UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

“Un enfoque holístico de la matemática”

Memoria para optar al Título de

Profesor de Matemática con mención en Estadística Educacional

ó

Profesor de Matemática con mención en Informática Educativa

Profesora Guía: Marcela Pinochet Bustos

Autor: Luis Vidal Aliaga

2009

ÍNDICE

Capítulo VII. Situaciones

Capítulo VIII. Situaciones propuestas

"La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo[1]"

[1] *Definición de la competencia matemática según OCDE / PISA, OCDE / PISA: Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes auspiciado por la UNESCO y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)*

RESUMEN

La tecnología ha llegado para quedarse, cada día es más frecuente el uso de medios de última generación. La educación no se queda atrás, se hace fundamental que el profesor se modernice.

Los alumnos no se motivan por el sólo hecho de aprender, lo que buscan es algo que los cautive, que los involucre en su educación. Este motivo hace fundamental la innovación por parte de los profesores, especialmente en crear nuevas formas de hacer clases.

Para lograr la motivación necesaria el docente debe apoyarse en el uso de la tecnología en el aula, pues ésta facilita la comprensión de temas abstractos. ¿Tiene algún sentido aprender el algoritmo del cálculo para obtener la raíz cuadrada? no lo tiene, gracias a las calculadoras obtenemos el resultado en un par de segundos. Con esto logramos que el alumno no se desmotive con aprender algo que en realidad no usará.

Esta memoria presenta una propuesta distinta para el trabajo dentro de la sala de clases. Se muestra lo fácil que resulta crear material nuevo para nuestros estudiantes, usando algunas herramientas tecnológicas disponibles. Y de paso cumplir con la incorporación de nuevas tecnologías en el aula.

UNA VISIÓN HOLÍSTICA

La educación holística percibe el objeto de estudio como un conjunto de partes interdependientes entre si y donde se debe considerar la forma en que todas estas partes trabajan, se afectan y condicionan mutuamente en forma simultánea.

Lo contrario de la visión holística se denomina visión atomista, donde los temas se estudian parte por parte indicando como funciona cada una de ellas y cuál es su aporte al todo.

La educación holista visualiza al mundo en términos de relación e integración, reconoce que toda la vida en la tierra está organizada en una vasta red de interrelaciones. Cuando los principios holísticos son aplicados a la educación la escuela empieza a funcionar como una comunidad de aprendizaje.

Es necesario que las nuevas tendencias educacionales en matemática sean basadas en una mirada holística de esta, es decir, la educación debe ser tomada como un todo.

El trabajo que se presenta a continuación, recibe el nombre de “un enfoque holístico de la matemática” pues ésta se encuentra directamente relacionada con otras ciencias, que también forman parte de un todo, la educación.

CAPITULO I. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

PROFESORES Y TECNOLOGÍA

Durante la práctica pedagógica, pude vivenciar algunos inconvenientes para tratar algunos temas, pues en la mayoría de los casos es difícil encontrar ejercicios nuevos y que en realidad motiven al alumnado. Ejercicios que permitan ser tratados de una manera distinta y utilizando las herramientas que en estos días nos da la tecnología.

Según el estudio realizado por estudiantes de la carrera de Licenciatura en educación en Matemática de la UMCE, basándose en los resultados de la encuesta aplicada a 50 docentes, de diversos colegios de la región metropolitana, indica que el 74% de los profesores no utiliza software matemático en sus clases, debido a que no lo conocen (18,9%) mientras que un 70,3% no se siente capacitado para su utilización. Además indica que es por falta de tiempo para dedicar en la elaboración de material nuevo e innovador, que se opta por no usar software educativo alguno.

El gobierno ha realizado esfuerzos enormes para llegar a las aulas de todos los establecimientos educacionales con la mayor cantidad de tecnología posible. Ya no es sorprendente observar en algunos liceos del país salas con data-show y computadores de última generación. Además de la cantidad de recursos utilizados en la adquisición de licencias de software de uso masivo, como también la elaboración de software educativos para complementar el trabajo en el aula. ¿Por qué si se cuenta con una gran infraestructura tecnológica, en la mayoría de los colegios, seguimos observando, que las nuevas tecnologías no se aprovechan?

Según lo que he podido observar en mi corta pero significativa experiencia laboral, son pocos los profesores que usan tecnología nueva en el aula. La gran parte de los profesores solo usa unos cuantos programas (software) en su labor docente, no pasan más allá de Word, y PowerPoint. El primero para hacer guías y pruebas, y el segundo para proyectar algunos contenidos con ayuda de un data show. Sin embargo son profesores antiguos, los mismos que dicen estar de acuerdo con el uso de tecnología quienes desmotivan el uso de ellas.

Las nuevas tecnologías no deben usarse como reemplazo de la comprensión de conceptos básicos o de las intuiciones o para reemplazar la labor docente, si no más bien pueden o deben utilizarse para fomentar la comprensión e intuición de conceptos básicos.

El objetivo es crear material innovador, para el uso en las aulas de los niveles de enseñanza media, sin la necesidad de requerir tanto tiempo para crearlo, para ello se mostrará dos metodologías ligadas entre si, una tradicional, con lápiz y papel y la otra utilizando algún software apropiado para el trabajo de la física.

La esencia de la clase no sufrirá cambios, el principal objetivo será el desarrollo cognitivo de los estudiantes, sin embargo se hace necesario un cambio en la metodología de nuestras clases.

OBJETIVO GENERAL

- φ Crear material concreto e innovador para la comprensión de funciones matemáticas en la enseñanza media.

- φ Mostrar distintas aplicaciones del tema de funciones, enfocados principalmente a las ciencias físicas y biológicas, mediante el uso de algún software educativo de libre uso.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ☑ Crear material de apoyo pedagógico que sirva como base para el trabajo en el aula del tema de funciones.
- ☑ Lograr un nexo entre matemática y la física.
- ☑ Mostrar el como cumplir con los objetivos mínimos obligatorios implementados en nuestra reforma educacional, en el uso de tecnología en todos los sub-sectores de aprendizaje.
- ☑ Conocer distintas maneras de abordar un tema matemático en particular.
- ☑ Utilizar nuevas herramientas que faciliten el aprendizaje del estudiante.
- ☑ Motivar la implementación de software de educación.

CAPITULO II. MARCO TEÓRICO

COMPETENCIA MATEMATICA

Se define como “La competencia matemática a la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”

El nivel de competencia matemática de una persona se refleja en la manera en la que utiliza los conocimientos y las herramientas matemáticas para resolver problemas. Como en nuestros días el currículo se debe evaluar por competencias, es fundamental que el profesor, entregue con metodologías distintas los contenidos.

La realidad de la educación chilena, invita a los profesores a indagar en nuevas formas de entregar los contenidos, pues tanto las metodologías como las personas a quienes se les hace clases, han cambiado.

El grupo humano al cual nos vemos enfrentados hoy, es distinto al que se enfrentaron hace una década atrás nuestros profesores. Actualmente son individuos independientes y críticos, que no aceptan un “porque si” como justificación a una pregunta. Son individuos que han nacido con la tecnología a su servicio, entonces ¿Por qué no usar esa tecnología en pro de sus propios aprendizajes?

¿INNOVACIÓN EN EL AULA?

Desde el año 2000 a la fecha, la cantidad de alumnos por cada computador en chile a variado de manera considerable (de 70 alumnos por computador en el 2000, se paso a 23,87 alumnos por computador[2]), esto gracias a la implementación de nuevas políticas de estado, como son la inyección de nuevos recursos en Pro de la educación de los alumnos del país.

Para el bicentenario, nuestro país tiene como meta lograr que la tasa de implementación tecnológica no sea superior a 10 alumnos por cada equipo computacional., para lograr este objetivo el gobierno, desde el 2007, ha realizado una inversión de 200 millones de dólares. Estas mejoras están enfocadas en distintos aspectos: infraestructura, equipamiento tecnológico, recursos digitales y para la capacitación del docente.

No hay duda que las nuevas tecnologías han ingresado fuertemente en los establecimientos educacionales de nuestro país, esto gracias a los diversos proyectos que en la actualidad ayudan el quehacer docente en el aula.

Uno de los proyectos mas conocidos dentro del ámbito de la educación es el proyecto enlaces, que desde algunos años, se transformo en un verdadero trampolín para que la gran parte de los establecimientos educacionales tuvieran acceso a la tecnología, principalmente aquellos establecimientos, con mayor grado de vulnerabilidad social.

Los aportes no solo fueron en infraestructura y computadores, los avances llegaron de la mano de una herramienta fundamental para la comunicación en nuestros días, Internet.

[2] Según datos obtenidos en http://www.enlaces.cl/index.php?t=44&i=2&cc=800&tm=2

TECNOLOGÍA Y MATEMÁTICA.

La tecnología puede facilitar al estudiante aprender matemática. Un ejemplo claro y tangible de ello, es el uso de una calculadora. Con ella el estudiante puede llegar de manera más rápida y cómoda a obtener resultados. Sin embargo, antes de que el alumno sea capas de utilizar una calculadora para realizar sus ejercicios, debe manejar los conceptos básicos que hay detrás de la implementación de la calculadora como medio tecnológico.

Es deber de los docentes, darle sentido al uso de tecnología, pues el estudiante debe ser autónomo, no depender de la tecnología para conjeturar o dar respuesta a una situación dada.

Dependiendo de cual sea la situación, es el medio tecnológico que se debe usar. En algunos casos, solo será necesario el uso de un software básico, ya sea PowerPoint o algún presentador, para realizar temas geométricos se necesitará Cabrí-Géomètre II, para solucionar problemas de cálculo se usará Derive o Maple, si solo se quiere visualizar una situación física se usará el Modellus. En todos los casos nombrados anteriormente, es fundamental identificar "¿que es?" los que queremos lograr en el estudiante, para que en realidad sea un aporte para el aprendizaje de este.

Las herramientas tecnológicas amplían el rango de problemas que pueden acceder los estudiantes, debido a que le permiten abordar problemas rutinarios de una manera más rápida y precisa. No es fácil utilizar la tecnología en pro de la educación. La utilización adecuada de la tecnología en matemática, depende en un 100% del docente. Como cualquier herramienta puede utilizarse de manera eficiente o deficiente, es primordial crear o seleccionar tareas que aprovechen al máximo las herramientas que nos ofrecen los medios tecnológicos. Basándose en tres principios básicos en la elección de la tecnología adecuada en matemática; graficar, visualizar o calcular.

La tecnología no reemplaza al profesor de matemática. Los alumnos que utilizan herramientas tecnológicas, muchas veces trabajan en forma independiente, sin embargo esta es una impresión errada. El docente toma un rol importante en una sala enriquecida con la tecnología, pues, es quien toma decisiones que afectan el proceso de aprendizaje de los alumnos de manera importante.

Los avances tecnológicos han repercutido directamente en la manera de hacer clases. El alumno se muestra motivado al trabajo frente al computador, pues esta familiarizado con este. Muchos de los procesos lógicos se han abreviado con el uso de las computadoras pues, se sintetizan los procedimientos logrando de una manera más rápida el resultado.

BASE TEÓRICA

[3]En nuestros días la enseñanza se ha vuelto un tanto rutinaria, por lo que en el transcurso de los años, el docente se ha visto en la obligación de crear diversas metodologías que faciliten tanto su labor en el aula como también ayuden al aprendizaje de sus estudiantes. Surgiendo así las conocidas nuevas tecnologías de la información.

En los últimos años se ha podido observar que las nuevas generaciones que asisten a los colegios son cada vez más individualistas y críticos, miembros de una sociedad acelerada. Esta “evolución” también se aprecia en lo tecnológico, pues no se alcanza a comprender por completo un cierto software cuando yá se encuentra disponible en el mercado otro con nuevas herramientas y aplicaciones.

De los avances mas significativos en la educación y que a repercutido en la labor docente desde la década de los 90, es la enseñanza asistida por una computadora. La cual interviene en forma directa en el proceso enseñanza de nuestros alumnos.

Las primeras utilizaciones educativas de los computadores se basa en la enseñanza programada de Skinner[4], quien formuló la teoría del condicionamiento operante que se inicia con una concepción empirista del conocimiento. La secuencia básica es: estimulo- respuesta.

Este uso de los computadores se centra en programas de ejercitación y práctica muy precisos, basados principalmente en la repetición. La enseñanza asistida tomo importancia a partir de los años 60 de la mano de Patrick Suppes[5].

---

[3] Modificada desde www.monografias.com
[4] Skinner fue principalmente el responsable del desarrollo de la filosofía del conductismo
[5] 1967-92 Profesor de la Escuela de Educación de la Universidad de Stanford

Chadwick[6] (1988), indica que cada paso capacita al sujeto para abordar el siguiente, el material debe ser creado en pequeñas etapas, de tal manera que sea secuencial, con dificultad creciente. Skinner señala que si el material esta bien diseñado, el sujeto no presentara dificultad en su aprendizaje.

La enseñanza asistida por computadora, presenta variadas ventajas entre las que se puede señalar:

- Facilidad de uso, no se requiere conocimientos previos, con lo que se invita al alumno a participar en forma activa del uso de la tecnología, logrando una motivación por aprender.
- La secuencia de aprendizaje puede ser programada de acuerdo a las necesidades del alumno.
- Favorecen automatización de habilidades básicas para aprendizajes más complejos.
- Proporciona enseñanza individualizada, pues el educador debe estar presente solo para guiar el trabajo.

La teoría de Gagné (1987) ofrece fundamentos teóricos que pueden guiar al cuerpo docente en la planificación de la instrucción. Para él, el aprendizaje y la instrucción se convierten en las dos dimensiones de una misma teoría, pues ambos parámetros deben estudiarse en forma conjunta.

Así podría decirse que Gagné, aunque se sitúa dentro del cognitivismo, utiliza elementos de otras teorías para elaborar la suya:

- Conductismo: especialmente de Skinner, da importancia a los refuerzos y el análisis de tareas.
- Ausubel: la importancia del aprendizaje significativo y de la motivación intrínseca.
- Teorías del procesamiento de la información: el esquema explicativo básico sobre las condiciones internas.

---

[6] Director, Docencia e Investigaciones Académicas, Universidad Francisco de Aguirre, La Serena, Chile Programa Master, de la Universidad Católica de Valparaíso, Chile, (1977-1979)

Según Chadwick, Gagné elabora un esquema que muestra las distintas fases en el proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta que estas actividades internas tienen una estrecha conexión con las actividades externas, lo que dará lugar a determinados resultados de aprendizaje. Las distintas fases son: motivación, comprensión, adquisición, retención, recuerdo, generalización, ejecución y realimentación.

Teniendo en cuenta que la teoría de Gagné (1987) pretende ofrecer un esquema general como guía para que los educadores creen sus propios diseños instructivos, adecuados a los intereses y necesidades de los alumnos, se precisa valorar la instrucción desde la óptica de la repercusión de su teoría en el diseño de software.

El modelo cognitivo de Gagné (1987) es muy importante en el diseño de software educativo para la formación. Su teoría ha servido como base para diseñar un modelo de formación en los cursos de desarrollo de programas educativos. En este sentido, la ventaja de su teoría es que proporciona pautas muy concretas, específicas y de fácil aplicación.

En la actualidad, según Begoña Gros[7] (1997), un objetivo prioritario "es el desarrollo de modelos prescriptivos para la elaboración de materiales educativos informáticos". "También aclara que considera necesario proporcionar una metodología y herramientas que sirvan de guía en el diseño y desarrollo de materiales informáticos educativos. Considera la fase de desarrollo como fundamental para un uso efectivo del ordenador en educación, añadiendo que la finalidad del computador es ser de utilidad al profesor, no sustituirlo" .

[7] Begoña Gros Salvat: Profesora Titular de la Facultad de Pedagogía de la Universidad de Barcelona, especialista en la utilización de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el ámbito educativo

En esta misma línea, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1979), aborda la relación entre los conceptos de aprendizaje y el uso del ordenador en el campo educacional. Esta teoría se centra en el aprendizaje de materias escolares fundamentalmente. La expresión "significativo" es utilizada por oposición a "memorístico" o "mecánico".

Para que un contenido sea significativo implica en sentido general, aprender con una expresa intención de dar un sentido personal (Leontiev 1976), o significado (Ausubel 1979) a aquello que se aprende, construyendo el conocimiento de manera personal, individual, comprende la interacción del estudiante con los contenidos, de manera que se logre la relación de los nuevos conocimientos con los conocimientos anteriores (significatividad conceptual)

Ausubel (1989), destaca la importancia del aprendizaje por recepción. Es decir, el contenido y estructura de la materia los organiza el profesor, el alumno "recibe". Dicha concepción del aprendizaje se opondría al aprendizaje por descubrimiento de Bruner.

En cuanto a su influencia en el diseño de software educativo, Ausubel (1979), refiriéndose a la instrucción programada y a la enseñanza asistida por computador, comenta que se trata de medios eficaces sobre todo para proponer situaciones de descubrimiento y simulaciones, pero no pueden sustituir la realidad del aula.

Según Ausubel, Novak y Hanesian (1989) señalan que uno de los principales problemas de la enseñanza asistida por computador estriba en que no proporciona interacción de los alumnos entre sí ni de estos con el profesor.

Señalan también el papel fundamental del profesor, en lo que respecta a su capacidad como guía en el proceso instructivo ya que ninguna computadora podrá jamás ser programada con respuestas a todas las preguntas que los estudiantes formularán.

Papert[8] (1987), indica que el computador reorganiza las condiciones de aprendizaje y supone nuevas formas de aprender. La visión de Papert (1987) sobre las posibilidades del computador en la escuela como una herramienta capaz de generar cambios de envergadura es ciertamente optimista, muestra de ello es su idea de que la medicina ha cambiado al hacerse cada vez más técnica; en educación el cambio vendrá por la utilización de medios técnicos capaces de ocuparse de la naturaleza técnica del aprendizaje escolar.

