante la fase 4, a pesar de que el estudiante era poco descriptivo, afirmó que las rectas paralelas “son las rectas que nunca se cruzan”, y dio como ejemplo que las veredas opuestas de una calle son paralelas. Esta fase duró exactamente lo planificado.

De la implementación, se puede concluir que, a pesar de las consideraciones hechas durante la planificación, hubo un exceso en el tiempo de la clase de 5 minutos aproximadamente, esto posiblemente debido a que la planificación hecha con la educadora de diferencial fue solo por correo y no en una reunión, por lo cual queda claro lo trascendental del trabajo colaborativo al momento de planificar. Por otro lado, el mal posicionamiento de la cámara del estudiante generó problemas ya que no se podía ver su trabajo. Esto podría haberse evitado de haber usado otro tipo de material concreto, el cual consiste en aristas de plástico con vértices imantados, pero no se utilizó por falta de presupuesto. También quedó evidenciada la vital importancia de la descripción de las instrucciones, pues a la mínima imprecisión de estas, el estudiante se confundía. Finalmente, el uso del material concreto efectivamente llamó la

atención del estudiante, quien, a pesar de su dificultad para manipularlo, mostró interés al realizar la construcción.

7. CONCLUSIONES Y PROYECCIÓN

7.1. Conclusiones

Al finalizar esta investigación y teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se pudo observar que en cada una de las entrevistas realizadas, los(as) docentes compartían un común denominador que se divide en cinco consideraciones esenciales para la enseñanza de las construcciones geométricas en el plano que promuevan la inclusión de estudiantes con discapacidad visual, las cuales son: (i) uso de material didáctico pertinente a las capacidades de los (as) estudiantes; (ii) uso de un vocabulario inclusivo; (iii) trabajo colaborativo con el equipo multidisciplinario, tanto a la hora de planificar como en la sala de clases; (iv) uso de trabajo kinestésico para asociar ideas y conceptos con partes del cuerpo, y (v) activación de conocimientos previos. Todas estas consideraciones abordan distintas dimensiones que son parte del proceso de enseñanza-aprendizaje que se reflejan en varios dominios del Marco para la Buena Enseñanza (MBE).

De lo anterior se puede observar que, desde la preparación de la enseñanza, la selección de material didáctico de acuerdo a las capacidades de los(as) estudiantes surge del trabajo colaborativo entre docentes de educación diferencial y matemática, aportando cada uno con los conocimientos propios de sus especialidades, aspecto que es imprescindible para generar una situación de enseñanza. De esta colaboración entre docentes se acordó la gran utilidad de implementar la actividad, materiales como la plastilina, los palitos de brocheta (o fósforos grandes), goma eva, compás de precisión, lana, etc. Asimismo, desde la enseñanza para el aprendizaje de todos(as) los(as) estudiantes, el uso del trabajo kinestésico en la activación de conocimientos previos, así como un vocabulario inclusivo incentiva en ellos(as) el trabajo activo teniendo en cuenta cada una de sus particularidades personales. Todo esto da a entender que, desde las responsabilidades profesionales, el aprendizaje continuo de los docentes es fundamental para que surjan nuevas estrategias que promuevan el aprendizaje de todas y todos los estudiantes.

Al haber recopilado tales consideraciones, estas fueron esenciales en la elaboración de una guía didáctica de apoyo para el docente, que contempla dos actividades vinculadas al cierre

del OA 12 de matemática en séptimo básico. La primera, abarca la construcción de rectas perpendiculares y la segunda, construcción de rectas paralelas.

Una vez terminada la elaboración de la actividad, se recurrió a distintos(as) profesionales especializados(as) en cada una de las áreas que forman parte de las actividades en cuestión: geometría, didáctica y educación diferencial, con la finalidad de tener todas las consideraciones que se pudieron haber pasado por alto al elaborar las actividades y reformular así una guía didáctica más completa.

Posteriormente, hubo complicaciones durante el proceso de implementación, específicamente en lograr un contacto seguro con estudiantes con discapacidad visual, pues factores como los protocolos propuestos por los colegios contactados debido a la pandemia por COVID-19, la dificultad para coordinar con educadoras diferenciales fuera del horario laboral por falta de tiempo y no contar con los permisos de los(as) tutores(as) legales de los(as) estudiantes, complejizaron bastante llevar a cabo la implementación.

Finalmente, cuando se logró contactar un estudiante que pudiera participar en la actividad propuesta y gracias a la información otorgada por su docente de educación diferencial, fue que se logró adaptar con éxito ciertos aspectos puntuales de las diferentes consignas para mejorar la comprensión de los contenidos y potenciar la participación del estudiante, logrando así una clase significativa, en la cual se evidenció que cada una de las consideraciones planteadas hasta este punto son efectivamente indispensables a la hora de realizar una clase de construcciones geométricas en el plano a estudiantes con discapacidad visual.

En relación con los aprendizajes adquiridos después de la actividad, se pudo evidenciar que el estudiante pasó de tener un conocimiento que se limitaba a solo identificar paralelas, triángulos y ángulos de manera somera, a poder explicar con sus propias palabras qué son las rectas paralelas, construirlas con material concreto y reconocerlas en diversas situaciones de la vida diaria que le involucran, además de identificar y diferenciar rectas paralelas de rectas secantes y rectas perpendiculares, así como también identificar la altura, lados y vértices de triángulos.

Bajo este contexto, cabe destacar que independiente de las consideraciones planteadas hasta ahora, es importante tener siempre presente las particularidades de cada estudiante, pues

todos tienen capacidades diferentes, por ende, se vuelve indispensable el proceso colaborativo de adaptación previo a la implementación.

7.2. Proyecciones

Dado que la actual pandemia por COVID-19 surgió muy poco tiempo antes del comienzo de la investigación, previamente existía una idea de actividad de implementación similar a la expuesta en el presente documento, pero con la diferencia de que estaba pensada para un trabajo presencial. Consistía en la construcción de polígonos regulares utilizando lana y clavos (o cualquier material que sirva como punto de apoyo para la lana) como compás en cualquier patio con tierra, lana para los lados de los polígonos y pelotas de ping pong o de tenis para definir los vértices de las figuras. Todas las consideraciones planteadas en la presente investigación son perfectamente aplicables a esta propuesta de actividad, por lo cual se sugiere ser implementada como posible cierre de objetivo de aprendizaje.

Cabe destacar que en las entrevistas realizadas surge como crítica el hecho de que a pesar de existir un marco normativo que promueva la inclusión en las distintas dimensiones del quehacer docente, en la formación de los(as) futuros(as) docentes debería existir a nivel curricular asignaturas que entreguen herramientas mínimas para el trabajo con estudiantes con NEE, de manera que facilite el trabajo colaborativo entre docentes de ambas especialidades y se promuevan situaciones de enseñanza significativas para cada uno de los(as) estudiantes.

Por otra parte, se ha evidenciado que las personas con discapacidad visual suelen presentar otro tipo de necesidades educativas especiales, por lo cual sería interesante realizar investigaciones respecto a las posibles consideraciones (adicionales a las expuestas aquí) necesarias para la enseñanza de la matemática a personas con necesidades educativas especiales múltiples (además de la discapacidad visual).

7. REFERENCIAS

Alba, C., Sánchez J. y Zubillaga, A. (2014). *Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Pautas para su introducción en el currículo*.
http://www.educadua.es/doc/dua/dua_pautas_intro_cv.pdf

Albornoz, S., Aravena, J. y Hernández, C. (2020). *Análisis del tratamiento pedagógico y matemático que desarrollan, los y las docentes de matemática, para trabajar con estudiantes con TEA en enseñanza media*. (Tesis de Pregrado). Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile.

Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. (2013). *Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile*. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211.
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362013000200002&lng=es&nrm=iso

Arias Roura, M. E. (2010). *Relaciones interpersonales entre niños con discapacidad visual y sus compañeros videntes en el contexto educativo regular* (Bachelor's thesis).
<http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/2835>

Artigue, M. (Ed.). (1995). Ingeniería didáctica. *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamericana. 33- 60. https://www.researchgate.net/profile/Pedro-Gomez-11/publication/277733635_Ingenieria_didactica_en_educacion_matematica/links/559e491308ae76bed0bb8948/Ingenieria-didactica-en-educacion-matematica.pdf#page=41

Bank-Mikkelsen, N. (1975). El principio de normalización. *Revista Siglo Cero*, 3(1), 16-21.

Bolaños, H., Céspedes, M. y González, C. (2016). Las experiencias de los profesores de matemáticas en el trabajo de aula con personas ciegas. *Uniciencia*. 30(1), 99-114.
<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/7585>

Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Ministerio de Educación Nacional.
<https://redaprende.colombiaaprende.edu.co/metadatos/recurso/pensamiento-geometrico-y-tecnologias-computacional/>

Cebrián De Miguel, M. (2003). *Glosario de discapacidad visual*. Madrid, ONCE.
https://cvc.cervantes.es/lengua/esletra/pdf/04/028_cebrian.pdf

Cortés, R. (2012). *Historia de la Geometría Euclidiana y sus aplicaciones para la enseñanza*. (Tesis de Pregrado). Universidad de Valladolid. Escuela Universitaria de Educación, Palencia, España. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1716>

Escudero, J. (2010). Esbozo de la educación especial en Chile: 1850-1980. *Revista Educación y Pedagogía*, (57), 31-49.

Ferreya, J., Méndez, A. y Rodrigo, M. (2014). El uso de las TIC en la Educación Especial: Descripción de un sistema informático para niños discapacitados visuales en etapa preescolar. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*. 55-61. <http://repositoriocdpd.net:8080/handle/123456789/351>

Figueroa, I., Sepúlveda, G., Soto, J. y Yáñez, C. (2020). Coenseñanza entre docentes de educación general básica y educadoras diferenciales: Incidentes críticos de la práctica colaborativa en programas de integración educativa. *Pensamiento educativo*, 57(1), 1-15. <https://dx.doi.org/10.7764/pel.57.1.2020.1>

Flavel J. (1985), *Cognitive developm ent*. (2.^a ed.) Englewood Cliffs, N. J. PrenticeHall.

Fuster, J. (2008). La planificación estratégica: una propuesta metodológica para gestionar el cambio en políticas de innovación educativa. *Revista Iberoamericana De Educación*, 46(1), 1-11. <https://doi.org/10.35362/rie4612013>

General, L. A. (1948). *Declaración Universal de los Derechos humanos*. Naciones Unidas. <http://centrodocumentacion.deceroasiempre.gov.co/sites/data/Categoria1/documentoscategori a1/32%20Declaracion%20Univ%20Derechos%20Humanos.pdf>

Godino, J. y Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf

Godino, J., Gonzato, M., Cajaraville, J. y Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 30(2), 109-30. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/254506>

Godoy, M., Meza, M. y Salazar, A. (2004). Antecedentes históricos, presente y futuro de la Educación Especial en Chile. *Ministerio de Educación, programa de Educación Especial*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/610/MONO-523.pdf>

González, M. y Silva, M. (2019). Profesionales asistentes de la educación: Orientaciones Acerca de su Rol y Funciones en Programas de Integración Escolar (PIE). *Ministerio de Educación*. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2020/01/Profesionales-asistentes-de-la-educacion-002.pdf>

Hernandez, R., Fernández, C. y Bapista P. (2010). Metodología de la investigación. (5.^a ed) McGraw-Hill, Interamericana Editores S.A.

Inte, G. (2021). *Estrategias pedagógicas para la inclusión educativa de una estudiante con discapacidad visual en educación primaria: estudio de caso* (Master's thesis). Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador. <http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/19658>

Jimeno, M. (2006) (Ed.). *¿Por qué los niños y niñas no aprenden matemáticas?*. Editorial Octaedro S.L.. 213- 216.

Lería, L., Salgado, J., Almonte, I., Vega, M. y Véliz, M. (2016). Prácticas sociales en torno a la inclusión de la discapacidad sensorial en escuelas públicas de Copiapó de Chile. *Páginas de Educación*, 9(1), 120-145. <https://doi.org/10.22235/pe.v9i1.1180>

López, M. (2009). La inclusión educativa de alumnos con discapacidades graves y permanentes en la Unión Europea. *Relieve-revista electrónica de investigación y evaluación educativa*, 15(1). <https://revistaseug.ugr.es/index.php/RELIEVE/article/view/17105>

Ministerio de Educación (1990). *Decreto Exento 89, Discapacidad Visual: Aprueba Planes y programas de Estudio para alumnos con discapacidad visual*. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/08/201304231642460.DecretoN89.pdf>

Ministerio de Educación (1994). *Decreto Exento 637: Modifica Decreto Supremo Exento de Educación N°89 de 1990, que aprobó planes y programas de estudios para educandos con déficit visual*. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/03/DecretoExento637DV.pdf>

Ministerio de Educación (1994). *Ley 19.284: Establece normas para la plena integración social de personas con discapacidad*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=30651>

Ministerio de Educación (2007). *Ley 20.201: Modifica el DFL N°2, de 1998, Educación sobre subvenciones a establecimientos educacionales y otros cuerpos legales*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=263059>

Ministerio de Educación (2009). *Ley 20.370: Establece la Ley General de Educación*. https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2018/04/LEY-20370_12-SEP-2009.pdf

Ministerio de Educación (2010). *Ley 20.422: Establece normas sobre igualdad de oportunidades e inclusión social de personas con discapacidad*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1010903&idParte=>

Ministerio de Educación (2010). *Decreto 170: Fija normas para determinar los alumnos con Necesidades Educativas Especiales que serán beneficiarios de las subvenciones para educación especial*. https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2018/06/DTO-170_21-ABR-2010.pdf

Ministerio de Educación (2015). *Ley 20.845: De inclusión escolar que regula la admisión de los y las estudiantes, elimina el financiamiento compartido y prohíbe el lucro en establecimientos educacionales que reciben aportes del Estado*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1078172>

Ministerio de Educación (2015). *Decreto 83: Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y*

educación básica. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/08/Decreto-83-2015.pdf>

Ministerio de Educación (2018). Decreto 67: *Aprueba normas mínimas nacionales sobre evaluación, calificación y promoción y deroga los decretos exentos N° 511 de 1997, N°112 de 1999 y N° 83 de 2001, todos del Ministerio de Educación*. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1127255>

Monsalve, L. (2009). *Las representaciones semióticas en la comprensión de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad*. (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquía, Medellín, Colombia. <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/470/1/JC/0580.pdf>

Ortiz de Zárate, A., Walper, K., Aros, P., Hidalgo, D., Siebert, F. y Rojas, J. (2014). El papel de la interacción significativa y las técnicas dramáticas en la educación de estudiantes con discapacidad visual en la UACH. *Colombian Applied Linguistics Journal*, 16(2), 261-276. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305732268009>