Asimismo, partiendo de los postulados Vygotskianos cabe destacar el papel del profesor en el proceso de aprendizaje, ofreciendo una labor de andamiaje que apoyará al sujeto en su aprendizaje. Destacan el importante papel que juega el profesor en la utilización de software instructivos.[9]

[8] 1959 obtuvo su segundo doctorado de matemática en la Universidad de Cambridge, es considerado como destacado científico computacional, matemático y educador
[9] Adaptación de www.monografias.com

CAPITULO III. AJUSTE CURRICULAR

UN POCO DE HISTORIA

A comienzos de la década de 1960 pese a un crecimiento sostenido de la población escolar, se continuaba visualizando problemas de carácter estructural en la educación chilena. La dificultad de acceso del nivel primario al secundario y superior, y la aplicación de programas educacionales desvinculados de la realidad nacional indujeron una reforma educacional en el país, la cual fue llevada acabo por Eduardo Freí Montalva en el año 1965 la que tuvo como principal objetivo acelerar la ampliación de la cobertura escolar. Fue una reforma más bien estructural.

Durante el gobierno militar el modelo educacional se vio influido por el liberalismo, lo que se tradujo en el proceso de municipalización de la enseñanza.

Con el retorno de la democracia, en el 1990, una nueva reforma fue aplicada, esta vez para adecuar el modelo educacional al contexto de la globalización y la transformación productiva.

Actualmente, en el año 2009 se ha llevado a cabo un ajuste al currículo vigente, cuyo objetivo esta centrado en la reorganización de los contenidos desde primero básico a cuarto medio.

AJUSTE CURRICULAR 2010

[10]Los marcos de evaluación de pruebas internacionales en las que Chile ha participado (TIMSS, Pisa), muestran que ciertos contenidos suelen ser tratados más tardíamente en nuestro currículum.

Por otra parte, en el currículum internacional se evidencia que algunos temas centrales son tratados durante varios niveles. Por ejemplo: el trabajo con fracciones se mantiene por más tiempo y, por lo tanto, se los sigue estudiando hasta niveles más avanzados del currículum.

Se puede observar que existen diferencias en los ejes curriculares de los distintos niveles, lo que dificulta la articulación entre primer y segundo ciclo básico, y entre este y enseñanza media.

Además se incorpora un nuevo elemento al currículo, los mapas de progreso, que describen el desarrollo del aprendizaje, desde lo más simple a lo más complejo, en un determinado dominio o eje curricular.

A partir de este proceso se han identificado ejes curriculares para el sector, que se extienden a lo largo de toda la trayectoria escolar, desde primero básico hasta cuarto medio. A su vez, han permitido precisar las comprensiones y habilidades que se espera que los estudiantes desarrollen en determinados niveles.

Los elementos significativos del ajuste son:

- Se explicitan en OFCMO habilidades de razonamiento matemático
- Se fortalece álgebra.
- Se explicita el lenguaje conjuntista cuando se abordan temas que se potencian al ser abordados con este lenguaje.
- Se explicita trabajo con TIC's cuando agrega valor adicional al aprendizaje.

[10] www.curriculum-mineduc.cl

AJUSTE CURRICULAR SEGÚN EJE TEMATICO

El ajuste curricular organiza los contenidos según cuatro ejes: Números, Algebra, Geometría y Datos y Azar. Dentro de los cambios significativos que se realizaron y aceptaron están:

- Con respecto al eje números

  - Se inicia el trabajo con números decimales a partir 4° básico.
  - Se inicia el estudio de los números enteros a partir de 7° básico.
  - Se incorpora en 8°, la multiplicación y división de números enteros.
  - Se introduce el concepto de raíces en 7° básico y se inicia el estudio de potencias en 6° básico.
  - Se introduce los números complejos en 3° medio para dar completitud a las raíces de la ecuación de 2° grado

- Con respecto al eje álgebra

  - Se introduce en 5° básico la verificación de expresiones algebraicas mediante sustitución.
  - Se adelanta a 6° básico la resolución de ecuaciones de primer grado mediante estrategias simples y uso de material concreto.
  - El concepto de función se inicia en 8º básico y el tratamiento de la función lineal y afín se adelanta a primero medio.
  - Se elimina el estudio de las funciones raíz cuadrada, exponencial y logarítmica, por considerarse estos contenidos más pertinentes en un curso de formación diferenciada con una clara orientación matemática.
  - Inecuaciones y sistemas de inecuaciones se concentró en 4° medio.

- Con respecto al eje Geometría

  - Los primeros niveles priorizan en trabajo y comprensión de la forma y el razonamiento que involucra por sobre la forma misma.
  - El estudio de movimientos en el plano se posterga hasta 8º básico.
  - El estudio de volumen se inicia a partir de 7° básico en prismas rectos.
  - Se introducen vectores en 1° medio, para el estudio de traslaciones.
  - Se elimina trigonometría, dando paso al estudio de geometría cartesiana en 3° medio.

- Con respecto al eje Datos y Azar

  - La dimensión "datos" se inicia en NB1.
  - La dimensión "azar" comienza en 5° básico, con la introducción de un lenguaje simple relacionado con el azar: seguro, probable, imposible, etc.
  - Al extender y graduar la presencia de este eje, se modifica de manera importante su secuencia.
  - En 7° básico se utilizan las frecuencias relativas, mientras que en 8° básico se incorpora la Regla de Laplace para el cálculo de probabilidades en casos sencillos.

Cabe señalar que el ajuste propone el uso de calculadoras, Internet y de software especializados, en los distintos ejes.

En particular, procesadores simbólicos y geométricos, graficadores, simuladores y software estadísticos[11]

[11] www.curriculum-mineduc.cl

CAPÍTULO IV. SOFTWARE Y EDUCACIÓN

APRENDIZAJE E INNOVACIÓN.

No esta comprobado que el uso de tecnología en el aula esté directamente relacionado con el aprendizaje que obtenga el alumno, (a mayor uso de tecnología mayor aprendizaje por los alumnos), sin embargo, según Ausubel para que exista aprendizaje, el alumno, entre otras cosas, debe interesarse por aprender. Es labor del docente, motivar al alumno. Esto no quiere decir que debemos hacer clases vestidos como bufones, sino más bien entregándolas de manera diferente. Es aquí donde la tecnología es un plus a la labor del profesor. Sabemos que en nuestros días el alumnado tiene más acceso a la tecnología que en años anteriores. Todos los contenidos que se tratan en las escuelas pueden ser tratados con tecnología o simplemente de una manera, no tan tradicional.

No debemos olvidar que no se puede usar el mismo material en cualquier grupo humano, debemos observar de antemano, la población en que debemos trabajar, pues, como lo afirmó Piaget “el aprendizaje esta condicionado por la capacidad cognitiva del alumnado”. Lo que es bueno para un cierto grupo, quizás no lo es para otro grupo similar. Es ahí la importancia de ir renovándose e innovando, de tal manera que la metodología utilizada no sea un problema mas para el alumno, sino más bien que sea una herramienta a favor de su aprendizaje.

Nuestra labor docente en el aula esta reglamentada por el MINEDUC, si bien somos autónomos en dirigir nuestra clase, el ministerio de educación cuenta con objetivos mínimos que deben cumplir todos los colegios del país. Sin embargo Son variados los objetivos que se plantean para la educación, haré mención a uno en particular que aparece dentro de los Objetivos Fundamentales y contenidos mínimos Obligatorios de la educación media, se trata del capitulo III, en donde aparecen los *Objetivos Fundamentales Transversales de Informática* para la educación media.

TIC Y LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las tendencias en la educación son orientadas en nuestros días a la gestión del conocimiento, la obtención de competencias, fundamentada en la premisa “aprender aprendiendo”. Tales tendencias identifican como un recurso valioso a las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación), capaces de acompañar a la instrucción de materias diferentes.

Las potencialidades en la realización del control del aprendizaje, la simulación de procesos, permiten con un uso correcto tener en las TIC un compañero en el proceso de enseñanza – aprendizaje, que convierte el binomio en un trinomio (alumno-profesor-tecnología).

El proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, no escapa a lo anterior el desarrollo alcanzado por los software matemáticos en los últimos años, ofrece escenarios nuevos, que permiten enseñarnos aprender aprendiendo.

J. Bruner enfatiza en el valor del aprendizaje por descubrimiento en su modelo cognoscitivo –computacional, para producir la transferencia del conocimiento. Los contenidos deben ser recibidos por el alumnado como un conjunto de necesidades, de problemas, de relaciones que le muestren lo importante del aprendizaje que deben realizar.

Como el objetivo final del aprendizaje es el descubrimiento, la única vía es a través de la ejercitación en la solución de tareas y el interés por descubrir.

La enseñanza de la Matemática juega un papel importante en la formación de individuos que sean capaces de asumir las exigencias científicas y técnicas que demanda el actual desarrollo social. Sin embargo existe una desmotivación por el estudio de la Matemática y el pobre desarrollo de las habilidades son obstáculos para el logro de ese propósito y constituyen el principal problema que tenemos los profesores de matemática.

Es necesario promover y difundir en los diferentes niveles del sistema educativo la inserción de las TIC en educación para el logro de aprendizajes significativos, lo que trae consigo la necesidad de un cambio en las metodologías tradicionales de enseñanza, e impulsar la creación de programas (software) que faciliten la presentación del contenido de las más diversas formas.

A pesar de que el empleo de las TIC y de las computadoras en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática puede jugar un papel importante, al permitir con su implementación un aprendizaje significativo, persisten insuficiencias para conseguirlas introducir en este proceso.

- Desconocimiento, por parte del profesorado, de las herramientas que las TIC pone a su disposición para desarrollar un aprendizaje significativo.
- Insuficiente preparación del personal docente sobre las vías y métodos a utilizar para enfrentar esta tarea.
- Insuficiente desarrollo teórico de la Didáctica de la Matemática para el uso de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Sin embargo, gracias a la herramienta de Internet, es fácil encontrar solución a estas deficiencias que se presentan. Pues existen una enorme cantidad de profesores dispuestos a aplicar las TIC en el aula, apoyados fundamentalmente en los software de libre disposición que se encuentran en la red.

Ya no se puede decir que no están las herramientas para innovar, pues están todos los medios para hacerlo, sólo falta voluntad por parte de los profesores.

SOFTWARE MATEMÁTICO

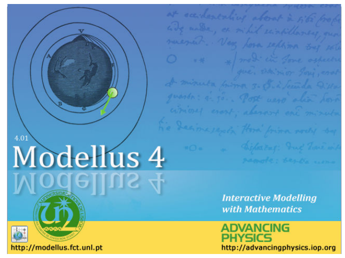
Un Software matemático es aquel software que se utiliza para realizar, apoyar o ilustrar problemas matemáticos; entre este tipo de software se encuentran los sistemas algebraicos computacionales y graficadores de funciones, entre otros.

Existen una enorme cantidad de software matemáticos en la Web, tanto gratuitos como otros por los que hay que pagar una licencia, es el caso de Cabri, que si bien se puede descargar un demo y utilizarlo indiscriminadamente por periodos de 60 días, para poder utilizarlos formalmente en un liceo, se debe cancelar su licencia de uso.

Por este motivo es conveniente utilizar aquellos software gratuitos de la Web, por ellos no se cancela ningún tipo de licencia, solo se debe descargar y usar.

La utilización de software en la educación trae consigo, de forma implícita el hecho que el profesor debe aprender a utilizarla, y además ser capaz de enseñar junto con ella, entregando de la mejor manera posible los conceptos para que el alumno aprenda, sin que sea un problema extra para este. Es fundamental que el docente conozca los alcances de la herramienta tecnológica que posee en sus manos.

CAPÍTULO V. MODELLUS



Modellus es un software que permite simular un fenómeno físico a partir de su modelo matemático, esta simulación tiene lugar en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) y matemático (calculo de valores). Desde el punto de vista pedagógico, modellus es un micro mundo computacional en los que los actores del proceso de enseñanza pueden reproducir en la computadora todos los procedimientos que regularmente se hacen en papel.

Para descargar el programa, se puede hacer a través del buscador Google, o bien directamente en http://modellus.fct.unl.pt/mod/forum/discuss.php?d=29 y hacer clic sobre Modellus 4.01 y seguir los link correspondientes. Otra manera de obtener el programa, es ingresando en el CD de esta memoria, en la carpeta "Modellus 4.01" y ejecutar el archivo Modellus.exe.

Existen dos versiones en la Web, la 2.01 y la 4.01, esta última es más amigable para el usuario y con la cual se llevará a cabo la propuesta pedagógica, El programa cuenta con todas los requerimientos necesarios para el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Las opciones didácticas planteables para el alumno se pueden resumir de acuerdo a Knoll [12] (1974) en las siguientes capacidades:

- Observar
- Conocer/Interpretar
- Formular hipótesis
- Diseñar experiencias
- Procesar datos
- Analizar/comparar Modelos
- Comunicar.

El programa se puede adecuar a los distintos niveles educativos, y orientarlo a distintos objetivos: elemento didáctico para hacer más accesible el modelado matemático de un proceso físico, químico, analizar un fenómeno o integrar una experiencia. Para todos ellos es posible plantear múltiples opciones pedagógicas. No provee de conocimientos (datos, conceptos y principios) en forma explícita sino por su uso y exploración.

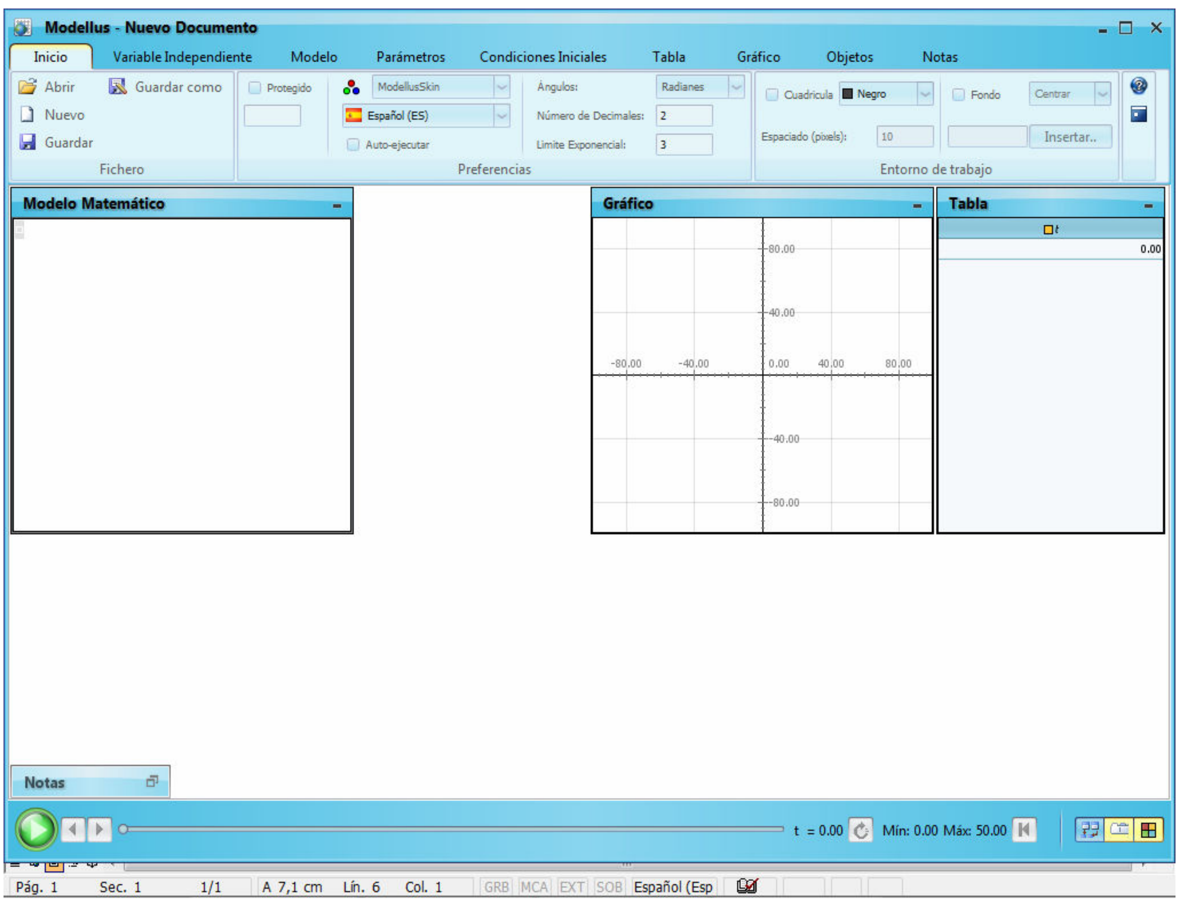
[12] **Karl Knoll** *autor del libro "Didáctica de la Enseñanza de la Física, Buenos Aires"*

ELEMENTOS DE MODELLUS

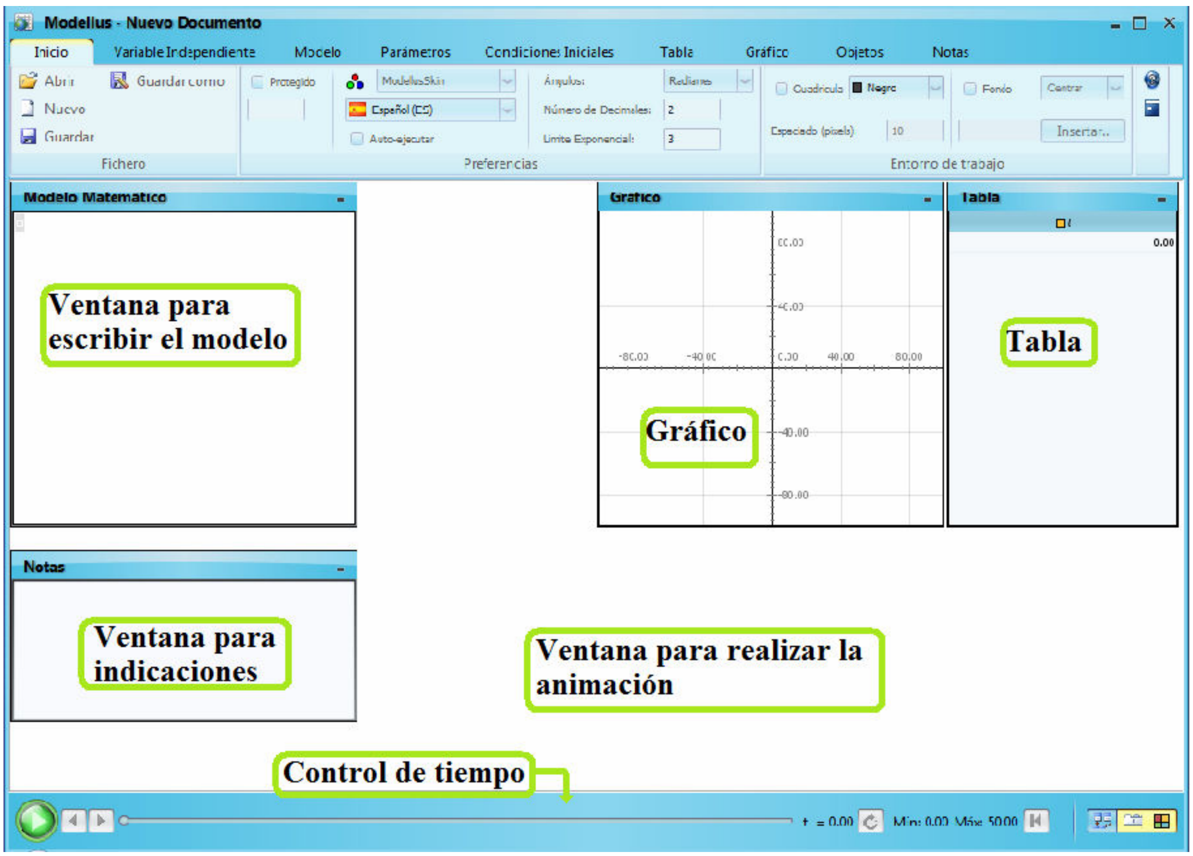
Para trabajar con modellus, no es necesario ser un experto en informática, pues el programa es amigable y no necesita crear complicados algorítmos o conjuntos de órdenes para ejecutarlo, es mas bien fácil de entender.

Una vez instalado el programa se hace doble clic en el icono que aparece en el escritorio 

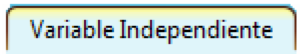
, acto seguido se desplegará la pantalla principal de Modellus.



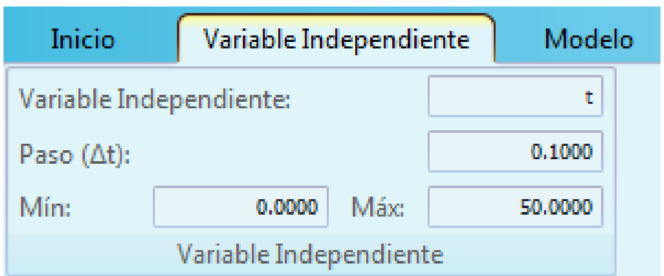
En esta pantalla se distinguen varios elementos, entre ellos: ventana de modelo, ventana de gráfico, ventana de tabla, ventana de notas, ventana para realizar la animación y control de tiempo.

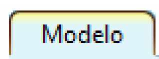


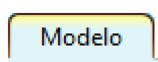
Para realizar las actividades en Modellus, primero se deben fijar algunos parámetros, por ejemplo: ¿Cuál será la variable independiente del modelo?

Para esto se hace clic en 

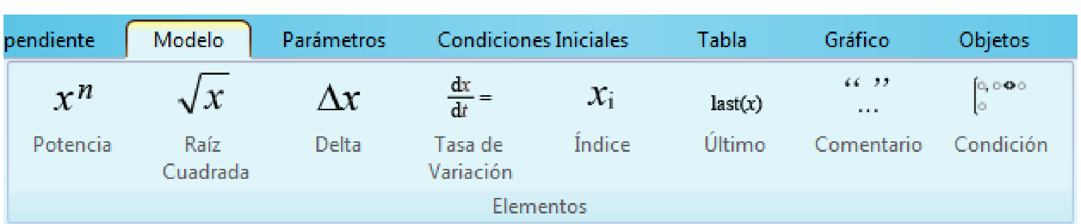
, y se indica la variable que corresponderá a la independiente

	*En este caso, la variable independiente será "t". Con un valor mínimo de 0 y un máximo de 50.* Δt, *significa la cantidad de píxeles que recorre la variable por cada unidad de tiempo.*

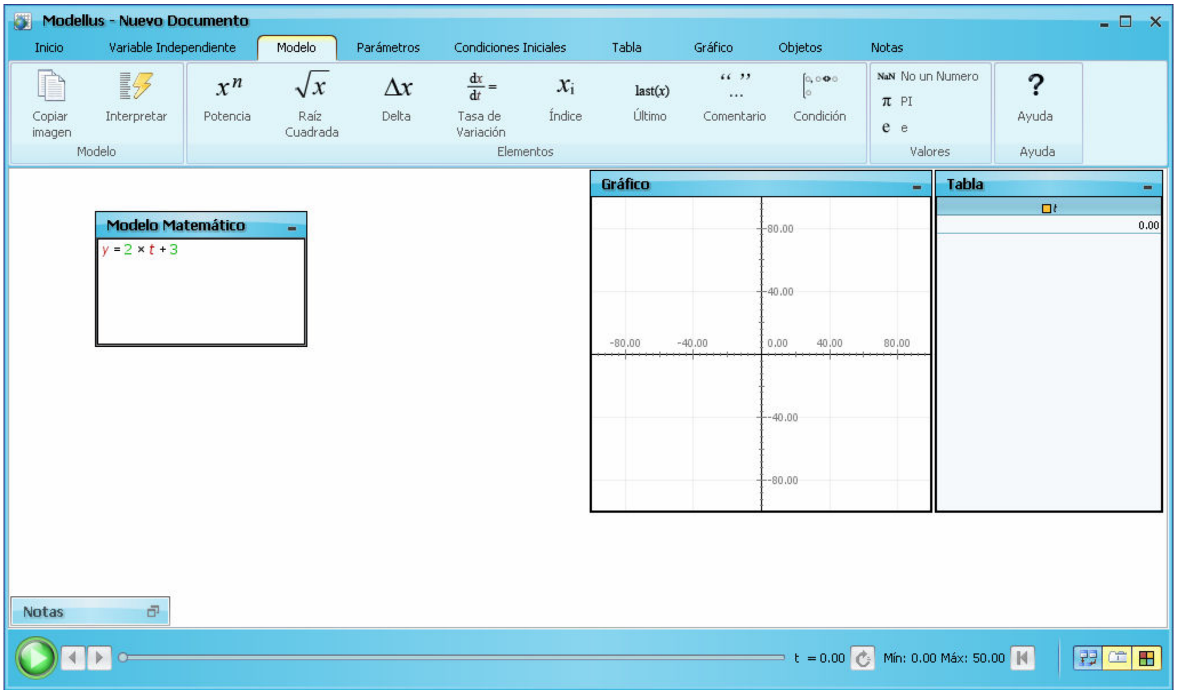
Una vez que se tiene definida la variable, se escribe la expresión matemática a trabajar. Para ello se hace clic en 

. En este menú se despliegan opciones que permiten ingresar, rápidamente, la fórmula en el cuadro correspondiente. En ocasiones es más fácil hacerlo directamente en la ventana "modelo" y no usando la barra de herramientas de 

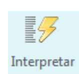
.

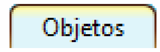


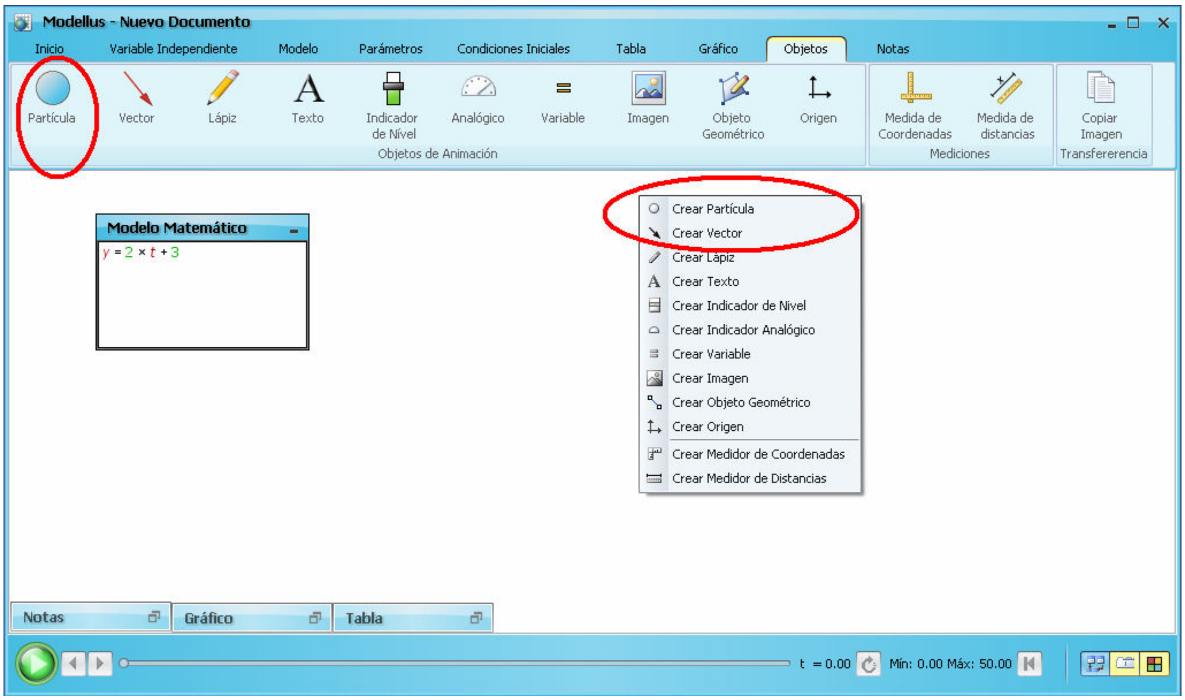
Haciendo clic en la ventana, se escribe el modelo a visualizar. Por ejemplo la ecuación de la recta: $y = 2t + 3$, obteniendo así:



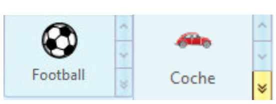
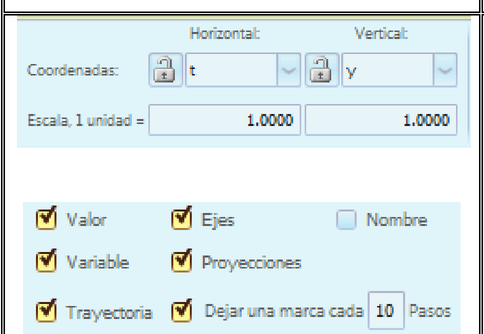
.

Escrito el modelo se hace clic en  para que el Software reconozca la ecuación matemática como un modelo físico a estudiar. En forma casi inmediata el software indica, en la parte inferior de la ventana "modelo matemático", si es posible o no, interpretar la función. ( , ) en el caso de ser afirmativo, se continúa con la creación de la animación

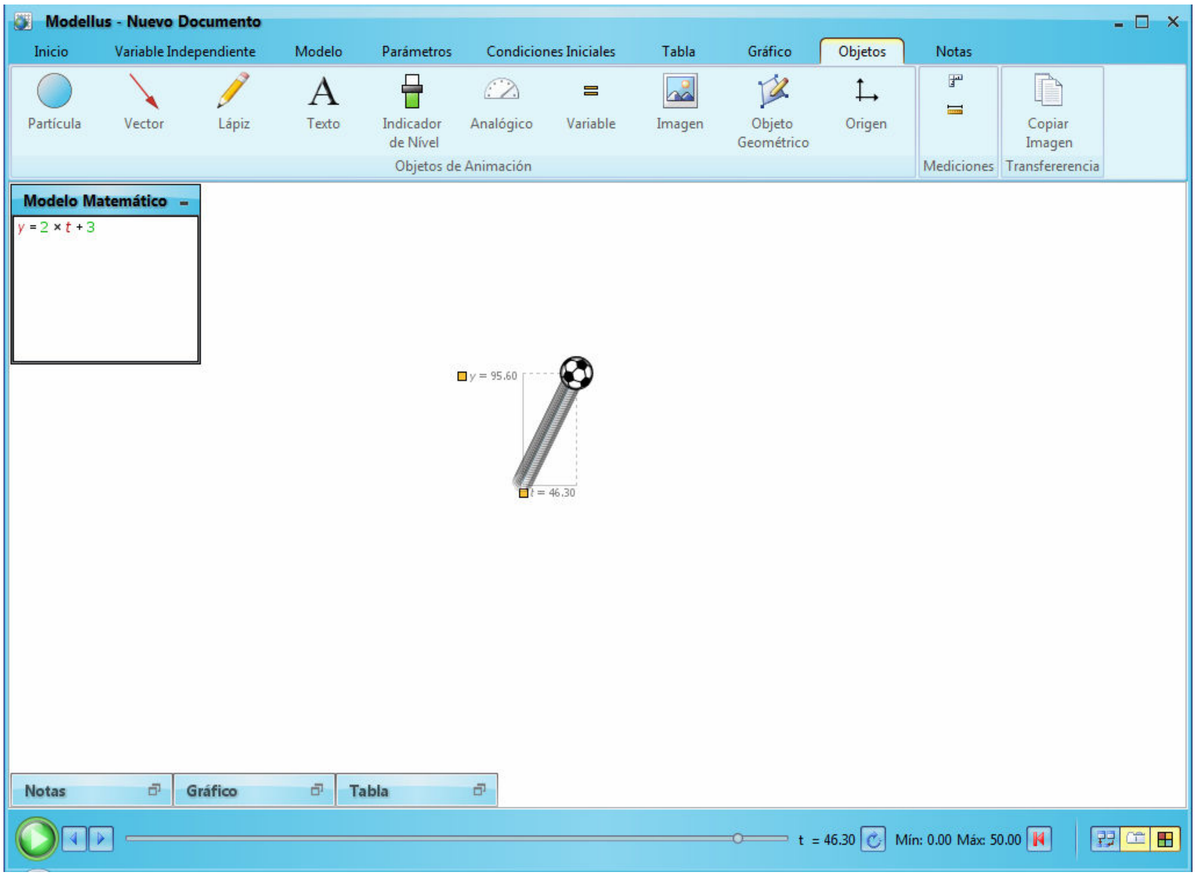
Para realizar la animación se puede hacer clic en  y seleccionar una de las opciones que aparece. O bien, hacer clic con el botón derecho del Mouse en la ventana de animación y elegir el objeto a animar.



Para el ejemplo se usará una partícula, la cual además puede ser caracterizada como se muestra a continuación.

	*Se debe indicar si se quiere que la partícula sea: un círculo, un cuadrado, un auto, un avión, una pelota, entre otras figuras disponibles.*
	*La ubicación horizontal la dará la variable "t" y la vertical la variable "y".* *Además si se quiere que durante la visualización se observe el valor de las variables, los ejes, el nombre, proyecciones, trayectoria o dejar una marca luego de algunos instantes.*

Al hacer clic en el botón “simular”  se da inicio a la animación, y se puede visualizar el modelo matemático.



CAPITULO VI. PROPUESTA PEDAGÓGICA

PROPUESTA

Las tecnologías, fomentan la matemática con una mayor variedad de medios y modos, de motivar el interés de nuestros estudiantes y de facilitar las tareas de experimentación por parte de estos, también:

Aumenta el campo de trabajo con números muy grandes o muy pequeños, facilita el estudio de procesos que requieren operaciones repetidas aumentando la cantidad de situaciones, modelos matemáticos y procesos que son accesibles para los estudiantes.

De este modo, la matemática puede ser abordada con una perspectiva más amplia y realista, en una modalidad cercana a las habilidades que los estudiantes alcanzan con el uso de las tecnologías de la información.

En esta memoria se muestran contenidos de enseñanza media de la modalidad científico humanista, mediante la aplicación de un software educacional en particular. Sin embargo, como es importante dar a los alumnos los algoritmos a seguir para la resolución de los ejercicios, primero se resolverán de manera clásica y a su vez utilizando alguna aplicación que le permita al alumno observar el comportamiento de la variable involucrada en el problema, logrando así, un aprendizaje significativo de funciones.

Los contenidos a tratar serán distribuidos según el nivel en que se abordan en la enseñanza, principalmente en el contenido de “Funciones”, pues, corresponde a un tema recurrente desde octavo básico hasta cuarto medio.

CAPITULO VII. SITUACIONES

El contenido de “Funciones” en la actualidad se introduce desde segundo medio, sin embargo con el ajuste curricular actual, el contenido se introduce en octavo básico relacionado principalmente con el tratamiento de variaciones proporcionales. Se hace imprescindible, que además de identificar una proporción, el estudiante sea capaz de identificar entre variables dependientes e independientes.