Pérez, C. y Corvalán, K. (2007). Guía de apoyo técnico-pedagógico necesidades educativas especiales asociadas a discapacidad visual. (1^a Ed.) *Ministerio de Educación*. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/08/GuiaVisual.pdf>

Pérez, C. y González, O. (2017). El Diseño Universal para el Aprendizaje, una alternativa para la inclusión educativa en Chile. *Atenas*, 4(40), 105-120. <http://atenas.umcc.cu/index.php/atenas/article/view/326>

Prada, C. y Lordoño, A. (2012). Lecciones epistemológicas de la historia de la geometría. *Cuestiones De Filosofía*, 13, 183-209. <https://doi.org/10.19053/01235095.v0.n13.2011.680>

Santacruz, L. y Sinisterra, L. (2013). *Una secuencia didáctica para estudiantes en situación de discapacidad visual: el caso de los cuadriláteros en grado 3er de educación básica*. (Tesis de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/4598/CB-0472492.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

SENADIS (2015). *Segundo Estudio Nacional de la Discapacidad*. <http://www.senadis.gob.cl/descarga/i/3959>

Simson, R. (Ed.). (1774). Los seis primeros libros, y el undécimo, y duodécimo de los elementos de Euclides. (J. Ibarra). https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=QqGXRJNq_7oC&oi=fnd&pg=PP4&dq=Los+seis+primeros+libros+y+el+undecimo,+y+duodecimo+de+los+elementos+de+Euclides.+&ots=qKM0VQr5Wc&sig=1olTY0XBr95dgurw46wXEYTH-p4

Troitiño, L. y Santiago, B. (2015). La enseñanza de la matemática en educación media a estudiantes con discapacidad visual. *Actas del 5° Congreso Uruguayo de Educación Matemática*, Montevideo, Uruguay. <http://funes.uniandes.edu.co/17803/>

Llévenes, S. (2020). *Estado actual de la formación inicial docente y del ámbito profesional de los profesores de matemáticas de enseñanza media con respecto a la inclusión de estudiantes con necesidades educativas especiales*. <http://repositorio.udec.cl/xmlui/handle/11594/648>

Warnock M. (1987). Encuentro sobre necesidades de educación especial. *Revista de educación*, 45-73.

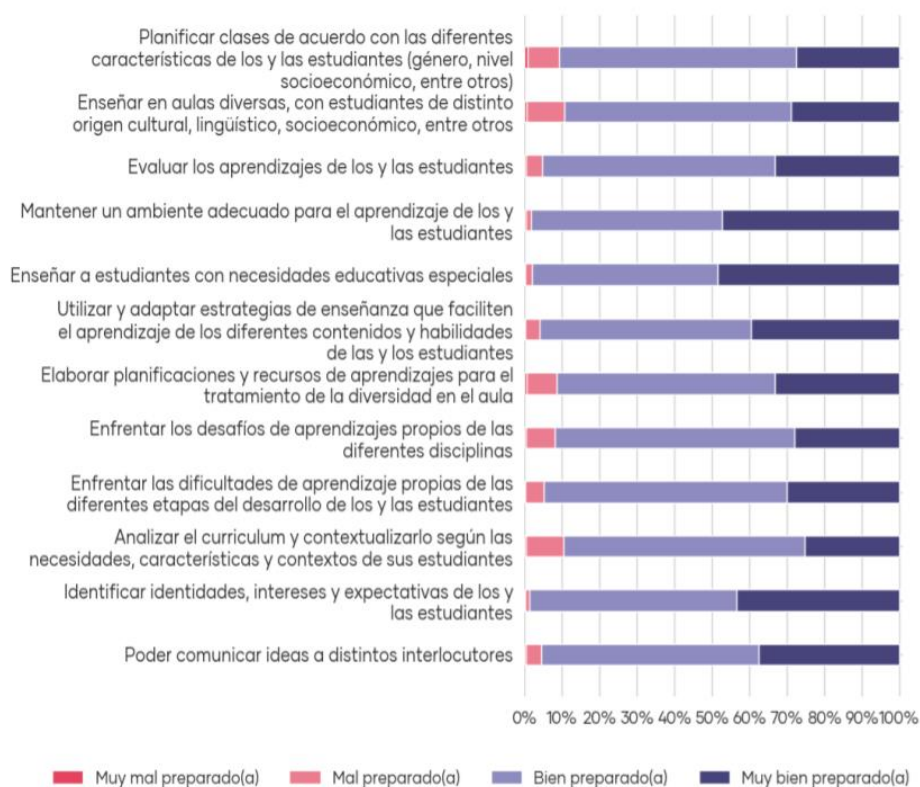
Zarzo, A. y Romero, D. (1999). La imagen fotográfica informatizada: una herramienta para favorecer el desarrollo de la percepción visual y de los procesos cognitivos en alumnos con discapacidad visual y deficiencias asociadas. *Integración: revista sobre ceguera y deficiencia visual*, 29, 23-33.

ANEXOS

Anexo 1: Tablas y gráficos estadísticos

Anexo 1.1: Percepción general de los(as) estudiantes de la carrera de Pedagogía en Educación Especial/Diferencial en relación con la preparación de las habilidades y dimensiones del quehacer pedagógico.

Gráfico 65. Percepción en la preparación de las habilidades y dimensiones del quehacer pedagógico



Fuente: Datos obtenidos del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), MINEDUC.

Anexo 1.2: Resultados por tema de la Prueba de Conocimientos Generales de Educación Especial para estudiantes de Pedagogía en Educación Especial/Diferencial.

5.3.2.3 Resultados por Temas¹⁴ y Programas

En la Tabla 26 se muestran los resultados expresados en porcentajes de logro¹⁵ de cada uno de los temas incluidos en la Prueba de Conocimientos Generales de Educación Especial.

Tabla 26. Resultados por tema de la Prueba de Conocimientos Generales de Educación Especial

Tema	Programa	% de Respuesta Correcta	Mediana	Mínimo Institucional	Máximo Institucional
Diversidad, desarrollo y necesidades educativas especiales (NEE)	Regular	54,1%	55,6%	33,3%	69,4%
	Prosecución	45,4%	44,4%	41,7%	55,1%
Evaluación multidimensional	Regular	55,0%	53,3%	33,3%	65,8%
	Prosecución	49,9%	53,3%	43,3%	59,5%
Trabajo colaborativo y apoyos a la inclusión	Regular	57,1%	58,8%	35,3%	71,1%
	Prosecución	49,1%	47,0%	45,6%	58,0%
Escuela para todos, familia y comunidad	Regular	57,5%	50,0%	38,9%	71,2%
	Prosecución	53,7%	50,0%	50,0%	61,8%
Desarrollo ético profesional	Regular	63,0%	66,7%	11,1%	80,0%
	Prosecución	56,6%	66,7%	43,3%	68,0%

Fuente: Datos obtenidos del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), MINEDUC.

Anexo 1.3: Estándares evaluados en la Prueba de Conocimientos Disciplinarios y Didácticos del programa regular y el de prosecución de estudios para estudiantes de Pedagogía en Educación Media - Matemáticas

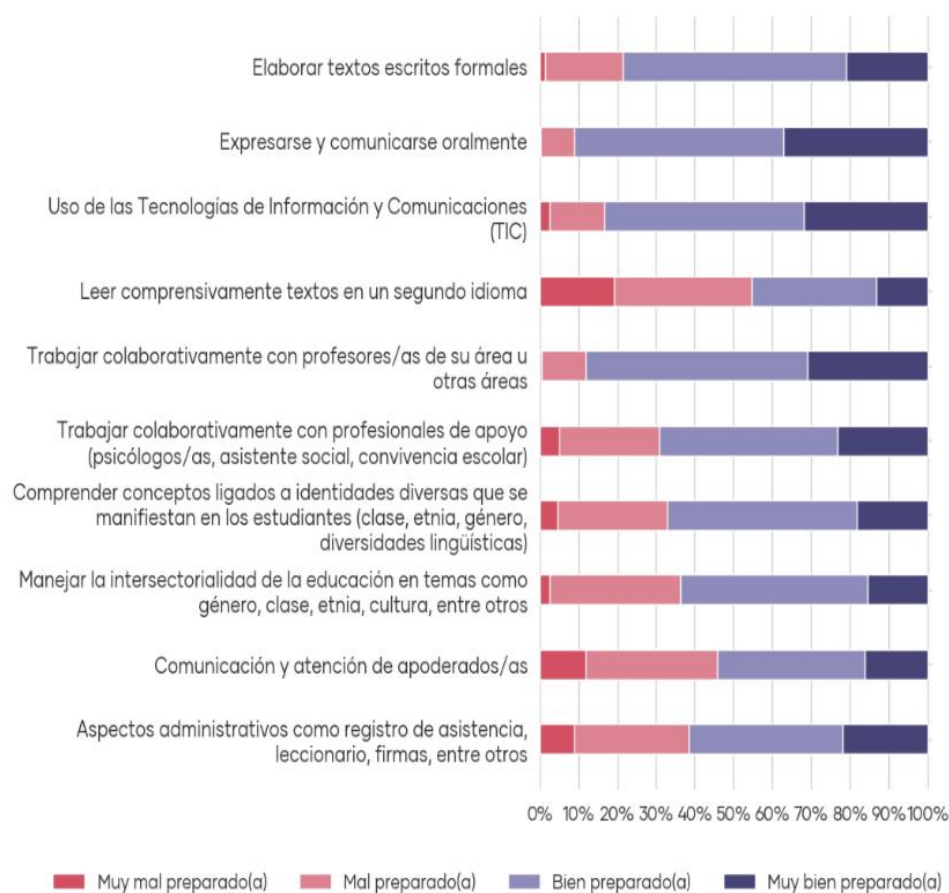
Tabla 99. Estándares evaluados en la Prueba de Conocimientos Disciplinarios y Didácticos del programa regular y el de prosecución de estudios

Estándar	Programa	% de Respuesta Correcta Nacional	Mínimo Institucional	Máximo Institucional
1. Es capaz de conducir el aprendizaje de los sistemas de numéricos N, Z, Q, R y C	Regular	46,4%	21,7%	64,2%
	Prosecución	48,1%	25,0%	75,0%
2. Es capaz de conducir el aprendizaje de las operaciones del álgebra elemental y sus aplicaciones a la resolución de ecuaciones e inecuaciones	Regular	54,8%	10,9%	83,3%
	Prosecución	49,4%	33,3%	83,3%
3. Es capaz de conducir el aprendizaje del concepto de función, sus propiedades y representaciones	Regular	59,0%	20,0%	77,3%
	Prosecución	57,2%	0,0%	86,7%
4. Demuestra competencia disciplinaria en álgebra lineal y es capaz de conducir el aprendizaje de sus aplicaciones en la Matemática escolar	Regular	47,5%	8,3%	72,7%
	Prosecución	46,8%	25,0%	69,4%
5. Es capaz de conducir el aprendizaje de los números reales, sucesiones, sumatorias y series	Regular	51,0%	7,8%	88,9%
	Prosecución	45,8%	0,0%	66,7%
6. Demuestra competencia disciplinaria en cálculo diferencial y aplicaciones	Regular	55,4%	7,8%	78,6%
	Prosecución	42,9%	25,0%	100,0%
8. Es capaz de conducir el aprendizaje de la divisibilidad de números enteros y de polinomios y demuestra competencia disciplinaria en su generalización a la estructura de anillo	Regular	56,2%	7,0%	83,3%
	Prosecución	54,2%	0,0%	80,0%
11. Es capaz de conducir el aprendizaje de los conceptos elementales de la Geometría	Regular	42,5%	12,5%	62,5%
	Prosecución	43,0%	28,1%	65,0%
12. Es capaz de conducir el aprendizaje de transformaciones isométricas y homotecias de figuras en el plano	Regular	38,4%	20,8%	66,7%
	Prosecución	39,6%	12,5%	50,0%
14. Es capaz de conducir el aprendizaje de la Geometría analítica plana	Regular	34,6%	0,0%	77,8%
	Prosecución	29,7%	0,0%	75,0%
17. Es capaz de motivar la recolección y estudio de datos y de conducir el aprendizaje de las herramientas básicas de su representación y análisis	Regular	50,7%	33,3%	88,9%
	Prosecución	46,2%	16,7%	66,7%
18. Es capaz de conducir el aprendizaje de las probabilidades discretas	Regular	57,3%	7,3%	77,8%
	Prosecución	50,3%	33,3%	77,8%
20. Está preparado para conducir el aprendizaje de la distribución normal y teoremas límite	Regular	49,7%	8,3%	70,6%
	Prosecución	45,6%	16,7%	66,7%
21. Está preparado para conducir el aprendizaje de inferencia estadística	Regular	35,6%	12,5%	50,0%
	Prosecución	36,6%	12,5%	75,0%

Fuente: Datos obtenidos del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), MINEDUC.

Anexo 1.4: Percepción en la preparación de las habilidades profesionales generales en estudiantes de Pedagogía en Media - Matemática

Gráfico 278. Percepción en la preparación de las habilidades profesionales generales

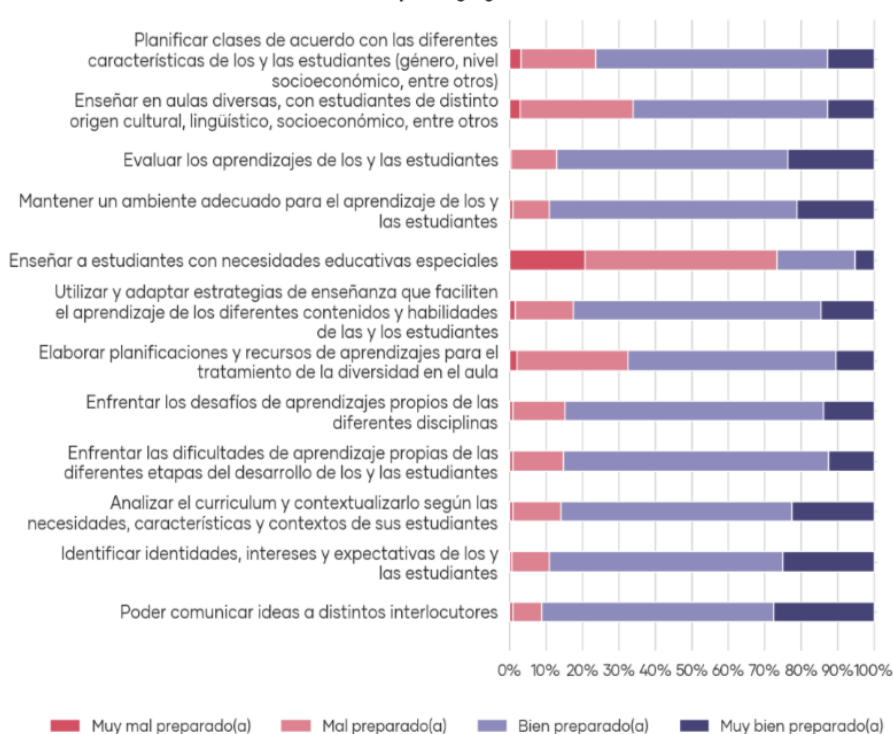


Fuente: Datos obtenidos del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), MINEDUC.