El orden de situaciones esta dada, según el grado de complejidad y el nivel escolar en que se encuentre trabajando el tema de funciones.

Situación 1. Llaves que llenan una piscina.

Una llave A tarda 2 horas en llenar una piscina, mientras que otra llave B, tarda 2 horas y media en llenar la misma piscina. Si ambas llaves son abiertas simultáneamente. ¿Cuántas horas tardarán en llenar la piscina?

Solución.

Existen variados procedimientos para dar solución a la situación, uno de ellos es el trabajo directo con proporcionalidad, además se puede resolver utilizando porcentajes

Se define la variable “W” como el total de agua en la piscina, que también se puede representar como el 100%.de la capacidad de la piscina y “t” el tiempo en horas.

¿Cuánta agua aporta cada llave en una hora a la piscina?

Se razona de la siguiente manera: “Si en dos horas llena completa la piscina, en una hora, ¿qué cantidad de la piscina llena?” obteniendo así las tablas:

Llave A

horas	Litros
2	W
1	X

Llave B

horas	Litros
2,5	W
1	Y

Ambos casos corresponden a relaciones directamente proporcionales, usando la propiedad fundamental de las proporciones obtenemos la cantidad de agua que aporta cada llave a la piscina en una hora.

Se obtiene que la llave A aporta $\frac{\mathrm{W}}{2}$ litros en una hora, mientras que la llave B aporta con $\frac{2\mathrm{W}}{5}$ en la misma hora.

Por lo tanto en una hora, en la piscina, hay $\frac{\mathrm{W}}{2}+\frac{2\mathrm{W}}{5}=\frac{9\mathrm{W}}{10}$ litros de agua.

Con este último dato obtenido podemos calcular cuánto demoran en llenar la piscina ambas llaves abiertas a la vez.

Ambas llaves juntas

Horas	Litros
1	$\frac{9\mathrm{W}}{10}$
t	W

Corresponde a una proporcionalidad directa

$$1W=\frac{9W}{10}t$$
$$10W=9Wt$$
$$\frac{10W}{9W}=t$$
$$\frac{10}{9}=t$$

Por lo tanto, ambas llaves juntas, llenan la piscina en $\frac{10}{9}$ partes de hora, es decir en : $\frac{10}{9}60 = 66,\overline{6}$ minutos

Lo que se interpreta como 1hr y 6 minutos, aproximadamente.

<u>Usando porcentajes</u>

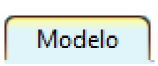
Se observa que si se trabaja con porcentajes $W = 100$, por lo tanto la llave “A” aporta un 50% de la capacidad de la piscina en una hora.

Mientras que la llave “B”, si $W = 100$, entonces esta aportó con un 40% de la capacidad de la piscina en una hora.

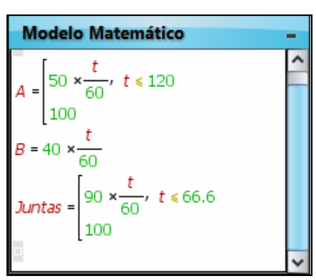
Es decir, en una hora, ambas llaves llenan el 90% de la capacidad de la piscina. Para responder la pregunta se debe calcular el tiempo que equivale al 10% restante.

Con la ayuda de Modellus, Se puede observar de manera completa y exacta la situación. Para ello se debe crear una animación representativa.

Una vez abierto el programa, crear la animación basado en dos preguntas: ¿Cuál es el modelo matemático? y ¿Cuál será la visualización?

Para determinar el modelo matemático que se va a simular, haz clic en 

y en su ventana escribe las ecuaciones como aparece en la imagen.



Observa que usamos en el modelo, el comando 

. Pues al momento de hacer nuestra animación será de utilidad. La fórmula la escribimos de la siguiente manera:

$$A = \begin{cases} 50 \cdot \dfrac{t}{60}, & t \leq 120 \\ 100 & \end{cases}$$

El valor de "t" se debe restringir hasta 120, pues equivale a las dos horas que demora la llave en llenar la piscina, luego de eso el valor de A se fija en 100, que corresponde al 100%.

Cabe señalar que las ecuaciones se obtienen al realizar el siguiente proceso mental:

"*Si la llave A llena el 100% de la piscina en 2 horas, ¿Qué porcentaje llenará en 60 minutos?*"

Porcentaje de llenado	Tiempo
100	120 min.
X	60 min.

De igual manera se buscan los modelos para la llave B.

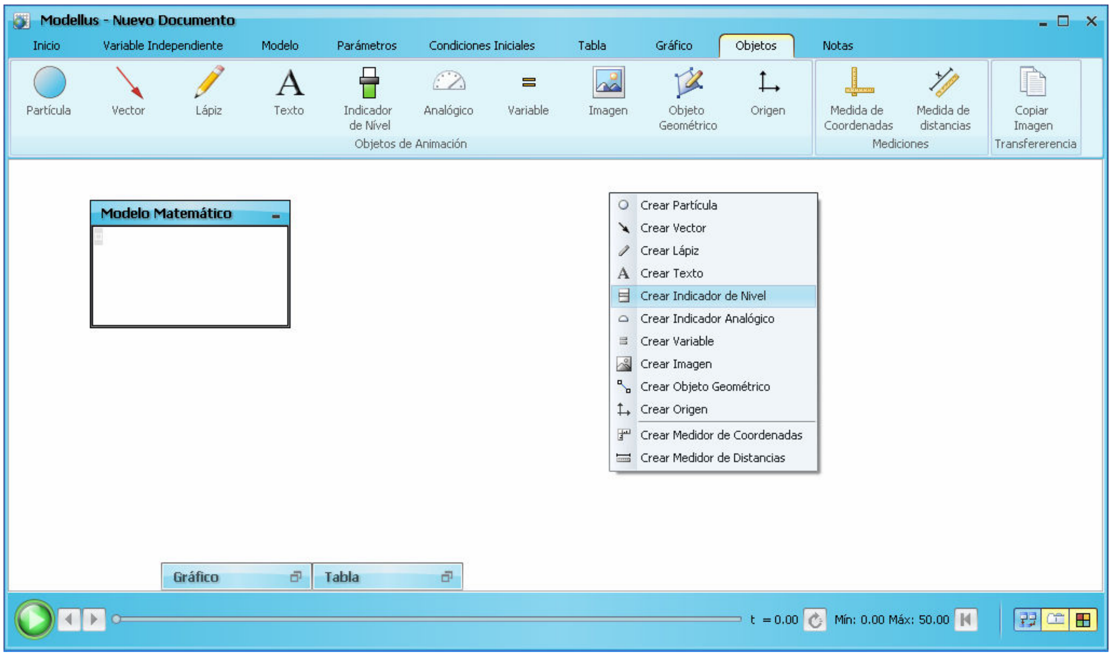
El último modelo, resulta del pensamiento lógico:

"…si en una hora, una de las llaves llena el 50%, y la otra llena el 40%, entonces, juntas en una hora llenan el 90%..."

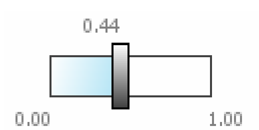
El objetivo de la simulación es que el estudiante, llegue a la conclusión anterior, luego de haber realizado el "experimento virtual" el objetivo del estudiante no es encontrar dichas funciones. Sino más bien, que llegue a conjeturar a partir de la simulación.

En esta ocasión, como se trata de una piscina hay que elegir un objeto que nos represente el nivel de agua de esta.

Para ello, haz clic en la “ventana de animación” con el botón derecho del Mouse, y elige “crear indicador de nivel” como lo muestra la imagen

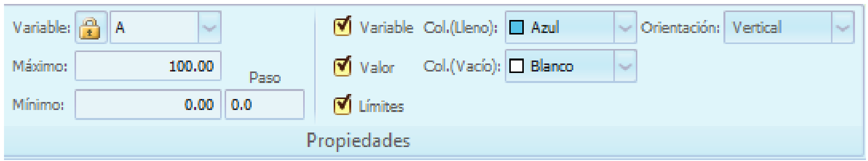


Inmediatamente en la pantalla de animación aparecerá el indicador



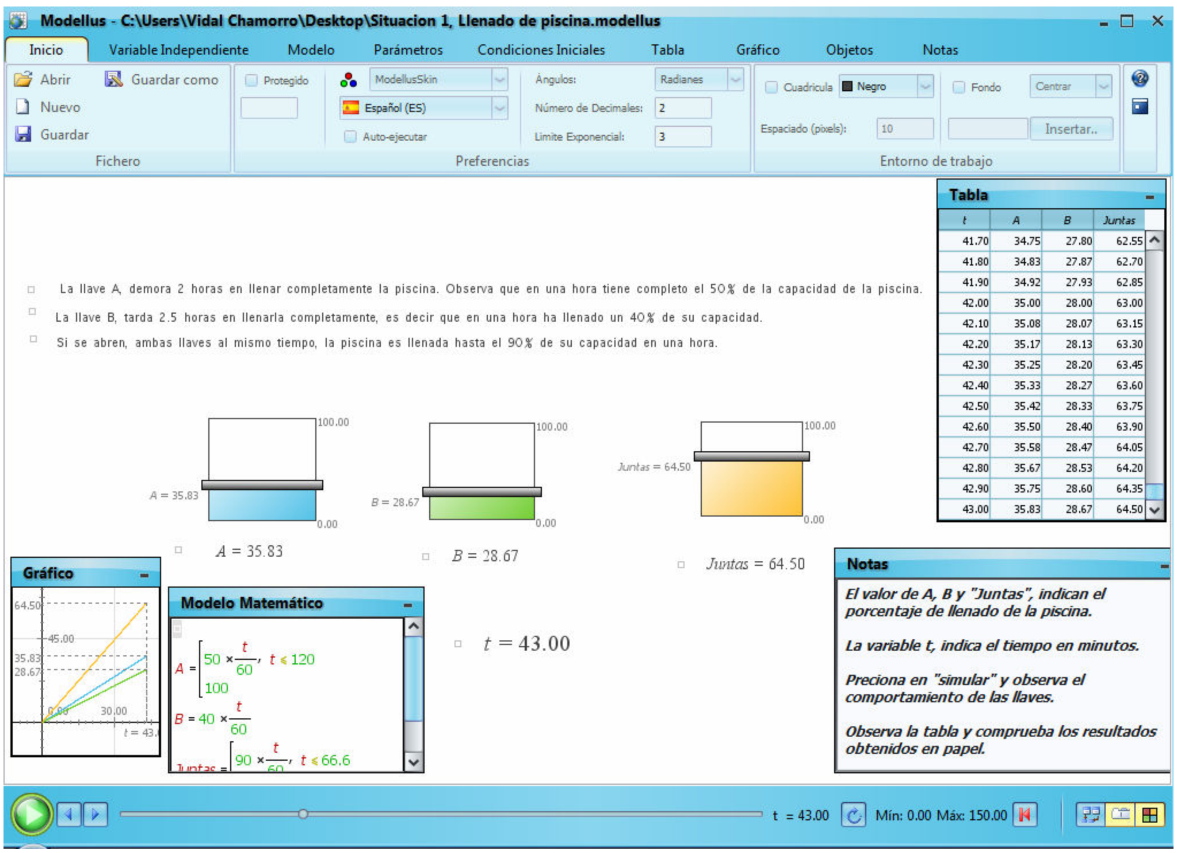
Repite el proceso para tres indicadores de nivel verticales más.

Al hacer clic en la barra de herramientas de cada indicador, se puede elegir las condiciones que debe cumplir. Cambiar la orientación a “vertical” para simular el llenado de la piscina, donde aparece “Variable” hacer clic en “A”, en “B” para el segundo indicador y en “juntas” para el tercero.



Para poder visualizar de mejor manera la situación, sitúa el máximo en “100” y el mínimo en “0”. Estos valores representan los porcentajes de llenado.

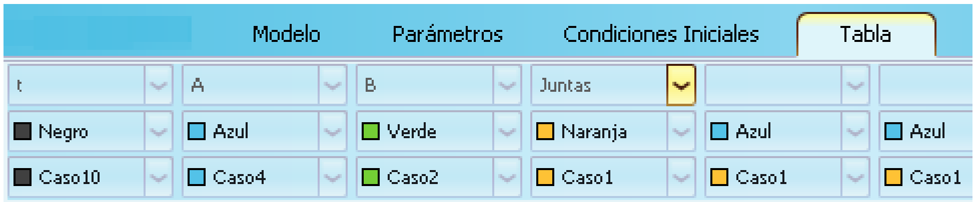
Una vez realizados los cambios en las propiedades de cada uno de los indicadores, debes obtener una animación similar a la siguiente imagen.



Utilizando la animación se observa que el llenado total de la piscina se logra, en el primer caso (A) cuando ya han transcurrido 120 minutos, mientras que con la segunda llave (B) se logra el llenado luego de 150 minutos. Y finalmente se logra el llenado con las dos llaves en uso (Juntas), luego de 66.6 minutos.

Ingresa al CD, a la carpeta “Simulaciones” y haz clic en “*Situación 1: Llaves que llenan una piscina*” para visualizar en forma completa la animación.

Para que las tablas muestren las cuatro variables, se debe hacer clic en la herramienta “tabla” y seleccionar las variables deseadas.



Obteniendo:

Tabla

t	A	B	Juntas
119.20	99.33	79.47	100.00
119.30	99.42	79.53	100.00
119.40	99.50	79.60	100.00
119.50	99.58	79.67	100.00
119.60	99.67	79.73	100.00
119.70	99.75	79.80	100.00
119.80	99.83	79.87	100.00
119.90	99.92	79.93	100.00
120.00	100.00	80.00	100.00
120.10	100.00	80.07	100.00
120.20	100.00	80.13	100.00
120.30	100.00	80.20	100.00
120.40	100.00	80.27	100.00
120.50	100.00	80.33	100.00

Tabla correspondiente al llenado con la llave que demora 2 horas

Tabla

t	A	B	Juntas
148.70	100.00	99.13	100.00
148.80	100.00	99.20	100.00
148.90	100.00	99.27	100.00
149.00	100.00	99.33	100.00
149.10	100.00	99.40	100.00
149.20	100.00	99.47	100.00
149.30	100.00	99.53	100.00
149.40	100.00	99.60	100.00
149.50	100.00	99.67	100.00
149.60	100.00	99.73	100.00
149.70	100.00	99.80	100.00
149.80	100.00	99.87	100.00
149.90	100.00	99.93	100.00
150.00	100.00	100.00	100.00

Tabla correspondiente al llenado con la llave que demora 2,5 horas

Tabla

t	A	B	Juntas
65.90	54.92	43.93	98.85
66.00	55.00	44.00	99.00
66.10	55.08	44.07	99.15
66.20	55.17	44.13	99.30
66.30	55.25	44.20	99.45
66.40	55.33	44.27	99.60
66.50	55.42	44.33	99.75
66.60	55.50	44.40	100.00
66.70	55.58	44.47	100.00
66.80	55.67	44.53	100.00
66.90	55.75	44.60	100.00
67.00	55.83	44.67	100.00
67.10	55.92	44.73	100.00
67.20	56.00	44.80	100.00

Tabla correspondiente al llenado con ambas llaves juntas

Situación 2: Desembarco de petróleo

Con una bomba principal, un barco petrolero se vacía en 4 horas. Mientras que con la bomba auxiliar, que posee el barco, puede vaciarlo en 9 horas. Si la bomba principal se enciende a las 9 AM, ¿Cuándo debe encenderse la bomba auxiliar para tener vacío el barco a las 12 PM?

Solución:

Primero se debe definir algunas variables para dar solución al problema.

- x: cantidad de litros que vacía en 1hr la Bomba principal.
- y: cantidad de litros que vacía en 1hr la Bomba auxiliar.
- E: cantidad de litros que contiene el estanque del barco.
- t : tiempo en horas.

Al interpretar los datos:

La bomba principal, en 4 horas vacía todo el contenido del estanque. Entonces, en una hora ¿qué parte del estanque se vacía?

Se deben trabajar los datos como una variación proporcional.

Horas	Litros
4	E
1	X

$$\frac{4}{1} = \frac{E}{x}$$
$$4 \cdot x = E$$
$$x = \frac{E}{4}$$

Luego, la bomba principal en una hora descarga la cuarta parte del estanque, que corresponde al 25%.

Por otro lado, la bomba auxiliar se demora 9 horas en descargar el total de petróleo. ¿Qué parte del estanque de petróleo, descargará en una hora?
Se trabaja con una variación proporcional. Obteniendo así:

Horas	Litros
9	E
1	Y

$$\frac{9}{1} = \frac{E}{y}$$
$$9 \cdot y = E$$
$$y = \frac{E}{9}$$

La bomba auxiliar descarga la novena parte del estanque en una hora, lo que corresponde al 11.1% de la capacidad de este.

Se conoce la cantidad de petróleo que descarga cada una de las bombas en una hora. Por lo tanto, en una hora ambas llaves juntas descargan:

$$\frac{E}{4} + \frac{E}{9} = \frac{9E + 4E}{36} = \frac{13E}{36}$$

Lo que equivale al 36.1% del total de combustible en el estanque.

Si en una hora descargan $\frac{13E}{36}$ juntas. ¿Cuánto se demorarán en descargar todo el petróleo del barco?

Horas	Litros
1	$\frac{13E}{36}$
t	E

En una hora vacían $\frac{13E}{36}$ *litros,*
¿cuánto se demoran en el barco completo?

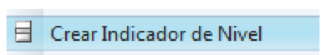
$$\frac{1}{t} = \frac{\frac{13E}{36}}{E}$$
$$E = \frac{13E}{36} \cdot t$$
$$\frac{36E}{13E} = t$$
$$\frac{36}{13} = t$$
$$2{,}77 = t$$

Al trabajar con porcentajes, se realiza el mismo cuestionamiento: Si en una hora se descargó el 36,1% del combustible, ¿en cuánto tiempo se descarga el 100%? Obteniendo el mismo resultado.

Luego ambas bombas juntas se demoran 2,77 horas, es decir, 2 horas con 46 minutos y 12 segundos.

El problema de fondo es: "¿Cuándo debe encenderse la bomba auxiliar para tener vacío el barco a las 12 PM?"

Como la bomba principal se enciende a las 9:00 horas AM, entonces la bomba auxiliar debe encenderse a las 9:14 aproximadamente, para lograr que el barco esté desocupado a las 12:00 PM.

Se usará la opción 

para realizar la animación. Mientras que en el modelo se trabajará con $E = 100$, pues representa el total de petróleo en el barco, el 100%.

En la ventana modelo se ingresan los siguientes datos:

Modelo Matemático

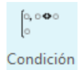
$$BP = \begin{cases} 100 - 100 \times \frac{t}{240}, & t \leq 240 \\ 0 \end{cases}$$

$$BA = \begin{cases} 100 - 100 \times \frac{t}{540}, & t \leq 540 \\ 0 \end{cases}$$

$$AJ = \begin{cases} 100 - 100 \times \frac{t}{166.2}, & t \leq 166.2 \\ 0 \end{cases}$$

$$Tiempo\_en\_horas = \frac{t}{60}$$

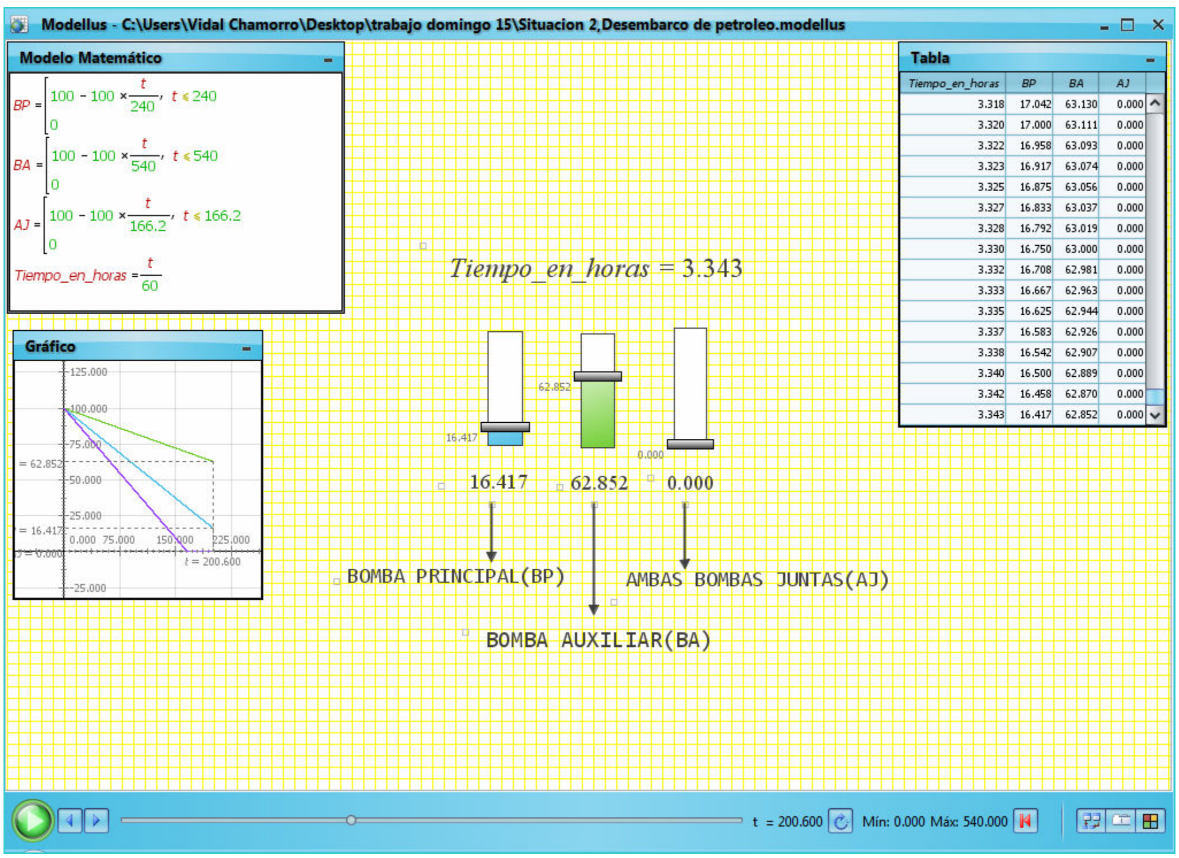
La variable "bomba principal" se denominó BP, la "bomba auxiliar" se le llamó BA y por último cuando trabajan ambas "bombas juntas" se le denomina AJ.

Se observa que se usó 

, pues, la condición se interpreta como: "…el valor será $100 - \frac{100 \cdot t}{240}$, si el valor de "**t**" es menor que 240 (4 horas) y será cero en cualquier otro caso….."

La expresión $T = \frac{t}{60}$, es para obtener el valor del tiempo en horas.

Para realizar la animación, se procede igual que en el caso anterior, se crea un indicador de nivel y se configuran las características correspondientes. Obteniendo una animación similar a la siguiente imagen.



Con esta animación se puede verificar, cuánto demora cada bomba, por separado y luego juntas en descargar el combustible. Para ello se puede utilizar la herramienta tabla. La cual indica:

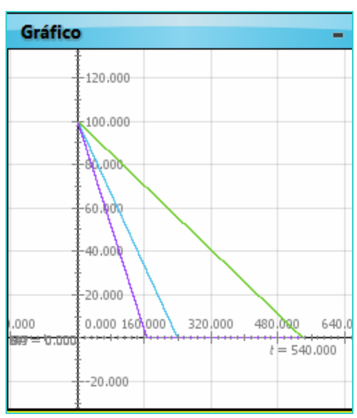
Tiempo_en_horas	BP	BA	AJ
3.983	0.417	55.741	0.000
3.985	0.375	55.722	0.000
3.987	0.333	55.704	0.000
3.988	0.292	55.685	0.000
3.990	0.250	55.667	0.000
3.992	0.208	55.648	0.000
3.993	0.167	55.630	0.000
3.995	0.125	55.611	0.000
3.997	0.083	55.593	0.000
3.998	0.042	55.574	0.000
4.000	0.000	55.556	0.000
4.002	0.000	55.537	0.000
4.003	0.000	55.519	0.000
4.005	0.000	55.500	0.000
4.007	0.000	55.481	0.000
4.008	0.000	55.463	0.000

Tiempo_en_horas	BP	BA	AJ
8.975	0.000	0.278	0.000
8.977	0.000	0.259	0.000
8.978	0.000	0.241	0.000
8.980	0.000	0.222	0.000
8.982	0.000	0.204	0.000
8.983	0.000	0.185	0.000
8.985	0.000	0.167	0.000
8.987	0.000	0.148	0.000
8.988	0.000	0.130	0.000
8.990	0.000	0.111	0.000
8.992	0.000	0.093	0.000
8.993	0.000	0.074	0.000
8.995	0.000	0.056	0.000
8.997	0.000	0.037	0.000
8.998	0.000	0.019	0.000
9.000	0.000	0.000	0.000

Tiempo_en_horas	BP	BA	AJ
2.747	31.333	69.481	0.842
2.748	31.292	69.463	0.782
2.750	31.250	69.444	0.722
2.752	31.208	69.426	0.662
2.753	31.167	69.407	0.602
2.755	31.125	69.389	0.542
2.757	31.083	69.370	0.481
2.758	31.042	69.352	0.421
2.760	31.000	69.333	0.361
2.762	30.958	69.315	0.301
2.763	30.917	69.296	0.241
2.765	30.875	69.278	0.181
2.767	30.833	69.259	0.120
2.768	30.792	69.241	0.060
2.770	30.750	69.222	0.000
2.772	30.708	69.204	0.000

La bomba principal desembarca todo el petróleo en solo 4 horas.	La bomba auxiliar desembarca el combustible en 9 horas.	Ambas bombas, trabajando juntas, descargan el combustible en 2.77 horas.

El gráfico es una gran herramienta que posee modellus, pues, si se observa, ambas bombas trabajando, se tardan un tiempo considerablemente menor en descargar el barco en comparación con el trabajo individual de cada una. Esta situación esta representada con la línea morada, la cual llega al eje x más rápido que las otras rectas.



La situación completa, se encuentra en el CD, en la carpeta “Simulaciones”, con el nombre “Situación 2: Desembarco de combustible”

Situación 3: Vehículos con mismo destino

Dos camionetas con destino en común inician su recorrido en puntos distintos de la carretera pero al mismo tiempo. (Suponga que es un tramo recto).

Uno de las camionetas se desplaza a una velocidad constante de 55 Km./hr, mientras que la otra se desplaza a una velocidad de 63 Km./hr ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la distancia que los separa sea de sólo 24 kilómetros?

Solución:

Se sabe que una de las camionetas, a la que se le denomina ***A***, recorre 55 kilómetros en una hora, entonces, ¿Cuánto tardará en recorrer una distancia cualquiera? Al utilizar los datos de la situación dada, se puede escribir la siguiente relación:

$\frac{1}{t}=\frac{55}{D_A}$	*"…en una hora recorre 55 kilómetros… En **t** horas, ¿Qué distancia recorre?..."*

Donde "D_A" es una distancia determinada, y "**t**" es el tiempo que emplea en recorrerla. Con esta proporción se obtiene que la distancia que recorre, es directamente proporcional al tiempo que transcurre, es decir, $D_A = 55t$.

De igual manera la otra camioneta, **B**, en el mismo tiempo recorrerá una distancia directamente proporcional al tiempo, que expresado en forma matemática resulta, $D_B = 63t$.

Finalmente, el problema que presenta la situación, es indicar en qué momento la distancia que separa a ambas camionetas es igual a 24 kilómetros.

Como el móvil **B** se desplaza más rápido que el móvil **A,** ese último habrá recorrido menos distancia que la camioneta B, por ende la diferencia entre las dos distancias debe ser 24 kilómetros, es decir:

$$D_B - D_A = 24\,.$$

Como las distancias están indicadas según el tiempo que transcurre. Se puede concluir que:

$$\begin{aligned} D_B - D_A &= 24 \\ 63t - 55t &= 24 \\ 8t &= 24 \\ t &= \frac{24}{8} \\ t &= 3 \end{aligned}$$

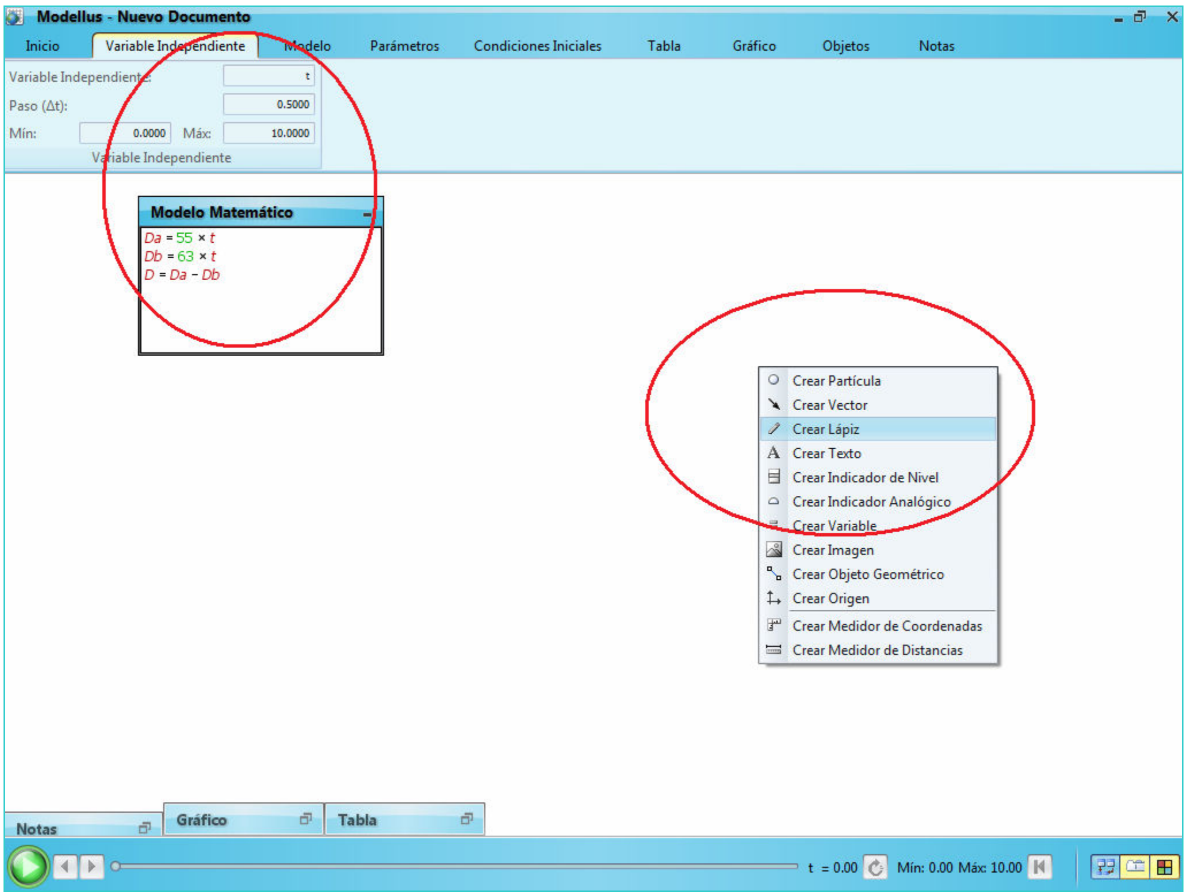
El valor obtenido, "$t = 3$", indica que la distancia entre ambas camionetas será de 24 kilómetros pasados tan sólo 3 horas.

¿Qué distancia recorrieron las camionetas, luego de 3 horas?

El móvil **A**, recorrió un distancia $D_A = 55t = 55 \cdot 3 = 165$ kilómetros, mientras que e móvil **B**, recorrió una distancia $D_B = 63t = 63 \cdot 3 = 189$ kilómetros en las tres horas, lo que muestra que en el mismo tiempo, la camioneta **B** recorrió 24 kilómetros más que la camioneta **A.**

Para realizar la animación, se debe tener claro ¿Cuál es el modelo matemático? y ¿Cuál será la animación representativa?

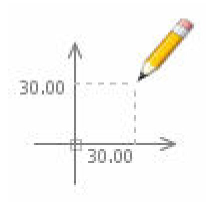
En el cuadro modelo, ingresamos los datos como aparece en la siguiente imagen



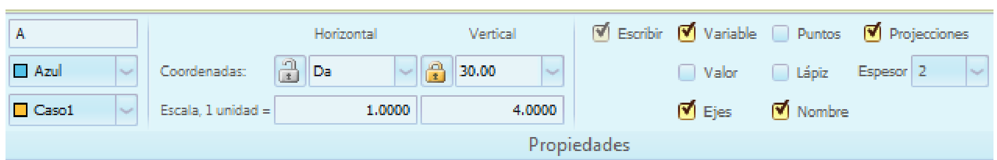
Además en la ventana de "variable independiente" realiza la configuración correspondiente, como se indica en la impresión de pantalla.

Para llevar a cabo la simulación, se debe hacer clic con el botón derecho del Mouse y elegir "crear lápiz" como lo muestra la imagen anterior.

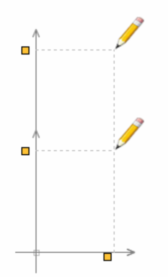
De inmediato aparecerá en la ventana los ejes coordenados y un lápiz.

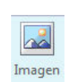


En la barra de herramientas hay que configurar los datos necesarios para la simulación, siguiendo la siguiente imagen:



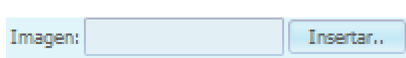
Como son dos móviles, se debe hacer el procedimiento dos veces. Hay que tener en cuenta que al momento de trabajar la modelación, ambos ejes coordenados deben compartir el origen.



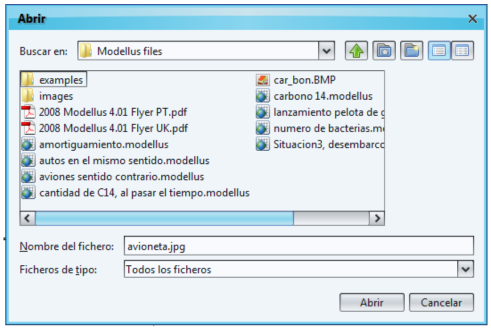
Para hacer la simulación mas real, se pueden descargar imágenes desde Internet y luego insertarlas en la animación haciendo clic en 

.

En la ventana de animación aparecerá 

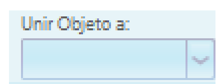
, y en la respectiva barra de herramientas, la opción 

. Que al hacer clic sobre "Insertar" se despliega la siguiente ventana:



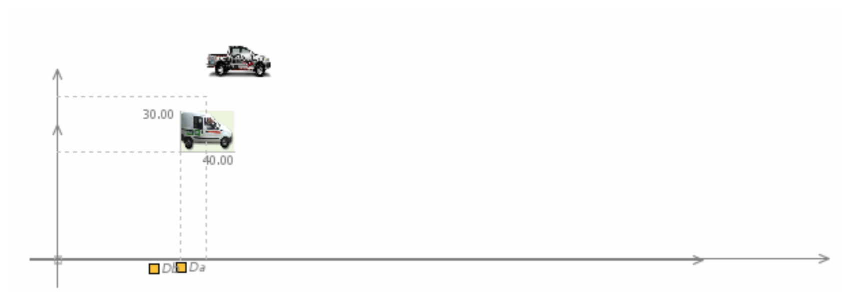
En esta se debe buscar la imagen correspondiente igual que el explorador de Windows, y luego hacer clic en “Abrir” para que se inserte la imagen. En este caso, la camioneta.