Anexo 1.5: Percepción general de los(as) estudiantes de la carrera de Pedagogía en Media - Matemática en relación con la preparación de las habilidades y dimensiones del quehacer pedagógico.

El Gráfico 279 muestra cuán preparados se sienten los estudiantes en relación con las habilidades y dimensiones del quehacer pedagógico. Como se aprecia, la mayoría de los estudiantes se siente muy mal preparado en "Enseñar a estudiantes con necesidades educativas especiales", en cambio en "Poder comunicar ideas a distintos interlocutores" la mayoría se siente muy bien preparado.

Gráfico 279. Percepción en la preparación de las habilidades y dimensiones del quehacer pedagógico



Fuente: Datos obtenidos del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), MINEDUC.

Anexo 2: Consentimiento Informado

Consentimiento informado

Tesina para obtener el Grado de Licenciado en Educación Matemática y optar al título de Profesor en Matemáticas Mención Estadística Educacional y Mención Educación en Astronomía de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE).

Nombre de la investigación: Fundamentos didácticos para la enseñanza de las construcciones geométricas en el plano que promueven la inclusión de estudiantes con discapacidad visual.

Objetivo de la investigación: Describir el estado actual de la formación inicial docente y del ámbito profesional de los(as) docentes de matemáticas de enseñanza media con respecto a la inclusión de estudiantes con NEE.

Objetivo de la entrevista: Conocer sus experiencias asociadas al trabajo con estudiantes con discapacidad visual con el fin de identificar las consideraciones que son necesarias para una clase de construcción de objetos geométricos en el plano y así promover la inclusión de estudiantes con discapacidad visual

Participación: Estrictamente voluntaria. Su participación consistirá en responder a una entrevista semiestructurada.

Tiempo requerido: Aproximadamente 45 minutos.

Confidencialidad: Este proceso será estrictamente confidencial (a menos que no se oponga a lo contrario). No se registrarán nombres de personas o establecimientos educativos.

Observaciones: La entrevista será grabada sólo con el fin de transcribir las respuestas obtenidas y analizar de una mejor forma lo requerido para la investigación.

Nombre y Firma del entrevistado(a)

Anexo 3: Entrevistas

Anexo 3.1. Entrevista N°1 (Profesor de matemática Fernando Pacheco Troncoso)

1. ¿Qué tan importante es el sentido de la visión a la hora de aprender geometría, en comparación con las otras áreas de la matemática?

La geometría es visual, es una verdad que no podemos soslayar. Los verdaderos profesores de geometría, los que les gusta hacer geometría, dicen que uno no debería usar los dibujos hasta una situación muy extrema, cuando están haciendo una geometría muy abstracta me refiero. Por ejemplo, cuando se trabaja con todo lo que se trata de axiomas de incidencia, axiomas de existencia, axiomas de congruencias, ¿no es cierto? y van construyendo una geometría desde esa perspectiva, desde la perspectiva axiomática, estoy hablando de la geometría euclidiana propiamente tal, de esa geometría donde los elementos primitivos son: el punto, el plano, el espacio y la línea recta. Desde esa perspectiva, en un estudio riguroso de la geometría, uno debiera evitar al máximo la parte visual y la parte gráfica del “monito”, debiera hacerlo porque debería ser capaz de construir una geometría desde el punto de vista axiomático, para ir llegando a todo lo que significa la construcción de esta. Pero en la escuela básica las cosas cambian. Por supuesto que tienen que cambiar. La geometría es uno de los elementos fundamentales, y aquí no voy a hablar de la persona ciega, voy a hablar en general. En general, la geometría desde un punto de vista empírico o de la experiencia es lo que le ayuda a un niño, a un joven a manejar desde lo concreto a lo abstracto. O sea, el niño tiene que aprender montones de cosas. Aprender a recortar, aprender a graficar, aprender a dibujar, aprender a tirar líneas, aprender a tirar líneas diagonales, para que vaya modelando su motricidad fina, su motricidad temporo-espacial, o sea: arriba, abajo, izquierda, derecha, derecha izquierda, diagonal positiva, diagonal negativa, etc. O sea, el niño común y corriente con sus cinco sentidos tiene que partir por ahí. Uno de los elementos que tiene que reconocer el niño kindergarten es reconocer figuras básicas, el triángulo, el cuadrado, todos los polígonos más elementales, donde él los pueda ver y con una tijera recortar. De ahí parte todo.

El ciego, por supuesto que su único elemento que tiene para poder entender los elementos geométricos es el tacto, no hay otra cosa más que el tacto. No tiene otra posibilidad que el tacto y los sentidos que el se vaya apoyando en cuanto a que los brazos pueden representar en un momento determinado ciertas características de un ángulo, o sea, si tu haces tocar a un niño

ciego un ángulo y eso se puede hacer partiendo de lo más básico, que es lo que es el vértice y cuáles son los lados del ángulo, cómo él puede a través de los brazos, abriendo o cerrando, determinando características que son fundamentales para el estudio más abstracto a futuro.

Los profesores de matemática en general no enseñan bien la geometría a personas que ven, menos se la van a enseñar a personas que no ven. Prueba de ello es que la geometría, lamentablemente, ha sido la pariente pobre de la matemática. Siempre ha sido esa parte de la matemática que en seis horas de matemática semanales, el profesor dedica dos. Al profesor le va a costar enseñar geometría, por lo tanto, al ciego le va a costar más, le va a costar mucho.

2. ¿De qué forma lo afectó la pérdida de la visión en términos académicos?

En qué me perjudica a mí no te lo podría decir ahora, porque si hubiera tenido cuarenta o cincuenta años, a lo mejor sí porque me habría sentido frustrado, pero como tengo sesenta y dos años no me complico la vida.

3. ¿La falta de visión ha sido alguna vez una complicación para explicar algo en una clase?

Justamente una de las cosas que yo evito enseñar es geometría. No por no poderlo hacer, sino que me da lata estar construyendo material alternativo como para estar llevando a la sala de clases. Por ejemplo, yo podría trabajar con alambres que se usan para casas de conejos, que son alambres bien flexibles. Podría trabajar construyendo triángulos. Suponte tú que me están pidiendo la medida de la altura del triángulo escaleno. Como ahora las pizarras son blancas es fácil, porque con estos imancitos tu puedes ponerlos en las puntas y perfectamente puedes trazar la altura con un plumón o con un alambre que esté ya diseñado para hacer ese trabajo e ir haciendo los cálculos que necesito. Pero me da lata hacerlo, no tengo la paciencia ni las ganas de hacerlo. Entonces geometría fundamentalmente no enseño, sino que hablo de la geometría cuando me encuentro con problemas algebraicos que involucran la geometría.

4. ¿Alguna vez ha hecho clases o colaborado en planificaciones de clases a estudiantes con baja o nula visibilidad? ¿Cómo fue la experiencia?

En Chile nunca porque no te pescan, porque nadie es profeta en su tierra. Yo lo he hecho, pero en otras partes. Yo hice un trabajo en Perú, en Cusco. Hice un trabajo muy bonito con profesores de matemática para ciegos. Había profesores de Colombia, Ecuador, Venezuela y

Bolivia, si más no recuerdo. Eran de la región andina. Esto fue el año pasado y me tocó otra experiencia vivirla en Buenos Aires, con profesores del Cono Sur, y cosa curiosa, ningún chileno. Y claro, hay gente que se dedica y le pone color.

5. ¿Cuáles son las consideraciones que debe tener un(a) docente a la hora de enseñar geometría a estudiantes ciegos?

La primera consideración que debe tener es no tener miedo. Los ciegos, están con una tontera porque las escuelas básicas se las han inculcado de que el sistema braille no es importante. Para qué, si existe el computador y con él lees y puedes escribir, te puedes comunicar, entonces el sistema braille es tan voluminoso, tienes que andar con tantas hojas. Es falso. Primero, tu con el computador no lees. Tu con el computador escuchas. Eso es lo primero que tienes que aclarar. Segundo, la única manera que puedes aprender matemática en general es leyendo y escribiendo, porque tiene que haber un sistema de lectoescritura. Entonces el sistema braille es fundamental. Y junto con el sistema braille está el código matemático unificado que es la simbología completa de la matemática, es decir, cómo escribir una integral, cómo escribir una derivada, cómo escribir una raíz compuesta, cómo escribir una potencia compuesta, cómo escribir una fracción compuesta, ¿te fijas? Eso tú lo tienes que dominar y lamentablemente los ciegos no lo están haciendo. Entonces te dicen que los preparan para eso, pero los profesores de educación diferencial lamentablemente no lo hacen, no les enseñan, porque no lo saben hacer, no están preparados, entonces el profesor de matemática más complicado se ve. El profesor de matemáticas no tiene la culpa. El profesor de matemáticas ve un ciego en la sala de clases y tiene dos caminos: o acepta el desafío, o lo deja ahí tirado y le pone después un cuatro para que nadie le diga nada. Cómo le vas a poner un tres al pobre ciego, si tienes que evaluarlo, si el ciego tiene que aprender. En las escuelas, la tontera más grande que han hecho es meter al niño en la escuela común desde muy chiquitito. El niño tiene que estar en una escuela especial, por lo menos hasta quinto año básico. ¿Para qué? para que aprenda cuatro cosas elementales. Primero a leer y escribir. ¿Cómo? en sistema braille. Segundo, las nociones fundamentales de la matemática. Que aprenda a caminar, el tema temporero espacial. Y cuarto, que aprenda a ser persona, que aprenda a socializar. La socialización, si bien con los pares puede ser muy rudimentaria, pero de ahí el chiquillo tiene que aprender cosas como por ejemplo a jugar a la pelota, aprender a correr, aprender a saltar, aprender a conversar, aprender a comer, aprender un montón de cosas. Y eso se lo tiene que enseñar la escuela especial, por lo menos hasta cuarto año básico. Ya en el quinto puede que

ya lo lleven a una escuela común y corriente. Pero que el niño vaya con eso, vaya con esas cuatro cosas básicas. Y le podría incluir una quinta: aprender a ocupar el computador de acuerdo a su edad.

La otra consideración que debe tener, y eso el colegio no lo tiene, es trabajar, ponerse de acuerdo o entregarle al profesor del PIE el material que él necesita para que ese chiquillo maneje. Por ejemplo, necesito que esta guía para este niño que esté en sistema braille. Yo estoy trabajando el teorema de Pitágoras, el profesor del PIE tendrá que trabajar con alambres, con lo que se le ocurra. con varillas, con palos, con fósforos, los distintos triángulos rectángulos, con las distintas características, largos, grandes, chicos, medianos, para que para los chiquillos entiendan el teorema de Pitágoras, cosa que el profesor tenga la tranquilidad de que el chiquito esté apoyado por una persona que sabe cómo manejar el material, porque el profesor de matemática no lo va a poder hacer, si no puede ni tiene por qué saberlo, si para eso debe haber un especialista en el colegio que si lo sabe hacer. Ahora, si el profesor de matemática en la universidad tuvo un curso, por lo menos una base, cómo trabajar la discapacidad, macanudo. Si lo tuvo, el profesor tiene que tener esa consideración, lo que él aprendió en la universidad, más con el apoyo del profesor de PIE, poder hacer un trabajo conjunto. Y quién es el profesor del PIE, es el puente entre el profesor de asignatura y el estudiante. Esa es la función del PIE. Y no sólo matemática, sino que, para física, química, historia, para todos los ramos. Suponte tú que esta es la guía que yo entregué. El profesor del PIE debería ser capaz de grabarle la guía al chiquillo, grabársela bien. No es lo mismo decir “raíz de cinco más equis”, porque yo no sé si el cinco más equis está en el subradical, o el cinco está en el subradical y la equis está fuera del radical. Entonces también tiene que saber leer. O sea, que el chico sea que la equis está fuera de la raíz y no dentro de la raíz, porque son dos expresiones totalmente distintas. Imagínate la fracción compuesta “equis cuadrado más dos equis menos tres, partido por equis menos dos” ¿Qué es lo que tiene que decirle al chiquillo? numerador: equis cuadrado más dos equis menos tres. Denominador: equis menos dos. Osea que sepa que hay una raya larga, que arriba hay una expresión y abajo hay otra expresión. Pero como el sistema braille es lineal, no es gráfico, hay una nomenclatura, hay unos paréntesis auxiliares para separar el numerador del denominador, que son los mismos que se usan en latex.

6. ¿Es necesaria una diversificación del currículum de geometría para la inclusión de personas ciegas? ¿por qué?

Por ley de la república todo colegio tiene que atender a estudiantes con capacidades diferentes. Al cojo, al mudo, al sordo, al tuerto, al ciego, al tartamudo, a todos, y para cada uno de ellos tiene que tener lo que se llaman las adaptaciones curriculares. Existe un decreto de ley por eso. No me lo sé de memoria, pero existe. Existe lo que se llaman las discapacidades permanentes y las discapacidades temporales. O sea, temporales por si tuviste un accidente por ejemplo, y quedaste inmovilizado por tres meses, entonces tiene que haber una adaptación curricular para ti en educación física, por darte un ejemplo. Pero, en la permanente, los colegios tienen que ser capaces de hacer las adaptaciones curriculares correspondientes. Hay contenidos que tienes que adaptar de acuerdo a la situación del estudiante.

7. ¿Cómo describiría el trabajo colaborativo entre los (as) docentes de matemática y las (os) educadoras (es) diferenciales en el aula? ¿Qué aspectos cambiaría de este trabajo? ¿por qué?