Una vez que fue insertada la imagen, Modellus lo hace con el tamaño original. Si embargo en la barra de herramientas se puede editar el tamaño.

Cuando se tiene la imagen del tamaño deseado, se debe “unir” al “lápiz” creado anteriormente. Para esto, hacer clic sobre 

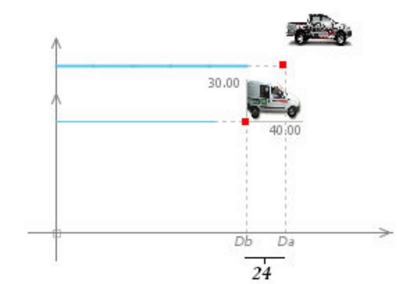
y elegir “lápiz 1” o “lápiz 2” según corresponda la imagen.

Una vez concluida la animación se debe ver como muestra la siguiente imagen:



Con la opción “crear variable” se pueden dejar expresado algunas de los datos mas relevantes, como lo son las distancias recorridas por los móviles y la distancia que les separa.

Cabe destacar que en nuestra animación, hay un móvil que se encuentra más arriba que el otro, esto es sólo para visualizar ambos movimientos en el mismo gráfico, pues si se hace uno sobre otro, no se alcanza a observar completamente.



Utilizando la tabla, se observa como varían los valores.

Tabla

t	Da	Db	D
1.20	66.00	75.60	9.60
1.30	71.50	81.90	10.40
1.40	77.00	88.20	11.20
1.50	82.50	94.50	12.00
1.60	88.00	100.80	12.80
1.70	93.50	107.10	13.60
1.80	99.00	113.40	14.40
1.90	104.50	119.70	15.20
2.00	110.00	126.00	16.00
2.10	115.50	132.30	16.80
2.20	121.00	138.60	17.60
2.30	126.50	144.90	18.40
2.40	132.00	151.20	19.20
2.50	137.50	157.50	20.00
2.60	143.00	163.80	20.80
2.70	148.50	170.10	21.60
2.80	154.00	176.40	22.40
2.90	159.50	182.70	23.20
3.00	165.00	189.00	24.00
3.10	170.50	195.30	24.80
3.20	176.00	201.60	25.60
3.30	181.50	207.90	26.40
3.40	187.00	214.20	27.20
3.50	192.50	220.50	28.00

Los 24 Km. de distancia entre ambos, se logra cuando han transcurrido 3 horas de iniciado el movimiento.

También se puede observar que a las tres horas las distancias recorridas por ambos móviles es de 165 Km. y 189 Km. respectivamente

La simulación completa se encuentra en la carpeta "Simulaciones" del CD, con el nombre: "*Situación 3: Vehículos al mismo destino*"

Situación 4. Aviones en sentido opuesto

San Luis y Pórtland están a una distancia de 2.060 kilómetros. Un pequeño avión sale de Pórtland con dirección a San Luis, a una velocidad promedio de 90 millas por hora. Al mismo tiempo, otro aeroplano sale desde San Luis con dirección Pórtland, promediando 116 kilómetros por hora ¿Cuánto tardan en encontrarse?

Solución:

Se sabe que la distancia que recorre el primer avión en una hora es de 90t, y la distancia que recorre el segundo avión en una hora es de 116t, esto gracias a que la velocidad es igual al cuociente entre la distancia y el tiempo transcurrido.

El problema consiste en calcular el momento en que la distancia recorrida por el avión con destino San Luis es equivalente a la distancia que le falta por recorrer al avión con destino Pórtland.

Es decir, cuando ha transcurrido la primera hora, el avión con destino a San Luis a recorrido 90 millas, y al otro avión le queda por recorrer $2060 - 116 = 1944\, millas$, entonces debemos calcular:

$$\begin{pmatrix} \text{distancia recorrida} \\ \text{avión a San Luis} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{distancia por recorrer} \\ \text{avión a Pórtland} \end{pmatrix}$$

$$90 \cdot t = 2060 - 116 \cdot t$$

$$90 \cdot t + 116 \cdot t = 2060$$

$$206 \cdot t = 2060$$

$$t = 10$$

Podemos concluir, que ambos, aviones se cruzan en el espacio aéreo, luego de 10 horas, cuando aquel con destino a San Luis a recorrido 900 millas las que coinciden con las 900 millas que le faltan al otro aeroplano, por llegar a Pórtland.

Se puede visualizar la situación con la ayuda de Modellus

La tabla muestra todos los datos que se requieren para dar solución a la pregunta descrita. Además observa que el avión con destino a Pórtland, llega luego de 17 horas, mientras que el otro avión llega a su destino en casi 23 horas.

Tabla

t	d1	d3
5.000	450.000	1.480E3
5.500	495.000	1.422E3
6.000	540.000	1.364E3
6.500	585.000	1.306E3
7.000	630.000	1.248E3
7.500	675.000	1.190E3
8.000	720.000	1.132E3
8.500	765.000	1.074E3
9.000	810.000	1.016E3
9.500	855.000	958.000
10.000	900.000	900.000
10.500	945.000	842.000
11.000	990.000	784.000
11.500	1.035E3	726.000
12.000	1.080E3	668.000
12.500	1.125E3	610.000

La animación correspondiente se encuentra en la carpeta “Simulación”, con el nombre “*Situación 4: Aviones en sentido contrario*”

Situación 5: El servicio más económico.

Dos empresas de taxi tienen tarifas diferentes para sus recorridos. La empresa A, tiene un costo de $100 para la bajada de bandera y $50 por cada 100 metros recorridos. Mientras que en la empresa B la bajada de bandera es de $200 y $100 por cada 250 metros recorridos.

Si una persona quiere hacer un recorrido de 500 metros,

a) ¿Qué empresa es más conveniente?

b) ¿La conveniencia de la empresa, se mantiene. no importando el recorrido?

Solución:

Antes de responder las preguntas, se deben encontrar las funciones que modelan la situación. La empresa A, tiene una bajada de bandera de $100 y $50 por cada 100 metros recorridos, es decir:

metros (x)	$\cos to\ C(x)$	*Modelo*	*Función*
1	100	100	La función que modela el costo utilizando la primera empresa, es $C_1(x)=100+50\cdot\frac{x}{100}$, que al simplificar se obtiene. $C_1(x)=100+\frac{x}{2}$
100	150	$100+50\cdot\frac{100}{100}$	
200	200	$100+50\cdot\frac{200}{100}$	

De la misma manera al trabajar con la segunda empresa, se concluye que la función que modela el costo de un recorrido de "x" metros esta dada por $C_2(x)=200+\frac{2x}{5}$. Ahora se está en condiciones de responder las preguntas.

a) Para calcular el costo en ambas funciones, se debe calcular $C_1(500)$ y $C_2(500)$

$$C_1(500) = 100 + 50 \cdot \frac{500}{100} = 100 + 250 = 350$$

$$C_2(500) = 200 + 100 \cdot \frac{500}{250} = 200 + 200 = 400$$

Claramente la primera empresa tiene un costo menor en los primeros 500 metros.

Pero, ¿qué pasaría si el trayecto fuese de 1000 metros?

$$C_1(1000) = 100 + 50 \cdot \frac{1000}{100} = 100 + 500 = 600$$

$$C_2(1000) = 200 + 100 \cdot \frac{1000}{250} = 200 + 400 = 600$$

Se puede observar que el costo del viaje es el mismo en cualquiera de las dos empresas.

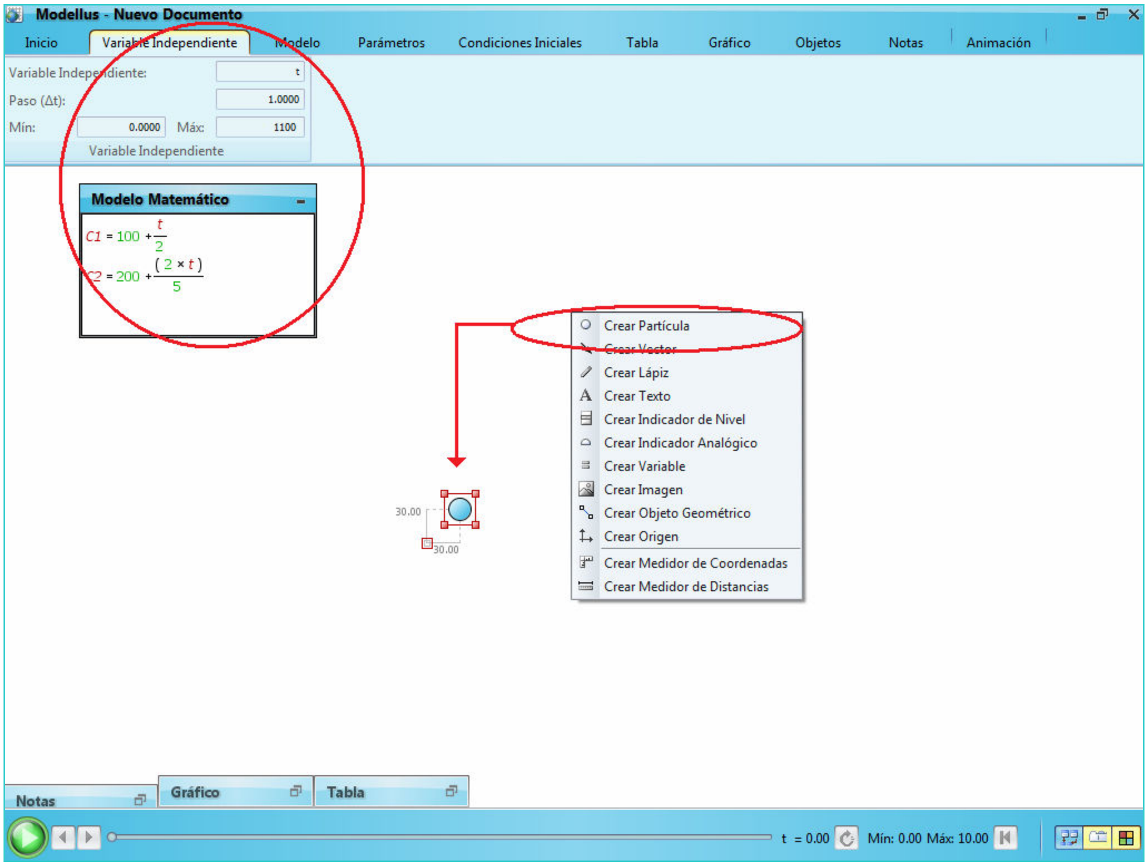
¿Qué pasaría si el trayecto fuese de 2000 metros?

$$C_1(2000) = 100 + 50 \cdot \frac{2000}{100} = 100 + 1000 = 1100$$

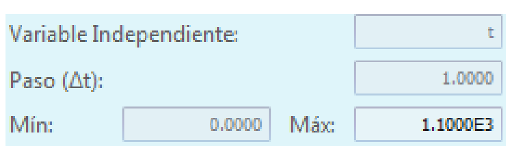
$$C_2(2000) = 200 + 100 \cdot \frac{2000}{250} = 200 + 800 = 600$$

Finalmente se observa que el costo del viaje es menor si se realiza en la segunda empresa. Por ende es más conveniente.

Con ayuda de Modellus se creará una animación que represente la situación. En la ventana Modelo se ingresan las funciones C_1 y C_2 como lo indica la imagen.



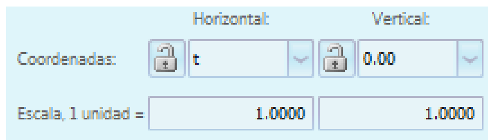
En el trabajo previo, la variable "t", en esta ocasión, representa la cantidad de metros recorridos por la persona, por ende hay que configurar el valor máximo que puede tomar "**t**". Para ello se hace clic en Variable Independiente y se configura de la siguiente manera:



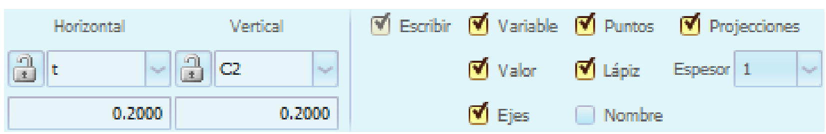
El valor mínimo será de 0 mientras que el máximo será de 1100. En cuanto al Paso(Δt) será de 1 píxel por unidad de tiempo de la simulación. Modellus interpreta el valor 1100 como 1.1000E3, lo que no es inconveniente al momento de simular la situación.

Se crea una partícula para realizar la simulación. La partícula entrega la opción de visualizarla de diversas formas, para esta situación, será un automóvil.  .

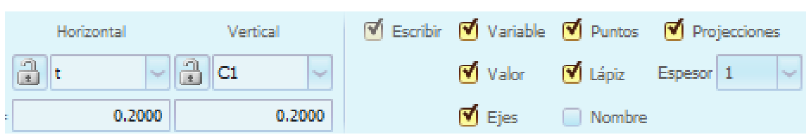
En la barra de herramientas de la partícula se configura de manera que en el eje horizontal se mueva según avanza el tiempo y en el eje vertical permanezca sobre el eje.



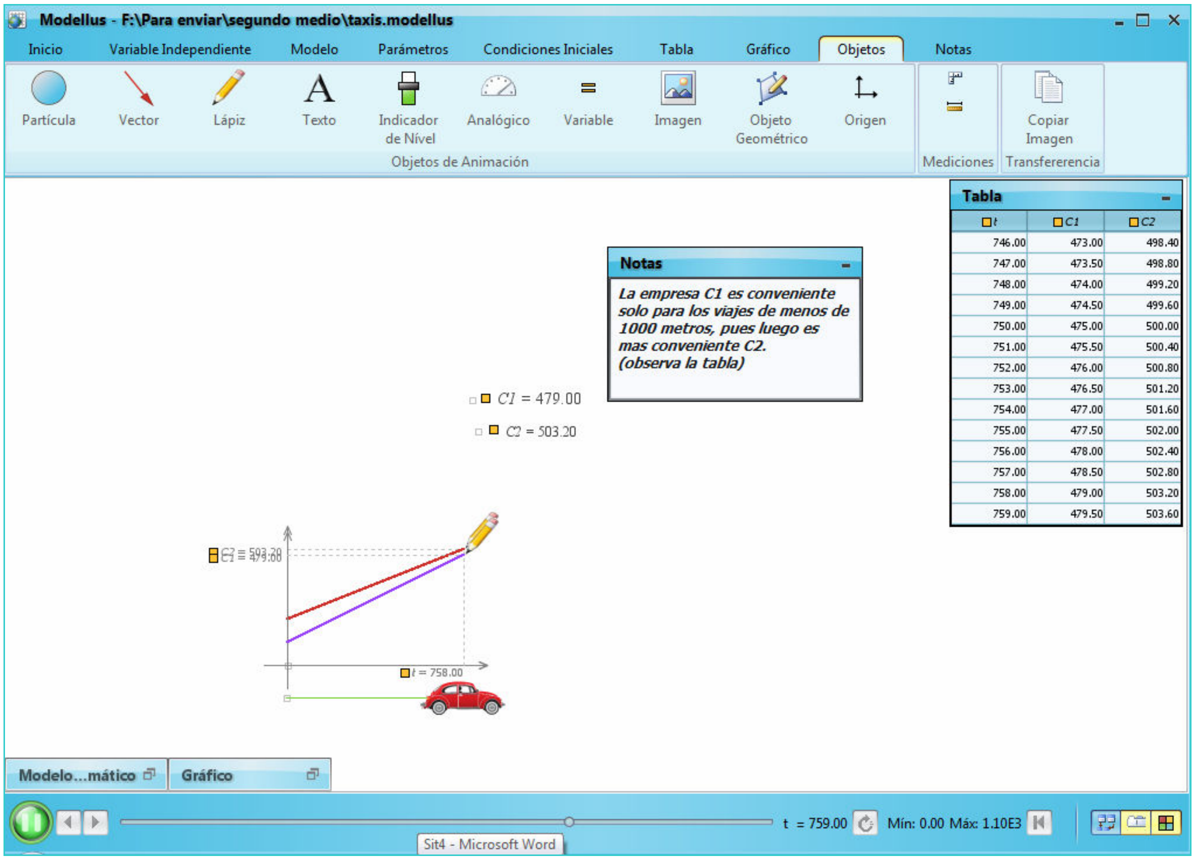
Para completar la animación, se crean dos lápices, donde la configuración del primero será:



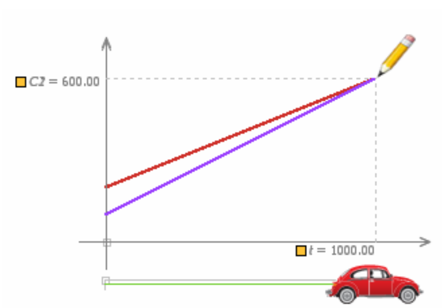
Mientras que para el otro será:



Obteniendo finalmente la situación modelada.



Si el móvil recorre 1000 metros, ambas tarifas se igualan a \$600. Sin embargo para recorridos de más de 1000 metros es más conveniente C_2.