Perfeccionar a los profesores, no sólo diferenciales, sino que todo aquel que quiera hacerlo, no tiene por qué ser el profesor diferencial. Tú mismo a lo mejor, si te interesa el tema y te especializas. Un profesor de básica a lo mejor. Ahora, no necesariamente un profesor tiene que dominar la matemática, no tiene que dominar el álgebra, el cálculo, pero que sí sepa leer y escribir matemática, que sepa entender una expresión matemática, eso sí. Para que él sepa preparar el material, para que sepa cómo entenderse con el profesor que es de asignatura, y el otro, o sea pues es un puente, un puente que no se caiga. Por otro lado, siempre se hacen ajustes curriculares, pero un buen profesor con buen material, con buena disposición y con alta creatividad puede perfectamente trabajar con los con una persona ciega y construir el material por lo menos en geometría plana. Por lo menos la geometría del espacio, imagínate tú no es tan difícil tampoco, porque existen sets geométricos de geometría en el espacio que son super buenos, donde puedes tener cilindros, paralelepípedo, ¿cierto? puede tener un montón de esferas, elipsoide, todas estas cosas que son grandotas y las venden en cajas grandes, y se puede hacer. Ahora las cajas de zapatos, los conos de helado, esas cuestiones chao. A una persona creativa no le va a ser tan difícil, pero todo pasa por la creatividad del puente que yo llamo, el puente, más que del profesor de matemática si no está preparado, estoy hablando del puente que tiene que ser creativo.

8. ¿Cree usted que los y las estudiantes de pedagogía en matemática en Chile salen preparados para hacer clases de geometría a un o una estudiante con discapacidad visual? ¿Por qué?

Ahora, en los colegios los profesores lo primero que te dicen es “yo no estoy preparado para”, y es verdad, no están preparados para. Tampoco les interesa mucho prepararse. Quizá los cabros jóvenes como ustedes sí, pero un viejo, para mí un viejo de treinta años ya no le va a interesar hacer un postítulo de matemática para personas con discapacidad visual, o puede que sí. A lo mejor me equivoco. Pero las universidades todavía no están preparadas para esto. Hacen empeños. Por ejemplo, desde el punto de vista teórico hay universidades que sus carreras de pedagogía incluyen asignaturas donde conversan de estas cosas tal como las estoy conversando yo, pero sin ningún efecto práctico. No te están diciendo “vamos a trabajar por un mes para lenguaje y comunicación”, “vamos a trabajar otro mes para artes visuales”, “vamos a trabajar otro mes para matemáticas” y trabajando para matemática estoy matando física, química y biología. No se está haciendo. O sea, la misma universidad de donde yo salí y de donde ustedes están saliendo, no lo está haciendo. No les interesa. No lo hacen. O sea, te digo el mismo departamento de educación diferencial, estando dentro con una carrera que se llama profesor de educación diferencial con mención en discapacidad visual, con mención en discapacidad auditiva, con mención en no sé qué otra cosa más, no se preocupa de implementar dentro de las mallas curriculares de cada uno de los departamentos, dos horas semestrales de una asignatura que sea para trabajar en estos temas. No lo hacen y debieran hacerlo. Y cuando hay especialistas como yo, no los toman en cuenta.

Anexo 3.2: Entrevista N°2 (Educatora Diferencial mención Problemas de la Visión Nikole Urrutia Molina)

1. ¿Qué tan importante es el sentido de la visión a la hora de aprender geometría, en comparación con las otras áreas de la matemática?

Personalmente, para mí, la matemática es demasiado visual, porque, como ustedes saben no es una cuestión que tenga palabras. Obviamente tenemos el lenguaje algebraico, qué sé yo, pero aun así, es bastante complejo entenderlo. Entonces la visión cobra un rol fundamental. Ustedes visualmente ven el cuerpo geométrico, ven el cuadrado, los pentágonos, etc. Todo lo

que podamos llamar geometría y se hacen una imagen mental rápidamente de la imagen. A nosotros tiene que alguien verbalizarnos esa imagen mental y posteriormente a ello tocar esa imagen, saber cuál es su dimensión, cuáles son sus características, etc. O sea, es una cuestión en que igual se demora mucho más el proceso en comparación a ustedes.

2. ¿De qué formas se ve afectado un(a) estudiante con ceguera al aprender geometría?

En primer lugar, lo digo desde mi propia experiencia. Te ves afectado sobre todo en el ámbito psicológico, porque tienes que ocupar mucho tu cerebro, tus pensamientos, porque seguimos insistiendo que la matemática no es una cuestión que la vamos a tomar en brazos, si vamos a decir esto tiene tal y tal dimensión, sino que tú tienes que esperar que otra persona te verbalice. Insisto, la verbalización, la descripción de imágenes, la descripción de los acontecimientos es bastante importante. O sea, si tu no describes, si tu no señalas, solamente porque está la mala maña de que algunos profesionales, o algunas personas incluso, de decir “como aquí dice” o “como acá es”. Entonces, tenemos que tener cuidado con ese lenguaje igual porque estamos trabajando con personas en situación de discapacidad visual. Entonces cobra un impacto emocional bastante grande. Yo te lo digo personalmente, muchas veces tuve que tener, por ejemplo, las figuras en la mano, ponte tú. Los cuerpos geométricos: un cubo, un cilindro, qué sé yo, porque de otra manera no lo entendía. Entonces, tienen que ser cosas tangibles, que tu puedas palpar, cosas que tu puedas sentir. Y emocionalmente si cobra bastante impacto, porque tu de partida igual sientes frustración porque tú dices chuta, la verdad es que el compañero lo aprendió super rápido pero tu requieres el doble de esfuerzo. Yo siento que siempre, en lo personal, requiero el doble de esfuerzo para todo, porque, aunque suele ser como una frase cliché “ay pero es que tú tienes que intentarlo”, no es lo mismo decir “tienes que intentarlo” a vivirlo cotidianamente. O sea, tú te levantas y te acuestas con la discapacidad visual. No se te va a pasar. A mí ya no se me va a pasar porque es un tema cerebral. Yo siempre voy a vivir así. Más encima que un profesor te señale en la pizarra, no te diga verbalmente “esto vale tanto”, “esto es tanto”. Es terrible chiquillos, si es super complicado.

3. ¿Cuál es la importancia de reconocer y utilizar las perpendiculares y paralelas en la vida cotidiana de los(as) estudiantes con discapacidad visual?

En una calle te puede servir un poco. Les voy a ser súper honesta con ustedes. Yo soy pésima para la orientación y movilidad, pero es por un tema que la cuestión aquí está super mal. O sea, cada día da más miedo andar solo en la calle. La gente no te respeta. No tienen cuidado, etc. Pero si te sirve mucho cuando te dicen “en la diagonal”, en la perpendicular de tal calle”o en la esquina. Por lo general en matemática se habla mucho de esquina, se habla mucho de la perpendicular, se habla mucho del diámetro, se habla mucho de esos aspectos. Entonces, nosotros lo usamos mucho para lo que es orientación y movilidad. Desplazamiento principalmente.

4. ¿Cuáles son las consideraciones que debe tener un(a) docente a la hora de enseñar geometría a estudiantes ciegos?

Como primera cosa es que detrás de esa situación de discapacidad, me gusta más el concepto de persona en situación de discapacidad porque tú puedes expresar una discapacidad en algunos límites. Por ejemplo, tú siempre vas a ser ciego, siempre vas a ser sordo o siempre vas a ser con discapacidad motora, pero hay aspectos que tú puedes ir sorteando en la vida y ahí no se va a notar tu discapacidad propiamente tal, tu discapacidad física siempre va a estar. En ese caso, las recomendaciones que me gustaría dar, primero que todo, es que detrás de esa necesidad educativa, detrás de esa dificultad, hay una persona con sentimientos, con emociones, que puede haber trazado en su vida un alto nivel de frustración, entonces que en primer lugar debemos ser super empáticos. O sea, no es lo mismo decir “ay inténtalo” a vivir cotidianamente con esto, vivir todos los días con esta necesidad educativa. Con esto no me refiero a que se entienda empático a que me regalen más tiempo o que me regalen más plazo para hacer las cosas. Me refiero a entender que todos tenemos distintos ritmos de aprender. Y ahora, con esta cuestión del DUA debemos también nosotros implementar diversas formas de hacer que este estudiante aprenda. Segundo, ser descriptivo y me refiero a todo, o sea tení que decir, qué es esto, qué es lo otro, qué es una perpendicular, verbalizarlo. Si tu no lo verbalizas, la persona no lo va a entender y va a quedar totalmente perdida en la clase. Tercero, jamás decir “aquí” o “allá”, o sea, ser súper claro. Ser super descriptivo. Que detrás de eso hay una persona. Pienso que hay que ser súper cuidadoso también con las palabras que se dicen, porque muchas veces se les dice que son más lentos, o que son más torpes. Te lo digo porque yo también lo viví en carne propia.

5. ¿Crees que es necesaria la diversificación del currículum de geometría para la inclusión de personas ciegas? ¿Por qué?

O sea, requiere porque estamos ya en el 2021. Tenemos que enfocarnos porque vamos camino a la inclusión, y digamos que todavía no estamos en el tema de la inclusión. Tenemos que implicar el diseño universal para el aprendizaje y si considero que debería diversificarse. O sea, hay objetivos que deberían, o sea yo siempre lo he alegado la verdad, hay objetivos que a las personas ciegas no nos sirve para nada en la vida. O sea, que te hablen de la raíz cuadrada, que te hablen del diámetro de no sé cuánto, y ahora soy profesora de educación especial y poco me sirve eso. Entonces necesito saber matemática para la vida y un poco de figuras geométricas por la cultura general. Pero por ejemplo cuando a mí me involucran ecuaciones de primer y segundo grado o estadística, la verdad es que poco me sirve a mí eso ahora. También considero que deberían los docentes bajar el nivel, no de exigencia, pero sí considerar que están con personas en situación de discapacidad visual y que van a aprender el mismo contenido, pero a lo mejor con un poquito más de especificidad en los objetivos específicos. Por ejemplo, si necesitamos que el chico de aquí al primer semestre conozca sobre las figuras geométricas, qué son, para qué sirven, cuáles son sus características, cuáles son sus dimensiones, y más encima hacer un ejercicio. A lo mejor va a ser mucho más complejo que el joven o la jovencita en este semestre haga el ejercicio, pero si vamos a poder enriquecernos de él o ella conozca o describa. Hagámoslo disertar. Para qué vamos a hacer que haga todo si a veces es muy agobiante

6. ¿Cómo definirías y describirías el quehacer docente de un(a) educador(a) diferencial dentro del aula?

De partida, tienes que ser super investigativa, tienes que ver el estudiante, con qué estudiante estás, conocerlo, conocer sus características, conocer el entorno que le rodea, no por un tema de inmiscuirte más allá, sino que por un tema de que detrás de ese niño o niña hay emociones y sentimientos. Segundo, yo soy una convencida de que, si hay tristeza, si hay amargura, si hay infelicidad, jamás va a aprender un contenido. Imposible. Tú tienes que hacer y proporcionar que ese contenido sea aprendido con felicidad. Si tu poní limitaciones y les decís siempre que un lento, un atrasado o cualquier cosa fea, ese niño no va a aprender. Tú debes tener la convicción de que ese niño va a aprender a su tiempo, pero va a aprender. Tercero, buscar diversas estrategias, o sea, no cerrarte porque eso va a implicar frustración también al niño. Cuarto, buscar que los profes de aula regular te den ese espacio para poder

ayudar tú a ese chiquillo, porque al fin de todo queremos estudiantes felices, llenos de conocimientos, pero felices. Soy de la idea de que hacer un aprendizaje constructivista es bastante enriquecedor. No porque yo sea la profe voy a dejar que todo el crédito me lo lleve siempre yo o viceversa, o sea aquí la cuestión es compartida. Confiar en los chiquillos. Yo creo que ese es un punto super importante. Confiar en ellos, confiar en sus capacidades. Decirles “chiquillos ustedes pueden, vamos, sigamos, hagámoslo de esta forma”. O sea, tenía que día a día pensar que estás trabajando con personas que les cuesta más. Tenís que pensar que no puedes ser tan poco empático y decir “ya, no lo hiciste de este modo, así que ahí ve tú, arréglatelas”. Pienso que eso habla muy mal de uno. Uno tiene que ver la forma.

En la media, mi profe de diferencial tenía que trabajar conmigo en matemática. Ese es otro tema que a mí me encantaría resolver. O sea, que la profe de diferencial no es la profe de matemática ¿me hago entender? No es la profe de asignatura, es la profe que complementa. Entonces quién debería también culturizarse, impregnarse de estos conocimientos de personas ciegas, son las profesoras de asignaturas. Las profes diferenciales somos un complemento, pero a veces se carga la mata y se dice “no, ah ya, al niño con discapacidad visual usted tómelo, usted sabe cómo trabajar con él”. Yo encuentro que eso es super feo.

7. ¿Cómo describiría el trabajo colaborativo entre los(as) docentes de matemática y las(os) educadoras(es) diferenciales en el aula? ¿Qué aspectos cambiaría de este trabajo? ¿por qué?

Insisto. Tiene que ser cincuenta y cincuenta. Nosotras las educadoras diferenciales no somos expertas en la asignatura, nosotras somos un complemento. Entonces qué pasa, que muchas veces, de hecho, que una de esas veces la dinámica se enfocaba en el trabajo colaborativo y fue nefasto, porque nadie quiere hacer trabajo colaborativo, nadie quiere trabajar colaborativamente. Yo tengo la bendición de contar con un buen equipo, tanto de profes de integración como también del aula regular, de asignatura, que son abiertos a que tú generes estrategias, que tú esto, que tú lo otro. Pero hay otros aspectos que no se da. Se mal interpreta nuestro rol y se malinterpreta el rol de la profesora de asignatura, porque muchas veces se dice que nosotras vamos a la sala a estar ahí sentadas, sin hacer nada y no es tan así, o sea, si yo les contara presencialmente que percibía cuando se movía por la sala mi profesora de integración, me ayudaba, me explicaba, cosa que no pasaba con la profesora de asignatura. Es un error super nefasto, porque se supone que lo que haces tú como profe de diferencial, debería saberlo el profe de asignatura. O sea, de primera debería haber una conexión, por eso se hacen los

colaborativos previos. Si no hay conexión de ideas, lamentablemente el trabajo de la clase va a ser nefasto, porque tu tienes que saber que la clase tiene tres componentes esenciales, que son el inicio, el desarrollo y el cierre, donde en el inicio tu das como la previa del tema, el objetivo, etc. El desarrollo, haces el material complementario, explicas el contenido, juegas. El cierre es para activar lo que se llama la escalera metacognitiva, que es para ver qué aprendieron los chicos. Pero he observado otros casos en donde la pura profe de asignatura trabaja y la profe diferencial queda a un lado. No se dividen los roles. Si no tení trabajo colaborativo previo con tu docente de asignatura, estai totalmente perdida. Segundo, marcar bien esos roles. O sea, si tu vas a hacer bien el inicio, que se note que vas a hacer el inicio, o sea, que no intervengas en esa parte. Tercero, saber lo que yo voy a decir, tú también lo tienes que saber. Si nosotros no somos cuidadosos y es que se nota mucho cuando tu no planificas. Eso es lo otro, la planificación. O sea, si tu te divides el rol es porque también planificaste. Si no planificaste o no compartiste tu planificación con tu educadora diferencial, estamos mal. Otro punto, tienes que ser super unida con tu profe diferencial, para que remen para el mismo lado, para que lleguen al mismo punto que son los chicos. Y así hay tantas cosas. O sea, el rol de una profesora diferencial con una de asignatura, son todos esos aspectos que les mencioné. Puede haber muchos más que ahora no tengo en mi tintero, pero yo creo que sí. Yo creo que hay mucho más.