La situación se encuentra en el CD, en la carpeta "Simulaciones", con el nombre de "*Situación 5: La empresa mas conveniente*"

Situación 6. Golf, deporte de Reyes.

Se le pega a una pelota de golf con una velocidad inicial de 130 pies por segundo a una inclinación de 45º con la horizontal, en física se establece que la altura "h" de la pelota esta dada por la función: $h(x)=\frac{-32x^2}{130^2}+x$, Donde "x" es la distancia horizontal (en pies) que recorre la pelota.

a) Determina la altura de la pelota de golf cuando ha recorrido 100 pies

b) Determina la altura de la pelota de golf cuando ha recorrido 300 pies.

c) ¿A qué distancia toca el suelo?

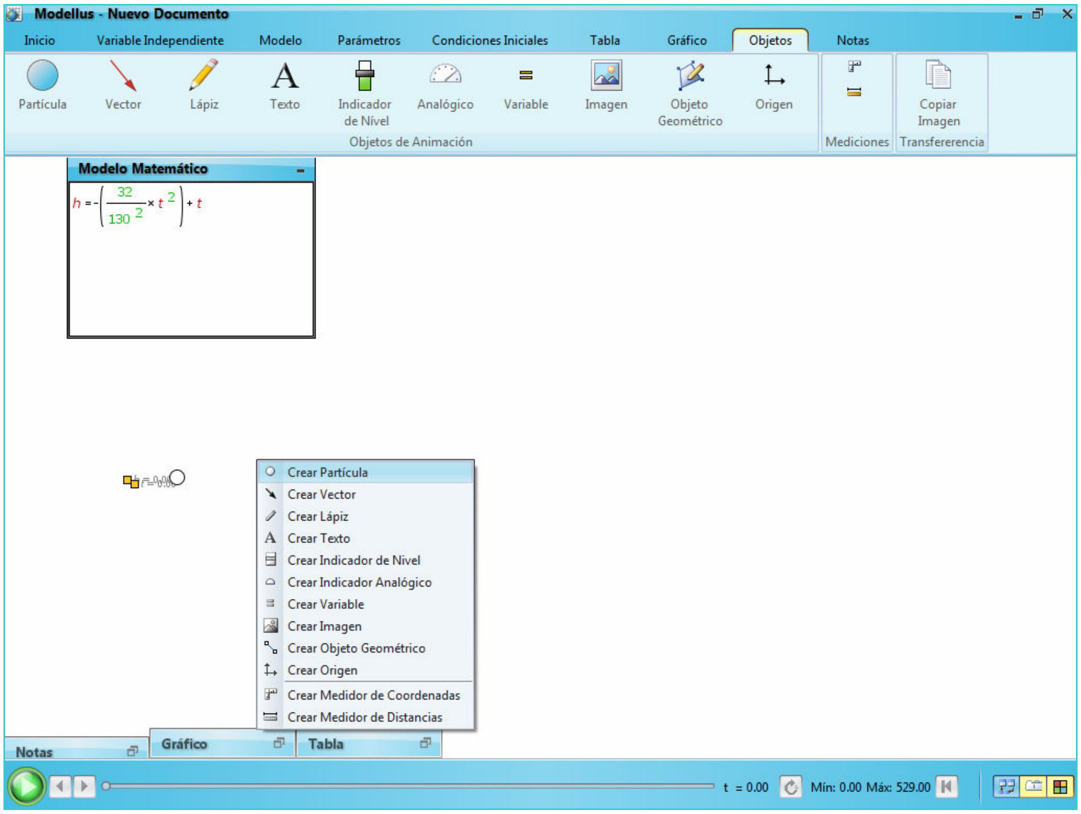
d) Determina la distancia que ha recorrido la pelota cuando su altura es de 90 pies.

Soluciones

Para esta situación es conveniente realizar en un principio la animación y a partir de esta responder las preguntas que se plantean.

Como se trata de un lanzamiento parabólico, es recomendable utilizar la opción partícula . Al abrir el programa, en la ventana "modelo" se escribe la fórmula matemática inicial $h(x)=\frac{-32x^2}{130^2}+x$.

Además en la ventana animación se elige la opción partícula con el botón derecho del Mouse.

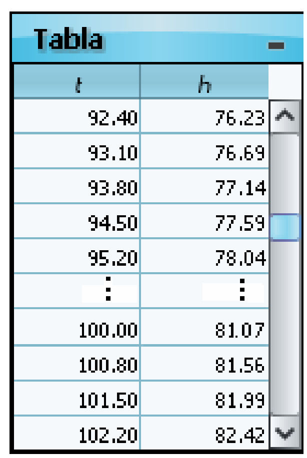


Para un efecto visual, se puede insertar alguna imagen disponible y hacer así mas real la animación.

Al dar inicio a la simulación se puede observar la variación de la trayectoria que lleva la pelota. Para contestar las preguntas es conveniente trabajar con la tabla que nos facilita el programa.

Como la altura depende de la distancia recorrida, debemos calcular la imagen de 100, es decir $h(100)$.

$$
\begin{aligned}
h(100) &= \frac{-32\cdot 100^2}{130^2} + 100 \\
&= -\frac{320000}{16900} + 100 \\
&= \frac{13700}{169} \\
&= 81.07
\end{aligned}
$$



Tabla

t	h
92.40	76.23
93.10	76.69
93.80	77.14
94.50	77.59
95.20	78.04
⋮	⋮
100.00	81.07
100.80	81.56
101.50	81.99
102.20	82.42

a). Como la altura depende de la distancia recorrida, debemos calcular la imagen de 300, es decir $h(300)$.

$$\begin{aligned} h(300) &= \frac{-32\cdot 300^2}{130^2}+300 \\ &= \frac{-2880000}{16900}+300 \\ &= \frac{21900}{169} \\ &= 129,,59 \end{aligned}$$

Tabla

t	h
292.60	130.49
293.30	130.41
294.00	130.33
294.70	130.25
295.40	130.17
296.10	130.09
⋮	⋮
300.00	129.59
301.70	129.35
302.40	129.25
303.10	129.15

b). Para responder debemos calcular; $h(x)=0$

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ \frac{-32x^2}{130^2}+x &= 0 \\ -32x^2+130^2x &= 0 \\ x(-32x+16900) &= 0 \end{aligned}$$

$$x=0 \ \vee \ x=\frac{16900}{32}$$

$$x\approx 528$$

Tabla

t	h
518.70	9.26
519.40	8.58
520.10	7.90
520.80	7.22
521.50	6.54
522.20	5.86
522.90	5.17
⋮	⋮
527.80	0.32
528.00	0.00
529.20	-1.08

Al resolver algebraicamente la pregunta, se observan dos soluciones, una que corresponde al inicio del movimiento y la otra cuando termina el movimiento, luego de recorrer 528 pies de distancia.

c). Repitiendo el procedimiento anterior, pero ahora $h(x) = 90$

$$h(x) = 90$$

$$\frac{-32x^2}{130^2} + x = 90$$

$$-32x^2 + 16900x = 1521000$$

$$-32x^2 + 16900x - 1521000 = 0$$

$$x = \frac{-16900 \pm \sqrt{16900^2 - 4(-32)(1521000)}}{2(-32)}$$

$$x_1 = 413.05$$

$$x_2 = 115.07$$

Luego la pelota de golf alcanza los 90 pies de altura, cuando se a desplazado 115 y 413 pies en el suelo.

La actividad completa se encuentra en la carpeta “Situaciones” con el nombre “*Situación 6: Golf deporte de reyes” en el CD*.

Situación 7: El número e.

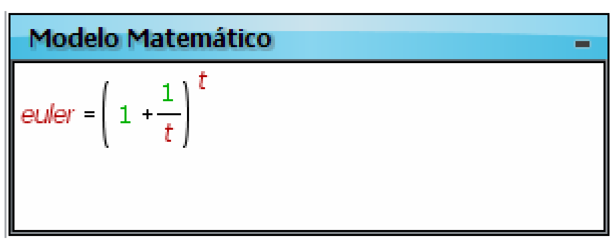
Para iniciar el trabajo de funciones en este nivel, es importante visualizar algunos aspectos relevantes. Pues en algunos ejemplos se debe utilizar un número trasendental, el número **e**.

La mayor parte de los ejemplos que se tratarán, respecto a funciones, están estrictamente relacionados con él, pues es usado en la ciencia, para el crecimiento y decrecimiento exponencial.

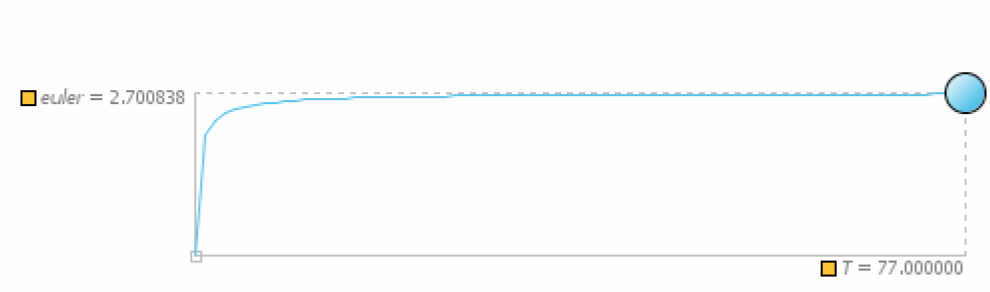
Para poder usar este número, primero se debe buscar el valor correspondiente, pues así, también se tendrá claro que se trata de un número que se mantiene constante.

Este número responde a la sucesión cuyo término general es $\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$, la demostración de cómo obtener este término general no es precisamente el objetivo, sin embargo, se obtendrá el valor de ella utilizando Modellus .

Para ello, se debe introducir en “modelo matemático” el término general que da origen al número.



Luego crear una partícula, que represente el modelo. La variable “t” será la variable independiente mientras que “Euler” será la variable dependiente.



En la animación se puede observar claramente que a medida que aumenta el valor de la variable “**t**”, el valor de “Euler” se comienza a estabilizar cerca de 2,7. Con ayuda de la tabla se confirma esta conclusión.

Tabla

t	*euler*
48.500000	2.716882
48.600000	2.716885
48.700000	2.716888
48.800000	2.716891
48.900000	2.716893
49.000000	2.716896
49.100000	2.716899
49.200000	2.716902
49.300000	2.716905
49.400000	2.716907
49.500000	2.716910
49.600000	2.716913
49.700000	2.716916
49.800000	2.716918
49.900000	2.716921
50.000000	2.716924

En esta tabla se observa que el número de Euler a medida que aumentan los valores de “t”, el número es cada vez mas cercano al que conocemos.

La animación correspondiente se encuentra en la carpeta “Simulaciones” con el nombre “*Situación 7: Número e*”

Situación 8: Potencia para un satélite.

La energía nuclear derivada de isótopos radiactivos podría utilizarse para proveer de potencia a vehículos espaciales. Podemos decir que la potencia es la velocidad en que se consume la energía. El consumo de potencia para cierto satélite, está dada por la función: $y = 40e^{-0,004t}$ donde "y" es la potencia consumida, medida en watts y "t" es el tiempo transcurrido en días.

a) ¿Cuál es la potencia inicial?

b) ¿Después de cuántos años se reducirá la potencia a 25 watts?

Solución:

a) La potencia inicial se calcula cuando $t = 0$, remplazando en la función, se tiene:

$$y = 40e^{-0,004 \cdot t}$$
$$y = 40e^{-0,004 \cdot 0}$$
$$y = 40e^{0}$$
$$y = 40$$

La potencia inicial es de 40 watts.

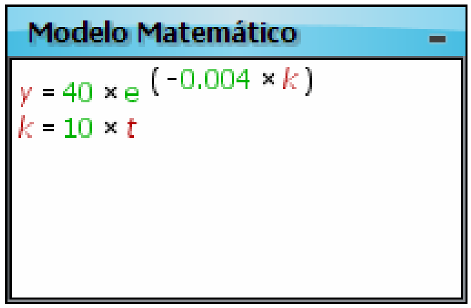
b) Se pide que la cantidad final de Watts sea de 25 watts, es decir, ¿luego de cuánto tiempo $y = 25$?

$$25 = 40e^{-0,004t}$$
$$\frac{25}{40} = e^{-0,004t}$$
$$\frac{5}{8} = e^{-0,004t} \quad / Ln$$
$$Ln\left(\frac{5}{8}\right) = Ln\left(e^{-0,004t}\right)$$
$$Ln(0,625) = -0,004t$$
$$\frac{Ln(0,625)}{-0,004} = t$$
$$117,5 = t$$

Deberán pasar 117,5 días para que se reduzca a 25 la cantidad de watts de potencia del satélite.

Utilizando el visualizador Modellus, se puede observar claramente la situación anterior.

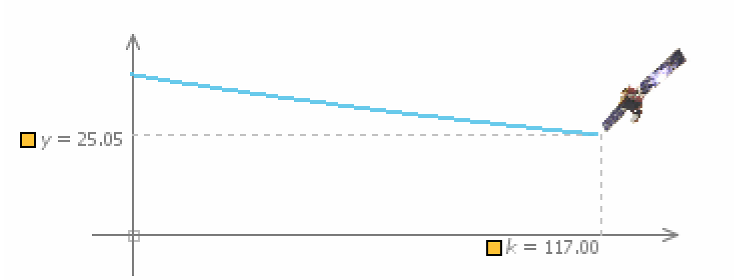
Lo primero que se debe hacer es ingresar la función en la pantalla "modelo matemático".



Para una mejor visualización se amplifica el valor de "t" por 10, y se cambian las variables, es decir ahora la variable "k" corresponde al tiempo.

Al usar el graficador, se observa en cada momento la relación que existe entre el tiempo y la potencia del satélite.

Al realizar el gráfico correspondiente a la situación, con la herramienta Lápiz, se puede concluir que a medida que pasa el tiempo la potencia disminuye, pero esta disminución no es en forma constante, sino más bien corresponde a un decrecimiento exponencial.



La animación correspondiente se encuentra en la carpeta "Simulaciones" con el nombre "*Situación 8: Potencia del satélite*"

Situación 9: Reproducción bacterial

En un cultivo de bacterias su número aumenta a razón de 4% por hora. Al inicio estaban presentes 500 bacterias.

a) Determina una ecuación que indique el número "N" de bacterias luego de "t" horas.

b) ¿Cuántas bacterias están presentes luego de 3 horas?

Solución:

Para realizar el estudio, de manera más acabada, primero se deben hacer los cálculos para las primeras horas, y así lograr generar una función para determinar el número de bacterias luego de un tiempo determinado.

Horas Transcurridas	Nº de bacterias	General	Cantidad
0	500	500	500
1	$500+500\frac{4}{100}=500\left(1+\frac{4}{100}\right)$	$500(1.04)$	520
3	$500(1.04)(1.04)$	$500(1.04)^2$	540.8
4	$500(1.04)^2(1.04)$	$500(1.04)^3$	562.6
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
T	N	$500(1.04)^{t-1}$	?

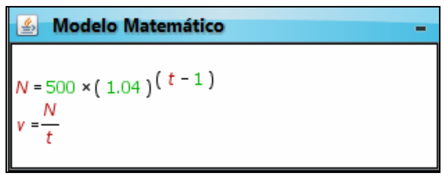
a) El término general de la situación corresponde a $500(1.04)^{n-1}$, pues el exponente esta directamente relacionado con el valor del tiempo transcurrido. Así la función que modela la situación es

$$N(t)=500(1.04)^{t-1}$$

b) Para determinar el número de bacterias luego de tres horas, solo hay que calcular:

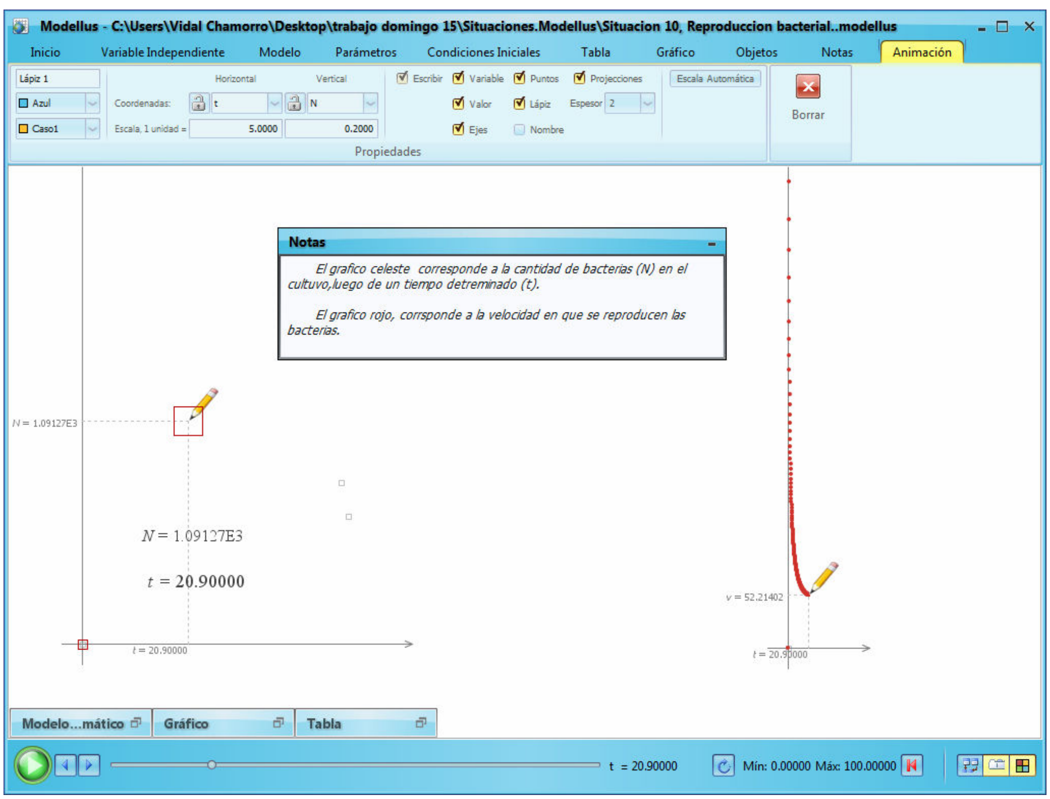
$$N(3) = 500 \cdot (1.04)^{3-1} = 500 \cdot (1.04)^{2} = 500 \cdot 1.0816 = 540.8$$

La situación antes descrita se puede visualizar realizando una simulación en Modellus. Para ello, en “modelo matemático” se debe introducir la función obtenida.