8. ¿Crees que las(os) educadoras(es) diferenciales salen preparadas(os) de su carrera universitaria para el trabajo colaborativo con profesores de matemática, en cualquiera de los niveles de esta asignatura?

Lamentablemente, por ejemplo, en mi caso, no tuve, así como que me dijeran “uy te vamos a enseñar matemáticas”. Saben, tuve un curso de enseñanza y aprendizaje de estrategias para matemática. Una cuestión que te enseñaban matemática, pero incluso matemática básica. Me refiero, enseñarles a sumar, enseñarles a restar, dividir o multiplicar. Pero jamás, trabajar con las raíces, ponte tú, y todo lo otro que implica más matemática. No chiquillos, no hay. Hay un déficit tremendo, porque te pintan, por un lado, super complicado el tema, pero por otro lado, llegai al trabajo y la realidad es otra, es completamente distinta. A mi me enseñaron a enseñar matemática a los chiquititos. De hecho, me tocó hacer mucho material didáctico, me acuerdo. Hacer ábacos, hacer tarjetas de valor posicional, hacer cualquier material para trabajar con chiquititos, pero para la media yo creo que hay un tremendo déficit de qué estrategias buscar y

qué hacer con estos chicos, entonces la preparación es ahí nomás. Honesta y respetuosamente, siento que no hay una preparación muy fuerte, muy potente en esa área.

Anexo 3.3: Entrevista N°3 (profesora de Educación Diferencial con mención Problemas de la Visión Constanza Coccio)

1. ¿Qué tan importante es el sentido de la visión a la hora de aprender geometría en comparación con otras áreas de la matemática?

Ya, la importancia de la geometría en realidad radica en lo concreta que es creo yo, creo que de todas las áreas o de todos los contenidos que se ven a lo largo de un año, ya sea álgebra, estadística, etc., son todos importantes obviamente, todos aportan al desarrollo cognitivo de estudiantes y docentes, pero yo creo que radica principalmente en que la geometría es lo más concreto que hay dentro de todo el currículum de matemática, va por el tema de poder (sobre todo en personas con discapacidad visual) o tener la posibilidad tangible de acceder a la materia, o sea, no estamos hablando de forma abstracta como pasa en álgebra, yo creo que va por ahí, la geometría es tangible, o sea, todo eso lo podemos hacer de forma que los estudiantes puedan tocar, puedan explorar y también se le puede ejemplificar y contrastar los contenidos con lo que vive a diario. Cuando hablamos de ángulos, de líneas rectas, son cosas que se trabajan también dentro de **orientación y movilidad** en los estudiantes con discapacidad visual, es parte de lo que hacemos. E incluso, me pasa mucho con la geometría, que encuentro que es accesible también para otras personas con necesidades educativas especiales, yo creo que, al ser más visual, al ser más tangible, es mucho más accesible para todos, incluso a quienes se sienten muy perdidos en el área. Ahora bien, **ojo**, porque mucho depende de las formas en que se haga la mediación de la geometría para que esta sea accesible, o sea, si solamente vamos a estar hablando de figuras geométricas, todo esto que he estado diciendo ya no sirve. En esto me gustaría hacer hincapié, porque pasa mucho que se habla solamente de “que el cubo, el cilindro, que la línea recta”, pero ¿qué pasa con la persona que no ve? Porque hay muchos profesores que utilizan y **abusan** mucho de la pizarra, pero no explotan los otros sentidos, entonces qué pasa con el niño que no tiene discapacidad visual, pero aprende de forma más significativa tocando, haciendo, etc. Entonces es accesible en la medida de que el docente que

realice la clase lo haga accesible, lo haga para todos. La geometría es súper buena en el sentido de planificación desde el DUA, porque podemos contar con muchos sentidos.

2. ¿De qué formas crees que se ve afectado un(a) estudiante con ceguera al aprender geometría dentro de una clase?

Yo creo que aquí voy a hacer nuevamente hincapié a la forma, a la estrategia utilizada. La persona con discapacidad visual se puede ver muy beneficiada con la geometría, pero también puede pasar todo lo contrario, que sea totalmente un problema, y aquí, de verdad que cae toda la responsabilidad en el docente de matemática y en la docente de diferencial en este caso (si es que se trabaja colaborativamente). ¿Por qué? Porque, como les decía, la geometría es sumamente accesible desde la vía concreta, ya, el tener el material adaptado, el tener el material concreto, podemos trabajar con plastilina, con silicona, con pluma vit, con goma eva, etc. Podemos trabajar un montón de materiales y un millón de ideas que podemos sacar para poder enseñar geometría a una persona con discapacidad visual, pero si vamos a recaer solamente en el hablar y en el dibujar en la pizarra, esto no va a ser accesible. Entonces la geometría es accesible para la persona con discapacidad visual en la medida en que nosotros lo hagamos accesible. Por eso, vuelvo a sacar el tema del DUA. Cuando uno entiende el DUA desde una perspectiva de “me va a servir para todos”, uno puede darse cuenta de que la diversidad cuesta, es difícil, pero pensar en la diversidad, pensar en que quiero llegar a todos los estudiantes de la sala, me da esta posibilidad de decir “pucha, a lo mejor esto no tan solo va a beneficiar a una persona con discapacidad visual, sino que también se va a ver beneficiado tal vez el chico que tiene déficit atencional, ¿por qué? Porque el material concreto le va a llamar la atención, entonces va a decir “ooh, ¿qué es esto?”, y va a querer tocar el objeto. Entonces esto va a ser súper rico no tan solo para la persona con discapacidad visual, sino que también para los otros chicos, y si se van dando cuenta, ha habido situaciones que yo he visto que lo que llama la atención y donde todos empiezan a observar este material que es llamativo, también se forma un trabajo en equipo si ustedes se dan cuenta, o sea, si salimos de lo cotidiano, si salimos de la pizarra y el plumón, logramos llamar la atención, salir también del tanto hablar. Es importante hablar, pero, obviamente, si yo presento un material concreto, no es tan solo que lo presente y diga “miren, aquí tienen una línea recta”, no es tan solo eso, sino que tiene que ir acompañado con mi lenguaje inclusivo. A medida que el estudiante con discapacidad visual va tocando, nosotros también tenemos que ir retroalimentando lo que él está tocando. Por ejemplo: “por ahí

donde vas tocando, esa dirección, ¿te das cuenta que es una dirección derecha? ¿te das cuenta de eso?”, “sí, sí, es bien derecho tía, no tiene irregularidades”, entonces, con el lenguaje más el material concreto haces la geometría accesible. Lo mismo con los ángulos, pasa mucho que hay que “entrar a picar” (pasa mucho con los niños más pequeños), que se entrega el material concreto, pero también hay que explorar experiencias previas, por ejemplo, si vamos a hablar de un ángulo de 90° , lo podemos asimilar a cuando el niño está sentado, tú cuando estás sentado estás en un ángulo de 90° , porque tus piernas y tu espalda..., o sea, ser súper súper específico. Entonces, toda esa información que nosotros damos, el niño la procesa inmediatamente cuando se relaciona con material concreto, ahí el aprendizaje se forma de manera inmediata. Entonces ahí aprovechamos dos cosas, la experiencia en relación al propio cuerpo y al material concreto. Entonces siempre hay que tener ojo en las experiencias previas que pueda tener el estudiante, y si carecen de estas experiencias previas, **tenemos** que brindársela, ya que hay mucho niño que a lo mejor no cuenta con dichas experiencias, y para ello hasta podemos jugar con todo el curso, jugar a sentarnos, a pararnos, a acostarnos y hacer distintos tipos de ángulos. En realidad, es eso, diversificar un poquito lo que hacemos, toda la variedad que se nos pueda llegar a ocurrir.

3. ¿Cuál es la importancia de reconocer y utilizar las perpendiculares y paralelas en la vida cotidiana de un(a) estudiante con discapacidad visual?

Ya, aquí me voy a ir directamente a lo que es orientación y movilidad. No sé si ustedes saben, pero la orientación y movilidad es una de las áreas que trabaja la especialidad de problemas a la visión toda la vida. **Siempre** tiene que estar orientación y movilidad, como movilidad de la vida diaria, como el Braille, todo es importante. Pero la orientación y movilidad, ¿por qué es tan importante? Porque le entrega una autonomía y una independencia a la persona con discapacidad visual, y una seguridad en sí misma, que yo creo que, si no contara con esta seguridad, todo lo que venga encima no importa tanto, porque nada como que una persona con discapacidad visual pueda salir a trabajar, pueda salir a juntarse con los amigos cuando quiera, pueda salir cuando quiera, etc. Aquí voy directamente a lo que me preguntan ustedes de las rectas, nosotros cuando utilizamos el lenguaje en orientación y movilidad, tenemos ciertas técnicas, y en esas técnicas por ejemplo cuando, yo ocupo mucho el alinearse. Alinearse significa ponerte de lado con tu brazo a una muralla. Entonces tú te enderezas prácticamente poniendo tu brazo en una muralla. Entonces tú quieres que el estudiante haga una línea recta, que camine de forma recta, entonces ahí utilizas al tiro las líneas rectas.

Entonces, al hacer esto de la línea recta, tu no le dices al estudiante “siga derechito o camine derechito”, jamás se dice eso. Lo que nosotros decimos siempre es “proyecta una línea recta en su caminar” y el estudiante se va caminando por una línea recta. Por eso la importancia también de la matemática, o sea, aquí entra a full en la vida cotidiana de los chiquillos, así que por ahí va. Por otro lado, las líneas perpendiculares tienen que ver mucho con el saber ubicarme. Por ejemplo, una persona con discapacidad visual quiere irse tal vez a un lugar que no conoce, puede pasar, está en toda su libertad, entonces, para ubicarse, no le vamos a decir “ya mire, siga por aquí, doble por aquí, doble por allá”, eso obviamente va a ser terrible. Entonces debemos utilizar este tipo de estrategias como, por ejemplo: “sabes que, para llegar a esa calle, tú lo que tienes que hacer es que en la siguiente calle doblas hacia tu derecha, después, terminando esa calle, cruzas hacia el lado izquierdo, y desde ahí vamos armando la relación de la vida cotidiana con las rectas perpendiculares. Ahora bien, si queremos ejemplificar, cuando nosotras hacemos orientación y movilidad, yo suelo hacer (cuando están empezando) un mapa, por ejemplo, con plastilina, con silicona caliente (siempre recurro a la silicona por un tema de rapidez y accesibilidad), y para explicarlo, también puedo usar esos conceptos geométricos, tal vez uso cuadrados, triángulos, tal vez tengo dos rectas perpendiculares en el centro, ahí puedo ir generando vocabulario y haciendo referencias a lo que ellos saben. Sobre todo, esto pasa con los niños, con los pequeños, ya que ellos manejan a lo mejor el contenido de la asignatura, pero su experiencia de orientación y movilidad se va dando cuando son más grandes, pues los padres suelen ser sobreprotectores cuando tienen niños con discapacidad visual. Pero todos estos conceptos de la geometría, ellos lo van a aplicar en su vida cotidiana, así que por eso en realidad yo le doy mucha importancia.

4. ¿Cuáles son las consideraciones que debe tener un(a) docente a la hora de enseñar geometría a estudiantes ciegos?

Mira, yo creo que siempre, como les decía, los docentes en general tenemos que hacer un diagnóstico de qué es lo que sabe o no sabe el estudiante, yo creo que eso siempre es importante, con discapacidad visual o sin discapacidad visual siempre la idea es conocer a tu estudiante, saber qué es lo que sabe y ser muy buen observador. Pero aquí yo les agregaría tal vez a las estrategias el tema de considerar el propio cuerpo y la propia forma del estudiante, yo creo que esa es incluso la primera estrategia. Yo diría que en una clase de geometría incluso donde vamos a enseñar los ángulos hagamos este ejercicio con el cuerpo. ¿Por qué? Porque el cuerpo es lo más suyo que tiene la persona (hablando de primero medio, no de niños de Kinder), tal

vez en estos cursos como de segundo ciclo (enseñanza media) los estudiantes ya se sienten a sí mismos, ya saben que su brazo llega hasta cierta parte, saben dónde están sus piernas, entonces cuando uno hace una referencia al propio cuerpo, la experiencia y el ejemplo y el modelamiento es perfecto. Cuando yo le digo a una persona con discapacidad visual una referencia a una línea recta, tal vez me ponga en el piso de forma recta con los brazos pegados al cuerpo, tal vez ese tipo de cosas le son más significativas, y aparte también es la antesala para el material concreto. Porque como les digo, nunca podemos saber bien cuáles son los conocimientos que tiene un estudiante, pero así nos vamos dando cuenta qué es lo que sabe, lo que conoce. Tal vez el concepto de recto ni siquiera lo conoce, puede pasar. Entonces por eso les digo que yo partiría desde el propio cuerpo, pasaría al material concreto, siempre acompañado de un lenguaje inclusivo que vaya detallando y especificando qué es lo que tiene este material concreto.

Otra cosa antes de que se me vaya, **las instrucciones**. Esto sí que es importante en la práctica docente. Las instrucciones suelen ser dadas desde una perspectiva siempre visual, y es inevitable, no estoy criticando, tal vez yo lo hago a veces porque también me equivoco, ¿por qué? Porque soy visual, soy una persona que ve, pero nosotros tenemos que tratar de tener esa consideración siempre, entonces si te voy a dar una instrucción, debo ser sumamente explícito. Si yo quiero que el niño se toque la punta de los pies, yo no le voy a estar diciendo “tócate los pies”, tengo que dar una explicación clara: “con la punta de tus dedos, estando de pie, te vas a agachar hacia adelante y vas a tocar la punta de tus pies con las 2 manos, cada mano en cada pie, ser muy explícito, porque hay que recordar que aunque nosotros lo hagamos, él no lo va a ver. Entonces si damos por hecho estas situaciones, los chiquillos se empiezan a enredar, se desmotivan porque también se sienten excluidos, entonces es súper importante el lenguaje que se ocupe. Entonces hay que ocupar todo esto que les decía, una buena instrucción tiene que ser explícita, y también de pasada nos ayuda con todos los estudiantes, hay muchos estudiantes con déficit atencional, y si solo hacemos que miren lo que estamos haciendo o que pongan atención, se aburrirán. También hay otras estrategias, esta funciona bien con niños más chiquitos, el modelar mano a mano con el estudiante lo que queremos que haga, ahora bien si nos damos cuenta de que le estamos diciendo que se estire o que mueva los brazos y vemos que no responde, aquí pasa algo, no conoce el concepto. ¿Qué hago entonces cuando no conoce nada los conceptos? Utilizo mi cuerpo, mi mano, el brazo, lo pongo tal vez encima de su brazo y hago que haga lo que quiero que haga, de este modo va a sentir qué es lo que yo estoy haciendo.