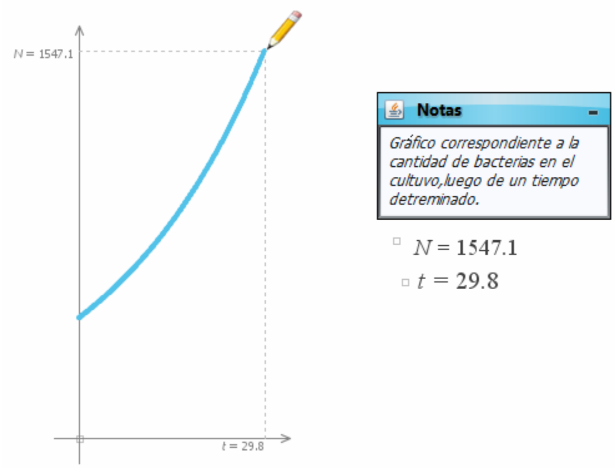


Además se puede incluir una función “v”, la que indicará la velocidad en que aumenta el número de bacterias.

Para realizar la animación se utiliza la herramienta , obteniendo una simulación similar a la de la imagen.



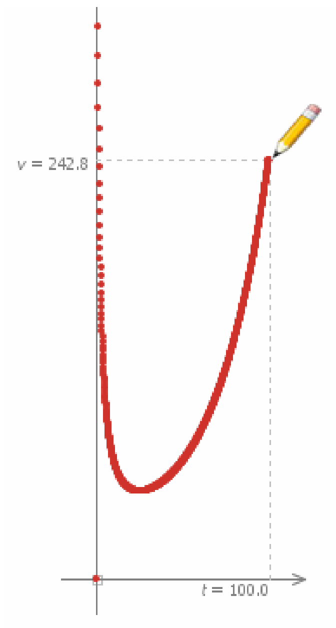
La gráfica celeste indica la cantidad de bacterias que hay en la población, transcurrido un cierto tiempo.



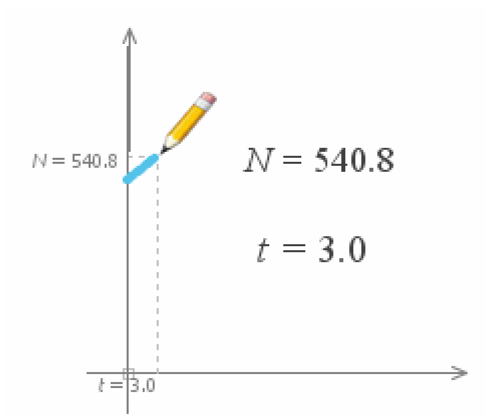
Mientras transcurre el tiempo, aumenta de manera considerable el número de bacterias en el cultivo. La imagen muestra el momento en que han transcurrido, 29 horas y 48 minutos, obteniendo 1547 bacterias.

El número de bacterias solo aumenta un 4% en cada hora, por lo tanto la reproducción es relativamente lenta.

De igual manera, se observa, que la velocidad de reproducción bacterial disminuye al inicio del periodo, sin embargo, pasados algunas horas la velocidad con que aumenta el número de bacterias es cada vez mas rápida.



Para dar solución a las preguntas planteadas, se arrastra con el puntero, la barra de tiempo y se sitúa en el punto $t = 3$. Obteniendo así, que el número de bacterias en el tiempo indicado es de 540.8.



La animación correspondiente se encuentra en la carpeta "Simulaciones" con el nombre "*Simulción 9: Reproducción bacterial*"

Situación 10: Alcohol y la ley.

Investigaciones recientes indican que el riesgo de tener un accidente automovilístico puede ser modelado mediante la ecuación $R = 6 \cdot e^{kx}$. Donde ”x” corresponde a la concentración de alcohol en la sangre de una persona y “k” una constante.

Si suponemos que con una concentración 0,04 gramos de alcohol en la sangre produce un riesgo del 10% de sufrir un accidente. Indica el valor de k.

Solución:

Como produce un riesgo del 10% se forma la ecuación:

$$\begin{aligned} R &= 6e^{kx} \\ 10 &= 6e^{k0,04} \\ Ln(10) &= k0,04Ln(6e) \\ \frac{Ln(10)}{Ln(6e)} &= k \\ 12,77 &= k \end{aligned}$$

¿Cuál es el grado alcohólico para que exista un 100% de riesgo de producir un accidente?

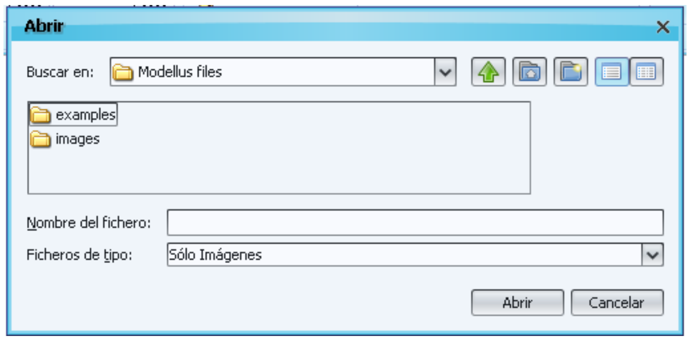
Como ya se conoce el valor de k, se debe calcular el grado alcohólico. Es decir, calcular x para cuando k=12,77.

$$\begin{aligned} R &= 6e^{12,77x} \\ 100 &= 6e^{12,77x} \\ \frac{100}{6} &= e^{12,77x} \quad / Ln \\ Ln\left(\frac{50}{3}\right) &= Ln\left(e^{12,77x}\right) \\ Ln\left(\frac{50}{3}\right) &= 12,77x \cdot Lne \qquad (Lne = 1) \\ \frac{Ln\left(\frac{50}{3}\right)}{12,77} &= x \\ 0,22 &= x \end{aligned}$$

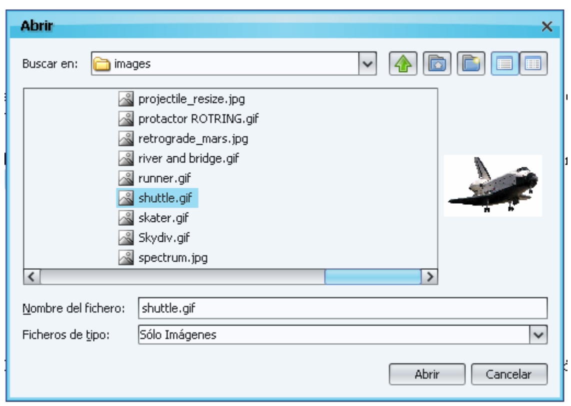
Con esto se confirma que, sólo es necesario 0,22 gramos de alcohol en la sangre para que exista un 100% de riesgo de producir un accidente.

Usando Modellus, se realiza la siguiente simulación, y observar así el porcentaje de riesgo de producir un accidente luego de beber alcohol.

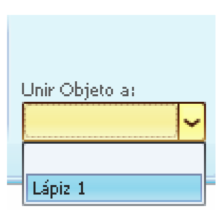
En la ventana de animación, se elige la opción Crear Lápiz, luego se opta por opción Crear Imagen, y se abrirá la siguiente ventana:



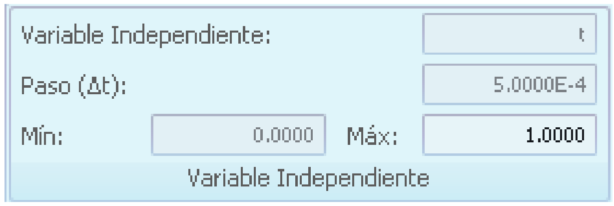
En la carpeta "images" aparecen imágenes para insertar en Modellus, en esta ocasión hacer clic en "Shuttle.gif"



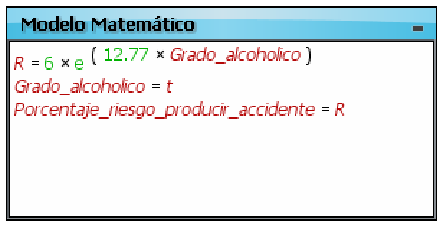
Luego en la ventana de animación se debe unir el objeto al lápiz que se creo anteriormente, para eso se debe hacer clic en la barra de herramientas y elegir "unir a"



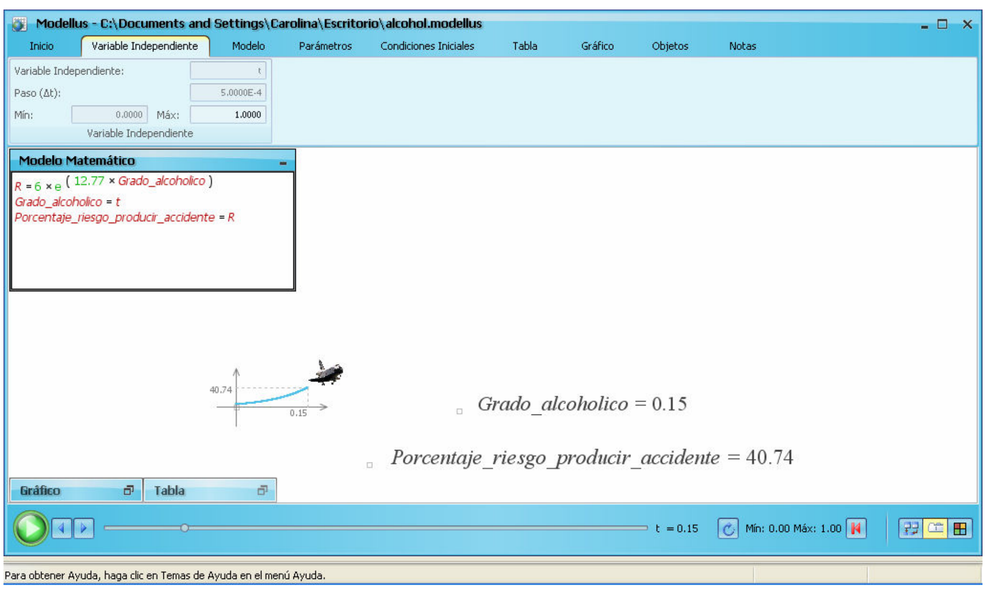
Más tarde se debe configurar los valores de la variable independiente como lo muestra la figura.



El modelo lo entrega el ejercicio,



Luego de esto, la animación obtenida es:



Con la animación se verifican los resultados obtenidos de forma manual. Esta situación la encuentras en la carpeta “Simulaciones” del CD, con el nombre de “*Situación 10: Alcohol y la ley*”

CAPITULO VIII. SITUACIONES PROPUESTAS

A continuación se deja al lector algunas situaciones desarrolladas algebraicamente y con las respectivas simulaciones en Modellus, sin embargo no se entrega el paso a paso de la creación de la animación.

Situación 11: Lanzamiento de un proyectil

Si se desprecia la resistencia del aire, un proyectil que se dispara directamente hacia arriba a una velocidad inicial de 40 metros por segundo estará a una altura de “S” metros dado por la función $S(t) = -4{,}9t^2 + 40t$, donde “t” es el tiempo en segundos, transcurridos desde el lanzamiento.

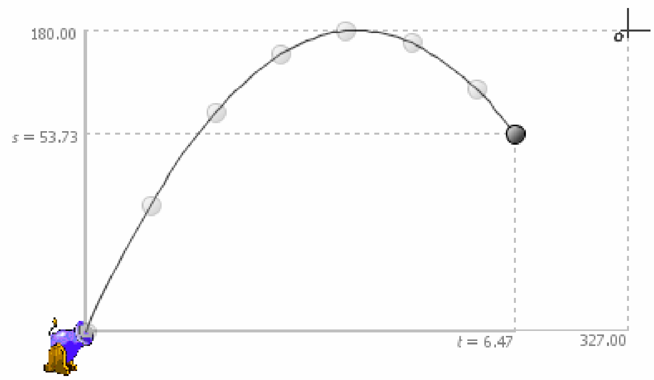
¿Luego de cuántos segundos alcanzará su altura máxima y cuál es esa altura?

Solución:

Para dar respuesta hay que calcular el vértice de la parábola, es decir,

$$\left(\frac{-b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)=\left(\frac{-40}{-9{,}8},\frac{-1600}{-19{,}6}\right)=(4.08,81.6)$$

Lo que significa que alrededor de los 4 segundos, el proyectil alcanza su altura máxima correspondiente a 1,6 metros.



La altura maxima ocurre a los 4 segundos de realizado el disparo.

Con ayuda de la tabla que nos facilita el programa se puede llegar a la solución del problema.

Tabla

t	s
3.53	80.13
3.63	80.62
3.72	81.01
3.82	81.30
3.92	81.50
4.02	81.61
4.12	81.63
4.21	81.55
4.31	81.37
4.41	81.10
4.51	80.74
4.61	80.29
4.70	79.73
4.80	79.09

La simulación se encuentra en el CD, en la carpeta “*Simulaciones” con el nombre “Situación 11: Lanzamiento de un proyectil*”

Situación 12. La escala de Richter.

La escala de Richter es una forma de convertir las lecturas sismográficas en números que proporcionan una referencia sencilla para medir la magnitud "M" de un terremoto. Todos los terremotos se comparan con un terremoto de nivel cero cuya lectura sismográfica mide 0,001 de milímetro a una distancia de 100 Km. del epicentro.

Un terremoto cuya lectura sismográfica mide "x" milímetros tiene magnitud dada por: $M(x) = \log\left(\frac{x}{x_0}\right)$ donde $x_0 = 0{,}001$ es la lectura del terremoto.

Si un terremoto de 8,5º Richter en San Francisco, versus 9,5º que registro el de 1960 en chile. ¿Cuál es la variación de intensidad?

Solución:

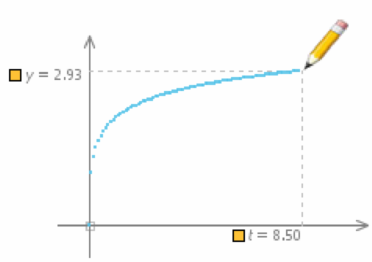
Para calcular la variación de intensidad, se debe calcular la intensidad de cada uno de los terremotos.

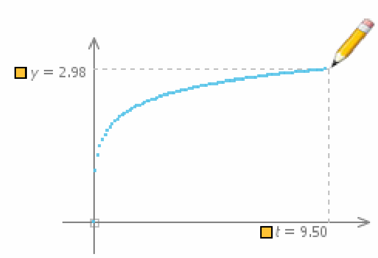
El terremoto de San Francisco tubo 8,5º Richter, es decir, una intensidad de:

$$M(8{,}5^\circ) = \log\left(\frac{8.5}{0.001}\right) = \log(850) = 2{,}92$$

$$M(9{,}5^\circ) = \log\left(\frac{9.5}{0.001}\right) = \log(985) = 2{,}97$$

Ambos terremotos, marcaron una variación de 0,05 de milímetro.





BIBLIOGRAFIA

- **MATEMÁTICA: RAZONAMIENTO Y APLICACIONES**
  Octava edición
  Miller. Charles D.
  México 1999: Addison wesley Longman S.A.

- **ALGEBRA Y TRIGONOMETRÍA**
  Séptima edición
  Sullivan. Michael
  México 2006: Pearson Educación

- **PSICOLOGÍA EDUCATIVA: Un punto de vista cognoscitivo**
  Ausubel, David Paul
  México: Trillas, 1999

- **GUÍAS DE APOYO AL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA PARA EL PLAN DIFERENCIADO.**
  Seminario para optar al título de profesor de matemática
  Chile: UMCE, 2006

- **DISEÑOS Y PROGRAMAS EDUCATIVOS**
  Gros, Begoña.
  Barcelona. Ariel 1997

SITIOS WEB

- EDUCACIÓN HOLÍSTICA
  www.fractus.uson.mx/Papers/Varios/Edu-Hol.html

- TASA DE ALUMNOS POR PC
  http://www.enlaces.cl/index.php?t=44&i=2&cc=800&tm=2

- NUEVAS TECNOLOGÍAS
  http://www.monografias.com/trabajos14/nuevastecno/nuevastecno.shtml

- INFORMATICA Y TEORIAS DEL APRENDIZAJE
  http://tecnologiaedu.us.es/bibliovir/pdf/gte41.pdf

- TEORIAS DEL APRENDIZAJE
  http://www.monografias.com/trabajos13/teapre/teapre.shtml

- LA VIDA DE UN GENIO, SEYMOUR PAPERT
  http://www.tecnocodigo.com/noticias.php?id=14

- LA PSICOLOGÍA DE APRENDIZAJE DEL ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA
  http://www.pignc-ispi.com/articles/education/chadwick-psicologia.htm

- AJUSTE CUNICULAR 2009
  www.curriculum-mineduc.cl

- ANIMACIONES MODELLUS
  http://intercentres.cult.gva.es/iesleonardodavinci/fisica/Animaciones.html