5. ¿Cree que es necesaria la diversificación del currículum de geometría para la inclusión de personas con discapacidad visual? ¿Por qué?

En estricto rigor, leyendo el currículum de matemática en el área de geometría, si ustedes se dan cuenta es bien maravilloso, es genial, yo lo leo y digo “genial”, pero hay un contraste con la realidad en donde se causa el conflicto. Yo no estoy culpando para nada al docente, creo que es tan maravilloso el currículum, las actividades propuestas son muy buenas, creo que son accesibles en su gran mayoría, algunas no, digámoslo, pero hay actividades que son muy buenas. Pero qué pasa, pasa un tema de tiempo, de falta de planificación, un tema de agobio, porque planificar una clase no es como la mayoría de la gente cree, no es llegar y plantarse al frente a ponerse a pasar contenido, no. Esto tiene un trasfondo muy grande, pensamos ¿qué puede ser más llamativo para los chiquillos, ¿cómo puedo hacer que les guste esto?, todo ese proceso implica mucho tiempo. Entonces, qué pasa con la diversificación de la enseñanza en sí, por eso muchos profesores se quedan en la pizarra y el plumón, obviamente si no tengo tiempo para planificar, voy a hacer lo que puedo con las herramientas que cuento porque el docente también tiene que dormir, tiene que cumplir en otras cosas, etc. Entonces, como les digo, el currículum en sí es bueno, es buena la propuesta, es entretenida, en muchos casos es accesible, pero siento que es un ideal en el cual no se han sentado a pensar en cómo el docente va a lograr todas estas actividades que estoy poniendo en el currículum.

6. ¿Cómo puede describir el trabajo colaborativo entre los docentes de matemática y educación diferencial dentro del aula? ¿Cambiaría algún aspecto de este trabajo colaborativo? ¿Por qué?

Les pongo un ejemplo, todo lo que les he dicho sobre estrategias de inclusión se junta con los conocimientos del docente de matemática, sería una clase fantástica. Pero qué pasa, que yo pienso que hay una gran cantidad de docentes (no solo de matemática, sino que de varias áreas) que tienen escaso conocimiento sobre la codocencia y no trabajan en equipo. Aquí hay implicados muchos factores, hay un factor de formación inicial en la universidad, ya que las mallas curriculares no incluyen la diversificación de la enseñanza ni codocencia, lo que implica que al momento de trabajar si dividen las funciones, y cuando se trabaja por separado, las cosas no funcionan bien, perjudicando tanto al trabajo como a los estudiantes.

7. ¿Cómo definirías y describirías tu quehacer docente en la sala de clases?

Ser docente de educación diferencial en el aula hoy en día es súper diverso, hay clases en las que soy un estudiante más, y hay clases en que soy la docente de matemática junto con mi colega, hay de todo, siento que he recorrido de todo. La falta de coordinación es lo que genera esto, pues tengo cursos en los que mi labor es totalmente mitad y mitad con la docente de matemática; pero también tengo el rol que es de acompañamiento prácticamente, en donde el docente de matemática realiza toda la clase, dejándome poco espacio para participar, y ahí es donde yo me pongo en los zapatos de los estudiantes y hago acotaciones respecto a lo que quizás no entienden de la clase. Principalmente mi rol es de diversificar la enseñanza y de mediación.

8. ¿Cree que las(os) Educadoras(es) Diferenciales salen preparadas(os) de la universidad para realizar un trabajo colaborativo con él(la) docente de matemática en cualquier nivel de escolaridad obligatoria?

Salir preparados así con todas las herramientas, yo diría que no. En particular, en matemática y en ciencias se da el caso de que se requiere que la docente de educación diferencial tenga conocimientos, entonces muchas veces una se queda “coja” con la formación de la carrera. Yo por ejemplo salí de la universidad sabiendo nada de matemática, y ahora sé mucha matemática, me encanta la matemática, pero esto se dio porque al salir de la universidad me vi tan desafiada, que no me quedó otra opción, ya que en mi malla curricular no vimos contenidos como el cuadrado de binomio, sumatorias, etc. Entonces yo pienso que faltan ramos de currículum de matemática en la carrera de educación diferencial, ya que de momento es un desafío enorme que debemos enfrentar con las pocas herramientas que tenemos, fue muy complicado y sufrí mucho.

Anexo 4: Rúbricas

Anexo 4.1. Rúbrica para docentes de Educación Matemática

Rúbrica para docentes MATEMÁTICA

El motivo de esta rúbrica se centra en que los(as) docentes puedan analizar la actividad y validar a través de una puntuación (del 1 al 4) los distintos aspectos que se encuentran presentes dentro de su construcción.

Aspectos a evaluar de la actividad	Insuficiente (1)	Suficiente (2)	Bueno (3)	Excelente (4)	Puntaje
El inicio de las actividades logra activar los conocimientos previos de los(as) estudiantes de manera significativa.	El inicio de la clase no realiza “activación de conocimientos previos”.	Al inicio de la actividad se fomenta la “activación de conocimientos previos” de manera mecánica, a través de un recordatorio de las definiciones y propiedades que se utilizarán.	El inicio de las actividades presenta una propuesta consistente en la “activación de conocimientos previos”, usando técnicas como lluvia de ideas o discusiones sobre definiciones de objetos geométricos, sin embargo, carece de uso del lenguaje kinestésico para relacionar objetos con el cuerpo.	El inicio de las actividades presenta una propuesta consistente en la “activación de conocimientos previos”, utilizando variadas técnicas como relacionar conceptos con el cuerpo mediante el lenguaje kinestésico, generar discusiones sobre la definición de conceptos, lluvia de ideas, etc.	
El material didáctico seleccionado es utilizado de manera adecuada y pertinente al contexto durante las actividades.	El material didáctico utilizado durante las actividades no es adecuado ni pertinente al contexto.	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y accesible por los estudiantes, pero no es adecuado para el trabajo táctil, impidiendo identificar los elementos presentes en la construcción.	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y adecuada para el trabajo táctil, sin embargo, no es del todo accesible para los(as) estudiantes con NEE.	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y accesible para los(as) estudiantes, además es adecuado para el trabajo táctil, pues permite identificar los elementos presentes en la construcción.	

Las instrucciones propuestas guían tanto al(la) estudiante que presenta discapacidad visual como el(la) que no la presenta, a una comprensión de los procesos de construcción de perpendiculares y paralelas.	Las instrucciones propuestas para las actividades no están descritas con precisión impidiendo al(la) estudiante realizar las construcciones de rectas paralelas y perpendiculares.	Las instrucciones propuestas para las actividades se comprenden de forma imprecisa, por lo que permiten guiar al(la) estudiante de forma incompleta durante parte del proceso de construcción de rectas perpendiculares y paralelas.	Las instrucciones propuestas para las actividades son descriptivas, pero se comprenden de forma imprecisa, provocando dificultades en el proceso de construcción de rectas perpendiculares y paralelas.	Las instrucciones propuestas para las actividades se comprenden de manera precisa, descriptiva y permiten guiar al(la) estudiante durante todo el proceso de construcción de rectas perpendiculares y paralelas.	
Las actividades promueven la interacción entre los(as) estudiantes y los distintos objetos matemáticos involucrados. El(la) estudiante establece relaciones conceptuales relacionándolos continuamente entre ellos.	Las actividades no promueven la interacción entre los(as) estudiantes y los distintos objetos matemáticos involucrados. Tampoco establece relaciones conceptuales entre los distintos objetos matemáticos.	Las actividades promueven una interacción inconsistente entre algunos objetos matemáticos involucrados.	Las actividades promueven una interacción intermitente entre distintos objetos matemáticos involucrados, principalmente circunferencias, triángulos y teselaciones, estableciendo algunas relaciones conceptuales entre ellos.	Las actividades promueven una continua interacción entre los(as) estudiantes y los distintos objetos matemáticos involucrados, principalmente circunferencias, triángulos y teselaciones, estableciendo relaciones conceptuales entre ellos.	
Los tiempos destinados para cada parte de las actividades están distribuidos	Los tiempos destinados para cada parte de la actividad no se precisan.	Se precisa una distribución de los tiempos destinados para cada parte de las actividades (inicio,	Se precisa una distribución de los tiempos destinados para cada parte de las actividades (inicio,	Se precisa una distribución de los tiempos destinados para cada parte de ambas actividades	

adecuadamente.		desarrollo y cierre), pero de manera consecuente solo en ciertas partes.	desarrollo y cierre), pero de manera coherente solo en una de ellas, teniendo en cuenta las posibles dificultades que se puedan presentar en cada parte.	(en todos los momentos para inicio, desarrollo y cierre) de manera consecuente teniendo en cuenta las posibles dificultades que se puedan presentar en cada parte.	
----------------	--	---	--	--	--

Comentarios y/o sugerencias en relación a la actividad y la rúbrica:

Anexo 4.2. Rúbrica para docentes de Educación Diferencial

RÚBRICA PARA EDUCADORAS DIFERENCIALES

El motivo de esta rúbrica se centra en que los(as) docentes de educación diferencial puedan analizar la actividad adaptada para estudiantes con discapacidad visual y validar a través de una puntuación del (1) al (4) (donde (1) es insuficiente, (2) es suficiente, (3) es Bueno y (4) es excelente) los distintos aspectos que se encuentran presentes dentro de su construcción.

Aspectos a evaluar de la actividad	Insuficiente (1)	Suficiente (2)	Bueno (3)	Excelente (4)	Puntaje
En la actividad el vocabulario utilizado es adecuado al contexto de los(as) estudiantes.	En la actividad, no se utiliza un vocabulario descriptivo dificultando la comprensión de las instrucciones que se presentan en cada fase.	En la actividad, el vocabulario utilizado es descriptivo pero impreciso y confuso, dificultando una comprensión de las instrucciones	En la actividad, el vocabulario utilizado es descriptivo, pero no lo suficientemente preciso, promoviendo tanto una	En la actividad, el vocabulario utilizado es descriptivo y preciso, promoviendo tanto una comprensión sencilla de las	

		presentadas en cada fase.	comprensión sencilla de las instrucciones como la inclusión de estudiantes con algún tipo de discapacidad visual.	instrucciones como la inclusión de estudiantes con algún tipo de discapacidad visual.	
Dentro de la actividad se utiliza el trabajo kinestésico y sensorial para la activación de conocimientos previos.	Dentro de la actividad no se promueve la utilización del trabajo kinestésico ni sensorial para la activación de conocimientos previos.	Dentro de la actividad se promueve la utilización del trabajo kinestésico o sensorial (sólo una de las dos), desaprovechando las diversas formas de aprendizajes de los(as) estudiantes y generando una activación de los conocimientos previos incompleta.	Dentro de la actividad se promueve la utilización del trabajo kinestésico y sensorial con imprecisión. Esto es, relacionando de manera ambigua y poco claras las partes del cuerpo con conceptos e ideas matemáticas, así como el reconocimiento de las texturas del material concreto, dificultando la activación de conocimientos previos.	Dentro de la actividad se promueve la utilización del trabajo kinestésico y sensorial de manera precisa, relacionando las partes del cuerpo con conceptos e ideas matemáticas, así como reconociendo las texturas del material concreto a utilizar con el fin de activar los conocimientos previos y fomentar el trabajo colaborativo entre docentes de educación diferencial y de matemática.	
El material didáctico seleccionado es utilizado de manera adecuada y pertinente al contexto durante las actividades.	El material didáctico utilizado durante las actividades no es adecuado ni pertinente al contexto.	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y accesible por los(as) estudiantes, pero no es adecuado para el trabajo táctil, impidiendo identificar los	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y adecuada para el trabajo táctil, sin embargo, no es accesible para	El material didáctico utilizado durante las actividades permite una manipulación sencilla y accesible para los(as) estudiantes, además es adecuado para el	

		elementos presentes en la construcción.	los(as) estudiantes.	trabajo táctil, pues permite identificar los elementos presentes en la construcción.	
Los tiempos destinados para cada parte de las actividades están distribuidos adecuadamente	Los tiempos destinados para cada parte de la actividad no se precisan.	Se precisa la distribución de los tiempos destinados para cada parte de las actividades (inicio, desarrollo y cierre), pero de manera coherente solo en ciertas partes de ellas, teniendo en cuenta las posibles dificultades que se puedan presentar en cada parte.	Se precisa la distribución de los tiempos destinados para cada parte de las actividades (inicio, desarrollo y cierre), pero de manera coherente solo en una de ellas, teniendo en cuenta las posibles dificultades que se puedan presentar en cada parte.	Se precisa la distribución de los tiempos destinados para cada parte de ambas actividades (inicio, desarrollo y cierre) de manera coherente teniendo en cuenta las posibles dificultades que se puedan presentar en cada parte.	

Comentarios:

Anexo 4.3. Rúbrica para estudiantes.

Rúbrica para estudiantes

El motivo de esta rúbrica se centra en que los(as) docentes de educación Matemática puedan analizar la actividad adaptada para estudiantes con discapacidad visual y validar a través de una puntuación del (1) al (4) (donde (1) es insuficiente, (2) es suficiente, (3) es Bueno y (4) es excelente) los distintos aspectos que se encuentran presentes dentro de su construcción.

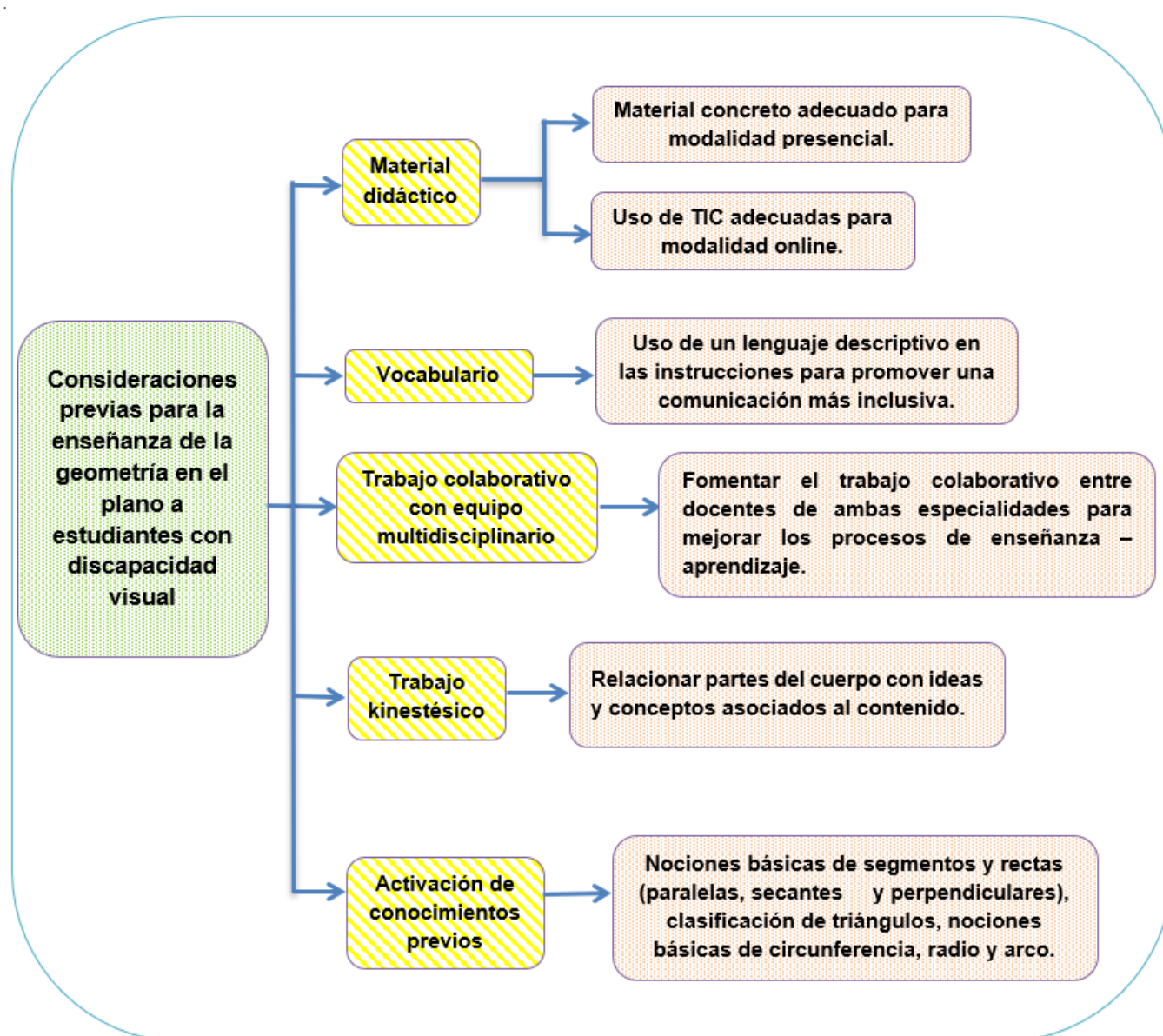
Aspectos a evaluar	Insuficiente (1)	Suficiente (2)	Bueno (3)	Excelente (4)	Puntaje
Relaciona las rectas perpendiculares y paralelas con aspectos de la vida cotidiana dando ejemplos.	El(la) estudiante no relaciona contextos cotidianos ni experiencias concretas, con las nociones de paralelismo y perpendicularidad.	El(la) estudiante logra relacionar de manera imprecisa las rectas perpendiculares y paralelas con aspectos de la vida diaria a través de uno o dos ejemplos.	El(la) estudiante logra relacionar de manera precisa solo rectas paralelas o solo rectas perpendiculares con aspectos de la vida diaria a través de a lo más dos ejemplos.	El(la) estudiante logra relacionar de manera precisa tanto rectas perpendiculares como rectas paralelas con aspectos de la vida diaria a través de a lo menos tres ejemplos.	
Comprende el proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta en un punto dado.	El(la) estudiante no describe el proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta en un punto dado, no es capaz de identificar propiedades ni elementos del triángulo y circunferencias presentes en la construcción. Construye la perpendicular de manera mecánica.	El(la) estudiante describe de manera imprecisa el proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta en un punto dado, sin embargo, no es capaz de identificar propiedades, elementos primarios y secundarios del triángulo y circunferencia necesarios en la construcción.	El(la) estudiante describe de manera precisa el proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta en un punto dado, además es capaz de identificar algunas de las propiedades, elementos primarios y secundarios del triángulo y la circunferencia presentes y necesarias en la construcción.	El(la) estudiante describe de manera precisa el proceso de construcción de una recta perpendicular a otra recta en un punto dado, además es capaz de identificar la mayoría de las propiedades, elementos primarios y secundarios del triángulo y la circunferencia presentes y necesarios en la construcción.	
Reconoce que el segmento de recta perpendicular a un punto fuera de ella (recta inicial), tiene la distancia más corta entre	El(la) estudiante no reconoce o no logra establecer la idea de distancia entre un segmento de recta dada y un punto que esté fuera de ella.	El(la) estudiante no reconoce, pero sí sospecha que debe existir un segmento (uno que es el más pequeño) que una la recta	El(la) estudiante logra reconocer que el segmento de recta perpendicular a un punto fuera de ella (recta inicial) tiene la	El(la) estudiante logra reconocer que el segmento de recta perpendicular a un punto fuera de ella (recta inicial) tiene la distancia más	

el punto y la recta.		dada con un punto fuera de ella, pero no logra indicar que “este segmento” es perpendicular a la recta inicial.	distancia más corta entre el punto y la recta, sin embargo, no logra justificar el por qué se cumple esta condición. O su justificación es imprecisa.	corta entre el punto y la recta, fundamentando su idea a través de la experimentación con material concreto u otros medios como GeoGebra.	
Observa la relación existente entre la teselación de triángulos equiláteros y las rectas paralelas construidas.	El(la) estudiante no observa la relación que existe entre la teselación de triángulos equiláteros y rectas paralelas construidas.	El(la) estudiante logra observar de manera imprecisa la relación existente entre la teselación de triángulos equiláteros y las rectas paralelas construidas, pero no identifica ángulos, vértices y rectas secantes ni propiedades relacionadas a los triángulos que justifiquen el paralelismo.	El(la) estudiante logra observar de manera imprecisa la relación existente entre la teselación de triángulos equiláteros y las rectas paralelas construidas, identificando lados, ángulos, vértices y rectas secantes relacionadas a los ángulos y triángulos que permiten justificar el paralelismo.	El(la) estudiante logra observar de manera precisa la relación existente entre la teselación de triángulos equiláteros y las rectas paralelas construidas, identificando tanto lados, ángulos, vértices y rectas secantes, como la importancia de las alturas, simetrales, bisectrices, propiedades de ángulos y triángulos que permiten justificar el paralelismo.	
Identifica rectas paralelas como el resultado de doblar 2 veces en dirección perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original.	El(la) estudiante no logra identificar rectas paralelas como el resultado de realizar un doblez 2 veces en dirección perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original.	El(la) estudiante logra identificar rectas paralelas como resultado de doblar 2 veces en dirección perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original, pero no argumenta a	El(la) estudiante logra identificar rectas paralelas como resultado de doblar 2 veces en dirección perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original, justificando	El(la) estudiante logra identificar rectas paralelas como el resultado de doblar 2 veces en dirección perpendicular para continuar paralelamente en la dirección original, justificando dicho	

		través de definiciones y propiedades matemáticas o el uso de material concreto.	dicho procedimiento a través del uso de material concreto como regla, transportador, etc.	procedimiento a través de definiciones y/o propiedades matemáticas.	
--	--	---	---	---	--

Anexo 5: Actividades propuesta

Actividad de Implementación Tesina



Materiales actividad construcción de rectas perpendiculares Clase n°1)

1. Compás (idealmente compás de precisión) (1)
2. Regla adaptada personas con discapacidad visual (mínimo 10 cm de longitud) (1)
3. Lápiz grafito 6B (2)
4. Transportador de cualquier tamaño (1)
5. Lámina para dibujar (3), la cual puede ser:
 - 5.1 Goma eva (mínimo 20 cm x 30 cm)
 - 5.2 Papel diamante (mínimo 20 cm x 30 cm)
6. Lana (1 m)

Material actividad construcción de rectas paralelas (Clase n°2)

1. Caja con fósforos grandes o palitos de brochetas (mínimo 5 cm de largo) (20)
2. Lámina (1), la cual puede ser:
 - 2.1 cartón (mínimo 20 cm x 30 cm)
 - 2.2 plumavit (mínimo 20 cm x 30 cm)
3. Caja de plastilina (la más pequeña posible) (1) o chinchas (20)
4. Lana (2 m)



Actividad adaptada a estudiantes con discapacidad visual: Guía docente



Actividad N°1: Construcción de una recta perpendicular a otra recta dada (60 minutos)



Objetivo de la Clase: Construir una recta perpendicular a otra recta dada usando material concreto.



Fase 1: Identificación y manipulación del material concreto y activación de conocimientos previos. (5 - 15 minutos, 5 pasos)

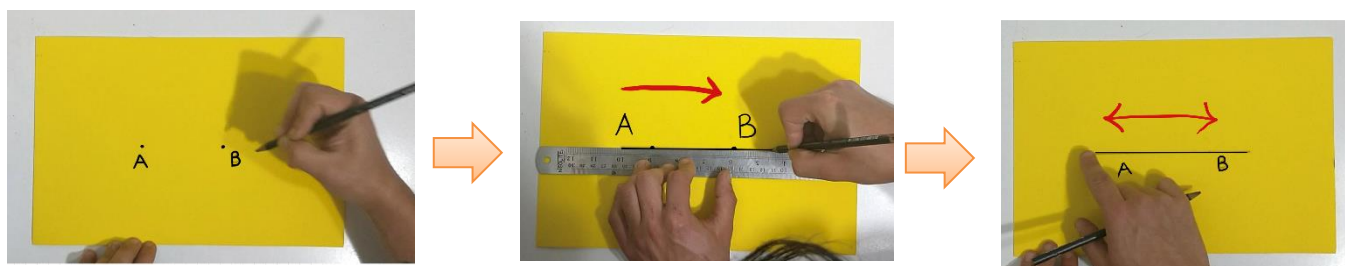
-  **Paso 1:** Identifica el material concreto que vas a usar para la actividad, es decir, reconoce formas y texturas de los elementos que utilizarás.
-  **Paso 2:** Manipula los distintos tipos de láminas que están disponibles y luego elige la que más te agrade y/o acomode.
-  **Paso 3:** Manipula todo el material que vas a utilizar. Luego, con el lápiz haz un dibujo a elección para reconocer la textura que se genera en la lámina.
-  **Paso 4:** Activación de conocimientos previos usando conceptos, material concreto y/o trabajo kinestésico.
 - ✓ Rectas y segmento de recta: propuesta: cortar dos trozos de lana, uno grande (aproximadamente 40 cm) y otro pequeño (aproximadamente 20 cm), para luego guiar a los(as) estudiantes en la comprensión de las características y la relación entre rectas y segmentos.
 - ✓ Circunferencia: usando una lámina de aluminio o goma eva se marca un punto fijando el centro. Luego, se toma un trozo de lana y se coloca uno de sus extremos en el centro y el otro extremo se gira en torno al centro creando la circunferencia.
 - ✓ Triángulo equilátero, vértice y lados: Usando fósforos y plastilina.
 - ✓ Simetral, bisectriz (recordatorio conceptual).
 - ✓ Rectas paralelas, perpendiculares y secantes: inicialmente realizar un recordatorio con lenguaje corporal.
 - ✓ En el caso de las paralelas, se recomienda usar los brazos pegados al cuerpo para denotar el paralelismo existente entre ellos.
 - ✓ Para las rectas perpendiculares se recomienda denotar el ángulo que se forma entre el torso y las piernas al estar sentado con la espalda recta.
 - ✓ En el caso de las rectas secantes, considerar cuando cruzamos los brazos o piernas entre sí (estirando los brazos o piernas de modo que se asemejen a una recta).

- ✓ Finalmente, para relacionar los conceptos de perpendiculares y paralelas, se recomienda dar la instrucción de levantar los brazos (hacia los lados o al frente) hasta la altura de los hombros (formando un ángulo recto entre el torso y los brazos), y denotar la relación existente entre el paralelismo que hay entre los brazos con el piso, y las perpendicularidades presentes entre los brazos y el torso y las piernas con el piso.

- ➡ **Paso 5:** Presentar a los(as) estudiantes una construcción de la recta perpendicular con el mismo material concreto para dar referencias sobre el objetivo que deben lograr durante la actividad.

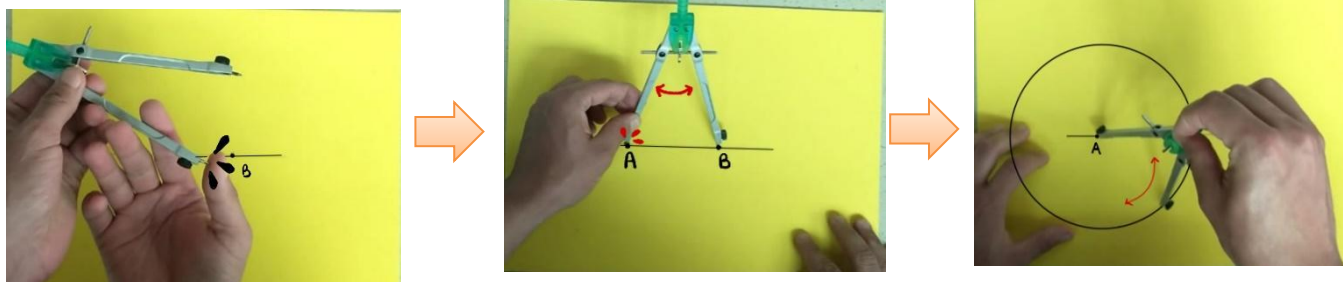
Fase 2: Realizar la construcción del objeto matemático. (25- 30 minutos, 10 pasos)

- ➡ **Paso 1:** En una lámina nueva, marca cerca del centro con un lápiz dos puntos distintos, A y B. Luego toca la lámina y reconoce dónde están ubicados.
- ➡ **Paso 2:** Toma la regla y ubícala de manera que el borde de ella pase por ambos puntos, A y B, y mantenla fija. Luego con un lápiz traza (o desliza) la recta que pase por los puntos que marcaste. ¿Qué figura geométrica puedes construir con una regla y esos dos puntos? Muestra tu procedimiento o tu respuesta. Toca la figura que construiste y descríbela verbalmente, mencionando los puntos A y B.
- ➡ **Paso 3:** Con tus manos toca la lámina e identifica el segmento AB.

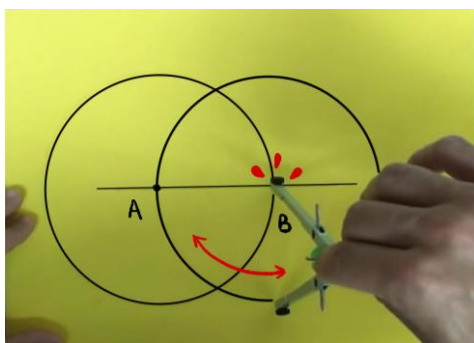


- ➡ **Paso 4:** Toma el compás y toca suavemente la punta que tenga más filo (o puntiaguda). Luego, ubica esa punta con más filo en uno de los puntos que marcaste y abre el compás hasta situar la otra punta que tiene el lápiz en el otro punto o antes del punto.

- Paso 5:** Gira el compás y marca con el lápiz la lámina de manera que se forme una circunferencia con radio igual al segmento AB y centro en A

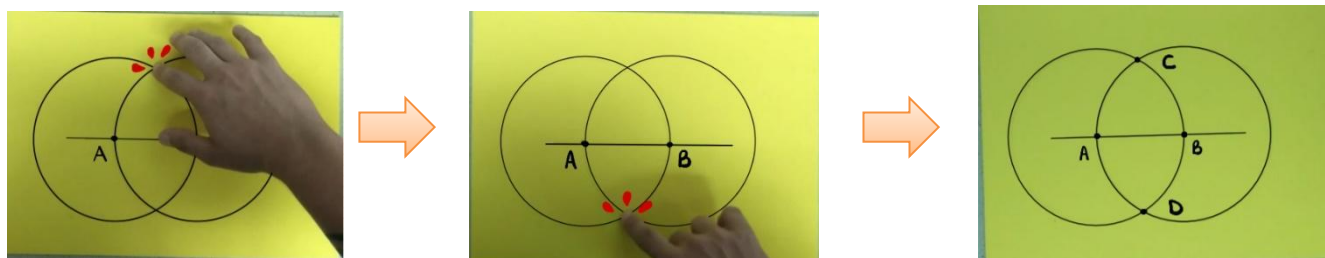


- Paso 6:** Ahora repite el mismo proceso, pero ubica la punta filuda del compás en B manteniendo el mismo radio AB. Luego, toca la lámina y describe geométricamente las figuras que se determinaron en este procedimiento



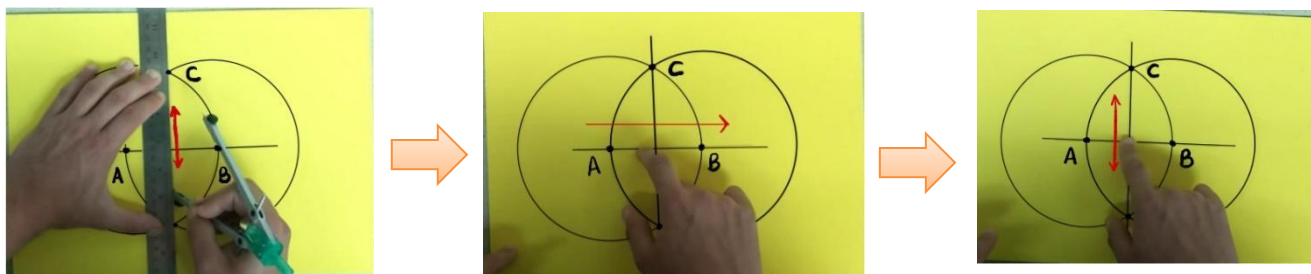
- Paso 7:** Con las manos toca la lámina y revisa si hay alguna intersección entre las dos circunferencias que creaste antes.

- Paso 8:** Marca con el lápiz los puntos de intersección que hallaste. A estos puntos les llamaremos C y D. ¿Qué figura forman estos puntos?



- Paso 9:** Del mismo modo en que se hizo al principio, toma la regla y ubícala de manera que intersecte con los puntos C y D, luego mantenla fija y con el lápiz traza una recta que pase por C y D.

-  **Paso 10:** Con tus manos toca la lámina e identifica las rectas $\underline{AB}$ y $\underline{CD}$. Luego identifica el punto de intersección de ambas rectas y remárcalo. A este punto lo llamaremos E.



Fase 3: Responder preguntas en relación con el lugar geométrico construido (10 - 15 minutos, 5 preguntas)

A continuación, se presentan algunas estrategias que los(as) docentes pueden utilizar para abordar cada pregunta.

1. a) ¿Cómo podemos verificar si efectivamente las rectas son perpendiculares?

Estrategia 1:

Para realizar dicha verificación reactivamos conocimientos previos sobre:

- ✓ **TRIÁNGULO EQUILÁTERO:** Con los puntos A, B y C se puede construir un triángulo equilátero, pues la medida de todos sus lados coincide con los radios de ambas circunferencias y radios son iguales. Así, por definición de triángulo equilátero, todos sus ángulos interiores miden 60° .
- ✓ **PUNTO MEDIO:** ¿Cómo podemos verificar que E es punto medio del segmento AB?
Estrategia 1: Toma el compás y coloca una de sus puntas desde el punto A, luego abre el compás y encaja la otra punta en el punto E. Luego, levanta la punta del compás que está en A y sin abrir el compás ubícalo en B. ¿Ese extremo cae justo en el punto B?
Estrategia 2: Dobra la hoja en dos, de manera que el punto A coincida con B ¿Qué puedes observar con esto?
- ✓ **SIMETRAL Y BISECTRIZ:** Recordar que en un triángulo equilátero éstas coinciden con el punto medio. Luego, se debe recordar que la simetral es la recta perpendicular

levantada sobre el punto medio y, por otro lado, la bisectriz es la recta que divide la medida de ángulo en dos ángulos iguales.

- ✓ Con lo anterior se puede guiar al(la) estudiante para que el ángulo $\angle BCE = \angle ECA = 30^\circ$
- ✓ Luego, con material concreto se construye otro triángulo equilátero con las mismas medidas que el triángulo ABC de modo que esté al revés y compartan el lado BC. Así se obtiene el triángulo equilátero BFC. Luego al sumar los ángulos BCE y BFC se obtiene el ángulo $\angle FCE = 90^\circ$.

Estrategia 2: Otra manera de verificar es doblando la hoja por AB y luego por CD, los ángulos que se forman son iguales, lo cual cumple con la condición de perpendicularidad.

b) Toma un pedazo de lana y ubica un extremo en el punto C. Luego con el otro extremo de la lana comienza a medir la distancia entre el punto C y la recta AB. ¿En qué lugar de la recta AB la distancia que mides desde el punto C es la más corta?

Estrategia: Para probar que la perpendicular se relaciona con la distancia mínima a una recta, los(as) estudiantes pueden trabajar con un trozo de lana e ir midiendo desde el punto C (fijo) a distintos puntos que pertenezcan a la recta AB.

2. ¿Para qué crees que sirvió usar la circunferencia durante la construcción?

Posibles respuestas:

R1: Para encontrar los puntos de intersección de ambas circunferencias.

R2: Para poder obtener distancias iguales.

3. a) ¿En qué facetas o situaciones de tu vida cotidiana has percibido el concepto de perpendicularidad?

Posible respuesta: Cajas de medicamentos, esquinas de las mesas, movimientos pre-bastón (técnica para encuadrarse), el ángulo que forma la pared con el piso, etc.

b) ¿En qué situaciones de la vida cotidiana puedes notar la relación que existe entre doblar dos veces consecutivas de forma perpendicular respecto a las rectas paralelas?

Posibles respuestas: 1) Al cruzar de una vereda a otra en la misma calle para continuar en la misma dirección. 2) Al cambiar de andén dentro del metro.

Fase 4: Institucionalización del objeto matemático y cierre de la actividad (5 - 10 minutos)

En este apartado, una vez respondidas las preguntas de la Fase 3, los(as) estudiantes tendrán una idea clara del concepto por lo que se procede a definirlo a través de los elementos regidos de la fase 2 y 3.

El docente debe guiar a los(as) estudiantes apoyándose en lo trabajado durante la actividad para promover que ellos (as) lleguen a la definición de perpendicularidad:

Definición:  Las rectas perpendiculares en un plano, son aquellas que se intersectan en un punto formando 4 ángulos rectos.

Actividad N°2: Construcción de una recta paralela a otra (60 minutos)

Objetivo de la clase: Construir una recta paralela a otra recta usando material concreto 

Fase 1: Identificación y manipulación del material concreto. (5 - 10 minutos, 3 fases)

Paso 1: Identifica el material concreto que vas a usar para la actividad, es decir, reconoce formas y texturas de los elementos que utilizarás.

Paso 2: Manipula los fósforos en conjunto con la plastilina, de manera tal que puedas usar los fósforos como lados y pedacitos de plastilina como vértices.

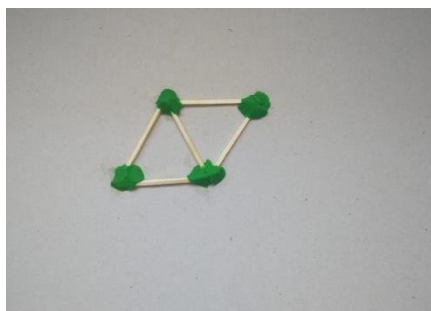
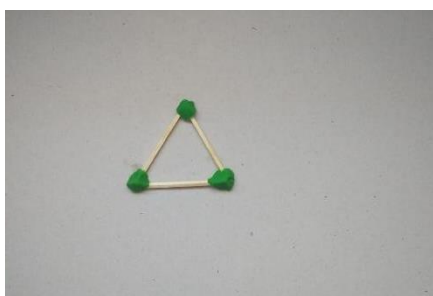
Paso 3: Activación de conocimientos previos usando conceptos, material concreto y/o didáctica kinestésica. ¿Qué sabes de la palabra paralela? ¿dónde la has escuchado? ¿conoces objetos o cosas que sean paralelas?

Fase 2: Construir las rectas paralelas (25- 30 minutos, 5 pasos)

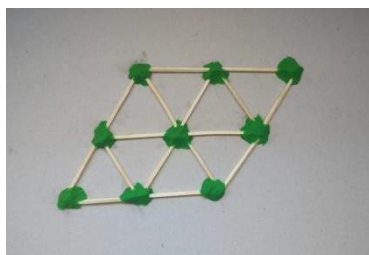
Paso 1: Tomar 3 fósforos y formar un triángulo, colocándolo en cualquier lugar de la lámina.



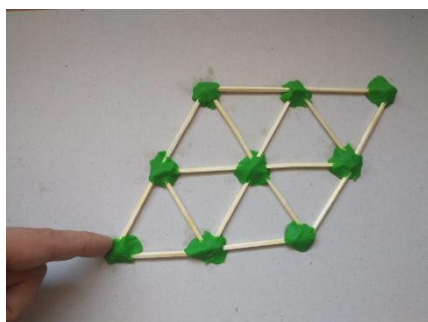
Paso 2: Toma pequeños pedazos de plastilina y úsalos para unir cada par de fósforos en los extremos, estas bolitas de plastilina serán los vértices del triángulo formado. Luego con dos palos de fósforos más forma un segundo triángulo que tenga el tercer lado en común con el primer triángulo que ya formaste.



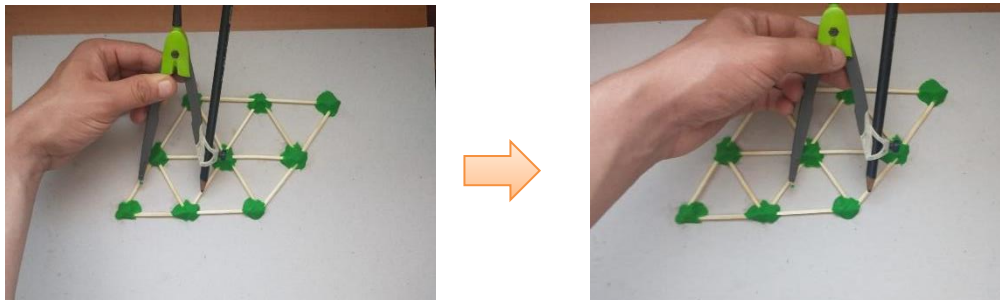
Paso 3: Repite el procedimiento hasta completar la lámina, de manera que crees un nuevo triángulo usando un lado del triángulo anterior y otros dos nuevos palos.



Paso 4: Una vez completada la lámina con los triángulos, toca las distintas rectas en ella y descríbelas. ¿Cuáles se parecen?, ¿por qué?



Paso 5: Medir la distancia entre las rectas utilizando la regla o el compás.



Fase 3: Responder preguntas en relación con el lugar geométrico construido
(5 - 10 minutos)

A continuación, se presentan algunas estrategias que los docentes pueden utilizar para abordar cada pregunta.

1) ¿Cómo podemos verificar si efectivamente las rectas son paralelas?

Estrategia 1: Con lápiz y regla trazamos la altura de alguno de los triángulos (la cual también es simetral y bisectriz) y explicamos la relación entre el ángulo de 30° formado y el ángulo de 60° del triángulo adyacente, obteniendo así 2 ángulos rectos (el del pie de la altura y el resultante al sumar los ángulos de 60° y 30°). Finalmente, se concluye que las rectas son paralelas ya que la recta perpendicular trazada sobre la primera recta también es perpendicular a la segunda recta.

Estrategia 2: Otra posible respuesta es usar los teoremas de correspondencia de ángulos y señalar que como las rectas definen ángulos correspondientes congruentes, entonces las rectas serán paralelas

Posible respuesta estudiante: Porque nunca se cruza; porque la distancia entre ellas es siempre la misma.

2) ¿Encuentras alguna similitud o diferencia en las rectas que construiste? ¿Cuáles son?

Posible respuesta: Unas no se cruzan o tocan (paralelas) y otras si se tocan en los vértices de los triángulos (secantes).

3) Si extendieras las líneas, ¿crees que podrían cruzarse en algún punto?

Posible respuesta: Algunas sí, otras no.

Fase 4: institucionalización del objeto matemático y cierre de la actividad (5 - 10 minutos)

En este apartado, una vez respondidas las preguntas de la Fase 3, los(as) estudiantes tendrán una idea clara del concepto por lo que se procede a definirlo.

El(la) docente debe guiar a los y las estudiantes apoyándose en lo trabajado durante la actividad para promover que ellos (as) lleguen a la definición de paralelismo:



Definición: Las rectas paralelas son aquellas que se encuentran en un mismo plano y no poseen puntos en común.